

# РАДІОЕЛЕКТРОННІ СИСТЕМИ ТА ПРИСТРОЇ

УДК 621.395.7

М.Й. Павликевич

Національний університет “Львівська політехніка”

## РЕЖИМ УЗГОДЖЕННЯ І ПЕРЕХРЕСНІ ЗВ’ЯЗКИ У БАГАТОПРОВІДНИХ ЛІНІЯХ

© Павликевич М.Й., 2009

**Проаналізовано чинники, які впливають на виникнення перехресних зв’язків між провідниками багатопровідних ліній стосовно застосування цих ліній у технологіях xDSL та Ethernet.**

**This article presents factors causing crosstalk in multiconductor transmission lines in regards to their application for xDSL and Ethernet.**

### Вступ

Багатопровідні лінії – це один з основних типів ліній, які використовуються у телекомунікаційних технологіях протягом тривалого часу і не втратили свого значення й сьогодні. Впровадження нових технологій xDSL для пересилання даних через традиційні телефонні багатопровідні кабелі на відстані до декількох кілометрів [1], а також використання спеціальних багатопровідних кабелів у технологіях кабельних мереж Ethernet [2] загостило увагу фахівців до проблем пересилання, пов’язаних з існуванням перехресних зв’язків між провідниками багатопровідних ліній. У науковій літературі досі відсутній адекватний аналіз причин виникнення таких зв’язків і чинників, які впливають на їхню величину і поведінку у потрібній смузі частот. Вирішення цієї проблеми стосовно технологій xDSL дасть змогу істотно збільшити кількість каналів зв’язку, які використовують багатопровідні лінії, і значно покращити їх характеристики, а під час застосування таких ліній у технологіях Ethernet – підвищити швидкість пересилання. У цій роботі здійснено спробу проаналізувати цю проблему на основі теорії багатопровідних ліній та методів комп’ютерного моделювання.

### Постановка задачі

Багатопровідні лінії, утворені системою провідників, розміщених у поперечно-неоднорідному або однорідному діелектричному середовищі, широко використовуються у різноманітних областях, зокрема, у мікрохвильовій і сучасній обчислювальній техніці та системах зв’язку. Дослідженню їх властивостей, істотних для застосувань у мікрохвильовій та обчислювальній техніці, присвячено десятки наукових робіт (наприклад, [4–6], де наведено достатньо репрезентативну бібліографію). Однак деякі особливості багатопровідних ліній важливі для застосувань у сучасних телекомунікаційних технологіях, зокрема перехресні зв’язки, досліджені недостатньо. На думку автора, це передусім пов’язано з тим, що у мікрохвильових та обчислювальних пристроях використовують короткі відрізки таких ліній, для яких співвідношення довжина лінії/довжина хвилі порядку одиниці у робочому діапазоні частот, тоді як у сучасних зв’язкових застосуваннях це співвідношення може становити від часток одиниці до багатьох одиниць. Крім того, у традиційних зв’язкових застосуваннях явища перехресних зв’язків у багатопровідних лініях можна було трактувати як «паразитні». Такий підхід виразно бачимо в нормативній літературі для сфери зв’язку

[1–3], де значення цих параметрів обмежуються до величин, впливом яких у подальшому можна знехтувати. Однак у вказаних новітніх застосуваннях врахування характеристик передавального середовища повинно бути здійснене на більш адекватному рівні.

З можливих методів аналізу властивостей багатопровідних ліній, які включають як строгі та наближені електродинамічні методи, так і наближені методи теорії кіл з розподіленими параметрами, зупинимось лише на останніх, оскільки їх аналітичний апарат достатньо розвинений, а точність, достатня для отримання якісно правильних, хоч кількісно наближених, результатів. З останніх публікацій, де систематизовано викладений такий наближений метод, слід передусім вказати роботи [4–6], а також роботи автора [7, 8].

Застосування методів теорії кіл з розподіленими параметрами до аналізу вказаної проблеми ґрунтується на використанні схемних параметрів елементів досліджуваного кола для побудови математичної моделі кола загалом, у розрахунках потрібних характеристик та їх подальшої інтерпретації.

### Хвильові модові опори та провідності багатопровідної лінії

Загальну схему заміщення відрізка багатопровідної лінії, використану у цій роботі, показано на рис. 1. Відрізок  $M$ -провідної лінії завдовжки  $L$  обмежений з двох боків опорними площинами  $T_1$  і  $T_2$ , показаними на рис. 1 штриховими лініями. У цих площинах розташовані полюси, яким відрізок лінії сполучений з відповідними полюсами навантажень. Напруги на полюсах відрізка багатопровідної лінії визначені як різниці потенціалів між відповідними полюсами і опорним полюсом, потенціал якого дорівнює нулю. Додатні напрями струмів на полюсах лінії розглядаються у варіанті прохідного стрілкування зліва направо, традиційного для теорії довгих ліній.

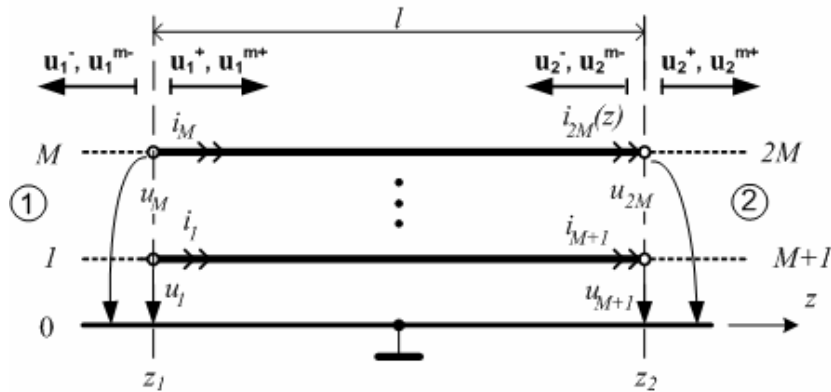


Рис. 1. Багатопровідна лінія як  $(M+M)$ -полюсник і класичні та хвильові змінні

Напруги і струми у довільній точці  $z$  багатопровідної лінії можна виразити як суперпозицію прямих і зворотних хвиль напруги або струму, а вказані хвилі – подати як суперпозицію  $M$  власних хвиль – мод багатопровідної лінії:

$$\mathbf{u}(z) = \mathbf{u}^+(z) + \mathbf{u}^-(z) = \hat{\mathbf{U}} \cdot (\mathbf{u}^{m+}(z) + \mathbf{u}^{m-}(z)) = \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{u}^m(z) ; \quad (1)$$

$$\mathbf{i}(z) = \mathbf{i}^+(z) + \mathbf{i}^-(z) = \hat{\mathbf{I}} \cdot (\mathbf{i}^{m+}(z) + \mathbf{i}^{m-}(z)) = \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{Y}_m \cdot (\mathbf{u}^{m+}(z) - \mathbf{u}^{m-}(z)) = \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{i}^m(z) , \quad (2)$$

де  $\mathbf{u}^+(z), \mathbf{u}^-(z)$  – вектори напруг прямої та зворотної хвиль відповідно;

$\mathbf{i}^+(z), \mathbf{i}^-(z)$  – вектори струмів прямої та зворотної хвиль відповідно;

$\mathbf{u}^m(z), \mathbf{i}^m(z)$  – вектори комплексних амплітуд мод для напруг і струмів відповідно;

$\mathbf{u}^{m+}(z), \mathbf{u}^{m-}(z), \mathbf{i}^{m+}(z), \mathbf{i}^{m-}(z)$  – вектори комплексних амплітуд мод для прямих та зворотних хвиль напруг і струмів відповідно:

$$\mathbf{u}^{m\pm}(z) = \begin{bmatrix} u_1^m \exp(\mp \gamma_1 z) & u_2^m \exp(\mp \gamma_2 z) & \cdots & u_M^m \exp(\mp \gamma_M z) \end{bmatrix}^T ; \quad (3)$$

$$\mathbf{i}^{m\pm}(z) = \begin{bmatrix} i_1^m \exp(\mp \gamma_1 z) & i_2^m \exp(\mp \gamma_2 z) & \cdots & i_M^m \exp(\mp \gamma_M z) \end{bmatrix}^T , \quad (4)$$

де верхні знаки стосуються прямих, а нижні – зворотних хвиль, а верхній індекс  $T$  означає транспонування;  $\gamma_k = \alpha_k + i\beta_k, k = \overline{1, M}$  – комплексні коефіцієнти поширення мод, де  $\alpha_k$  – коефіцієнт загасання, а  $\beta_k$  – фазовий коефіцієнт  $k$ -ї моди;  $\hat{\mathbf{U}}, \hat{\mathbf{I}}$  – матриці власних векторів напруг і струмів відповідно:

$$\hat{\mathbf{U}} = [\hat{\mathbf{u}}_1 \quad \hat{\mathbf{u}}_2 \quad \dots \quad \hat{\mathbf{u}}_M], \quad \hat{\mathbf{I}} = [\hat{\mathbf{i}}_1 \quad \hat{\mathbf{i}}_2 \quad \dots \quad \hat{\mathbf{i}}_M]; \quad (5)$$

індекс біля кожного власного вектора означає порядковий номер моди і відповідає індексу коефіцієнта поширення;  $k$ -й власний вектор напруги або струму описує відносний розподіл напруги (відповідно струму) на провідниках багатопровідної лінії:

$$\hat{\mathbf{u}}_k = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{Mk})^T, \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{i}}_k = (i_{1k}, i_{2k}, \dots, i_{Mk})^T, \quad (7)$$

де  $\mathbf{Y}_m$  – матриця хвильових модових провідностей багатопровідної лінії, означена співвідношеннями:

$$\mathbf{i}^{m+}(z) = \mathbf{Y}_m \cdot \mathbf{u}^{m+}(z), \quad \mathbf{u}^{m+}(z) = \mathbf{Z}_m \cdot \mathbf{i}^{m+}(z), \quad \mathbf{Y}_m = \mathbf{Z}_m^{-1}, \quad (8)$$

де  $\mathbf{Z}_m$  – матриця хвильових модових провідностей багатопровідної лінії.

Матриці власних векторів напруг і струмів та коефіцієнти поширення мод можна одержати із розв'язків задачі про власні значення та власні вектори добутоків матриць первинних параметрів багатопровідної лінії  $\tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{Y}}$  та  $\tilde{\mathbf{Y}}\tilde{\mathbf{Z}}$ :

$$(\tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{Y}} - \gamma^2 \mathbf{1}) \cdot \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \quad (9)$$

$$(\tilde{\mathbf{Y}}\tilde{\mathbf{Z}} - \gamma^2 \mathbf{1}) \cdot \hat{\mathbf{i}} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

де  $\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{R}} + i\omega\tilde{\mathbf{L}}$  – квадратна матриця комплексних погонних опорів:

$\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{G}} + i\omega\tilde{\mathbf{C}}$  – квадратна матриця комплексних погонних провідностей:

$i$  – мніма одиниця;  $\omega$  – колова частота;

матриці  $\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{L}}, \tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{C}}$  – дійсні квадратні матриці погонних активних опорів, індуктивностей, активних провідностей і ємнісних коефіцієнтів багатопровідної лінії відповідно;

$\mathbf{1}, \mathbf{0}$  означає одиничну та нульову матриці порядку  $M$  відповідно.

Оскільки амплітуди напруг (або струмів) різних мод взаємно незалежні, то матриці хвильових модових провідностей та опорів діагональні. Відзначимо, що за означенням (8) діагональні елементи матриць хвильових модових опорів або провідностей – це відношення комплексних амплітуд прямих (або зворотних з урахуванням знака «мінус») хвиль напруг і струмів відповідної моди. Вони не визначають відношень між відповідними компонентами власних векторів напруги (6) і струму (7) конкретних мод. Ці відношення описують матриці характеристичних опорів або провідностей, як це показано нижче.

Для обчислення матриць хвильових модових опорів  $\mathbf{Z}_m$  або провідностей  $\mathbf{Y}_m$  потрібно застосувати телеграфні рівняння. Для прямих хвиль з використанням уведених вище позначень мають такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d}{dz} \mathbf{u}^+(z) &= -\frac{d}{dz} (\hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{u}^{m+}(z)) = -\hat{\mathbf{U}} \cdot \frac{d}{dz} (\exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{u}^{m+}(0)) = \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{u}^{m+}(z) = \tilde{\mathbf{Z}} \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{i}^{m+}(z) \\ -\frac{d}{dz} \mathbf{i}^+(z) &= -\frac{d}{dz} (\hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{i}^{m+}(z)) = -\hat{\mathbf{I}} \cdot \frac{d}{dz} (\exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{i}^{m+}(0)) = \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{i}^{m+}(z) = \tilde{\mathbf{Y}} \cdot \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{u}^{m+}(z) \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Звідси, застосовуючи означення (8), отримаємо

$$\mathbf{\Gamma}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{Z}} \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{Y}_m = \mathbf{1}, \quad (12)$$

$$\mathbf{\Gamma}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{I}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{Y}} \cdot \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{Z}_m = \mathbf{1}. \quad (13)$$

Якщо власні вектори напруг і струмів незалежно визначати як розв'язки задач (9) і (10), то матриці хвильових модових опорів або провідностей необхідно обчислити зі співвідношень (12) або (13):

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{\Gamma}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{Z}} \cdot \hat{\mathbf{I}}, \quad (14)$$

$$\mathbf{Y}_m = \mathbf{\Gamma}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{I}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{Y}} \cdot \hat{\mathbf{U}}. \quad (15)$$

### Характеристичні опори та провідності багатопровідних ліній

З виразів (1) і (2) випливає, що напруги і струми прямих хвиль у багатопровідній лінії пов'язані між собою так:

$$\mathbf{u}^+(z) = \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{Z}_m \cdot \hat{\mathbf{I}}^{-1} \mathbf{i}^+(z) = \mathbf{Z}_c \cdot \mathbf{i}^+(z), \quad (16)$$

$$\mathbf{i}^+(z) = \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{Y}_m \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} \mathbf{u}^+(z) = \mathbf{Y}_c \cdot \mathbf{u}^+(z), \quad (17)$$

а напруги та струми зворотних хвиль – як

$$\mathbf{u}^-(z) = -\hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{Z}_m \cdot \hat{\mathbf{I}}^{-1} \mathbf{i}^-(z) = -\mathbf{Z}_c \cdot \mathbf{i}^-(z), \quad (18)$$

$$\mathbf{i}^-(z) = -\hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{Y}_m \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} \mathbf{u}^-(z) = -\mathbf{Y}_c \cdot \mathbf{u}^-(z). \quad (19)$$

Матрицю

$$\mathbf{Z}_c = \hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{Z}_m \cdot \hat{\mathbf{I}}^{-1} = \mathbf{Y}_c^{-1} \quad (20)$$

вважають матрицею *характеристичних опорів*, а матрицю

$$\mathbf{Y}_c = \hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{Y}_m \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} = \mathbf{Z}_c^{-1} \quad (21)$$

матрицею *характеристичних провідностей* лінії. Відзначимо, що характеристичні опори і провідності  $\mathbf{Z}_c$  та  $\mathbf{Y}_c$  описані комплексними квадратними (недіагональними) матрицями. Їх елементи виражають співвідношення між компонентами власних векторів напруг і струмів з урахуванням відповідних елементів матриці  $\mathbf{Y}_m$ , або інакше, між компонентами нормованих власних векторів  $\hat{\mathbf{U}}\sqrt{\mathbf{Z}_m}$  та  $\hat{\mathbf{I}}\sqrt{\mathbf{Y}_m}$ . Зауважимо, що означення матриць  $\mathbf{Z}_c$  та  $\mathbf{Y}_c$  в [7] передбачає, що  $\mathbf{Y}_m = \mathbf{1}$ , тобто, що це є одинична матриця.

Наведене тут означення матриці характеристичних опорів (або характеристичних провідностей) багатопровідної лінії узгоджується з поняттям характеристичного опору (провідності) у теорії чотиріполюсника, бо, як показано в роботі [7], якщо відрізок багатопровідної лінії навантажений на виході М-полюсником, описаним матрицею характеристичних опорів, то його матриця вхідних опорів дорівнює матриці характеристичних опорів цієї лінії. Очевидно, що на підставі співвідношень (20) і (21) узгодження в сенсі рівності матриць характеристичних опорів (провідностей) багатопровідної лінії і матриці опорів (провідностей) навантаження автоматично означає узгодження усіх мод, і навпаки.

### Матриця розсіяння відрізка багатопровідної лінії

Для проведення аналізу схем із використанням багатопровідних ліній необхідно отримати співвідношення між напругами і струмами на кінцях відрізка багатопровідної лінії, тобто описати відрізок такої лінії схемними параметрами подібно до лінійного (М+М)-полюсника загального виду (рис. 1). Спочатку вважатимемо, що відрізок багатопровідної лінії зліва від площини  $T_1$  і справа від площини  $T_2$  навантажений напівнескінченними багатопровідними лініями з параметрами, ідентичними до параметрів відрізка лінії..

Введемо позначення для модових хвильових амплітуд у двох точках  $z_1$  і  $z_2$  лінії, відстань між якими  $l = |z_2 - z_1|$ :

$$\mathbf{u}_1^{m+} \equiv \mathbf{u}^{m+}(z_1), \quad \mathbf{u}_1^{m-} \equiv \mathbf{u}^{m-}(z_1), \quad \mathbf{u}_2^{m-} \equiv \mathbf{u}^{m-}(z_2), \quad \mathbf{u}_2^{m+} \equiv \mathbf{u}^{m+}(z_2) \quad (22)$$

та взаємозв'язки між якими мають такий вигляд:

$$\mathbf{u}_1^{m-} = \exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{u}_2^{m-}, \quad \mathbf{u}_1^{m+} = \exp \mathbf{G} \cdot \mathbf{u}_2^{m+} \quad (23)$$

де  $\exp \mathbf{G} = \text{diag}[\exp(\gamma_1 l) \quad \exp(\gamma_2 l) \quad \dots \quad \exp(\gamma_M l)]$ ,

$\exp \mathbf{G}^{-1} = \text{diag}[\exp(-\gamma_1 l) \quad \exp(-\gamma_2 l) \quad \dots \quad \exp(-\gamma_M l)]$  – комплексні діагональні матриці.

Звідси зрозуміло, що співвідношення між модовими амплітудами напруги можна описати модовою матрицею розсіяння:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{m-} \\ \mathbf{u}_2^{m+} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11}^m & \mathbf{S}_{12}^m \\ \mathbf{S}_{21}^m & \mathbf{S}_{22}^m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{m+} \\ \mathbf{u}_2^{m-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \exp \mathbf{G}^{-1} \\ \exp \mathbf{G}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{m+} \\ \mathbf{u}_2^{m-} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Беручи до уваги співвідношення між амплітудами прямих і зворотних хвиль напруги та відповідними модовими амплітудами на підставі виразів (1) і (2), отримаємо матрицю розсіяння для опису взаємозв'язків між комплексними амплітудами прямих і зворотних хвиль напруги [7]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^- \\ \mathbf{u}_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11}^u & \mathbf{S}_{12}^u \\ \mathbf{S}_{21}^u & \mathbf{S}_{22}^u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^+ \\ \mathbf{u}_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{U}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \exp \mathbf{G}^{-1} \\ \exp \mathbf{G}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{U}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^+ \\ \mathbf{u}_2^- \end{bmatrix}$$

або

$$\mathbf{S}^u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \hat{\mathbf{U}} \cdot \exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} \\ \hat{\mathbf{U}} \cdot \exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

### Матриця розсіяння стику, утвореного сполученням двох багатопровідних ліній

Розглянемо обчислення матриці розсіяння стику двох багатопровідних ліній (рис. 2, а). Під час використання хвильових параметрів такий стик трактується як багатополосник (М+М-полосник), показаний на рис. 2, а пунктирною лінією. Подібно можна визначити матрицю розсіяння під час з'єднання (стику) двох багатополосників (рис. 2, б).

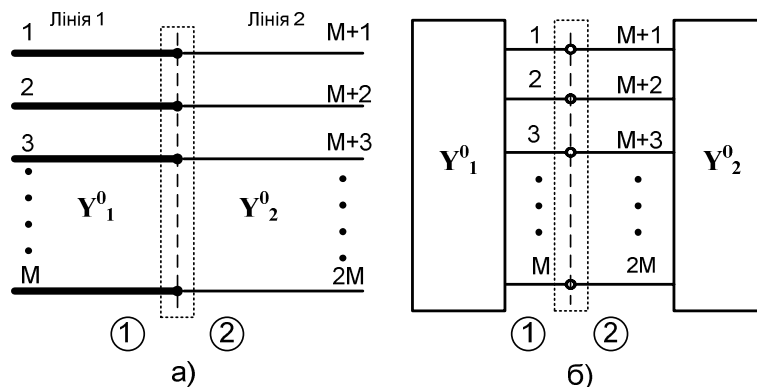


Рис. 2. Стик двох багатопровідних ліній (а) або двох багатополосників (б)

Враховуючи умови неперервності напруг і струмів на стику і беручи до уваги взаємозв'язки між напругами, струмами, провідностями та прямими і зворотними хвилями на стику, отримуємо ненормовану матрицю розсіяння стику:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{Y}_1^0 + \mathbf{Y}_2^0)^{-1} (\mathbf{Y}_1^0 - \mathbf{Y}_2^0) & 2(\mathbf{Y}_1^0 + \mathbf{Y}_2^0)^{-1} \mathbf{Y}_2^0 \\ 2(\mathbf{Y}_1^0 + \mathbf{Y}_2^0)^{-1} \mathbf{Y}_1^0 & -(\mathbf{Y}_1^0 + \mathbf{Y}_2^0)^{-1} (\mathbf{Y}_1^0 - \mathbf{Y}_2^0) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

### Матриця розсіяння навантаженого відрізка багатопровідної лінії

Загальну схему заміщення відрізка багатопровідної лінії з навантаженнями на входах, використану у цій роботі, показано на рис. 3, а. Навантаження імітовані двома М-полосниками, описаними матрицями провідностей  $\mathbf{Y}_1^0$  та  $\mathbf{Y}_2^0$ . Зв'язок між багатополосниками-навантаженнями

здійснюється лише через відрізок багатопровідної лінії. Окремий випадок навантаження відрізка багатопровідної лінії іншими лініями показано на рис. 3, б. Для цього випадку  $Y_1^0 = Y_c^l$  і  $Y_2^0 = Y_c^r$ , де  $Y_c^l$  та  $Y_c^r$  – матриці характеристичних провідностей ліній зліва і справа.

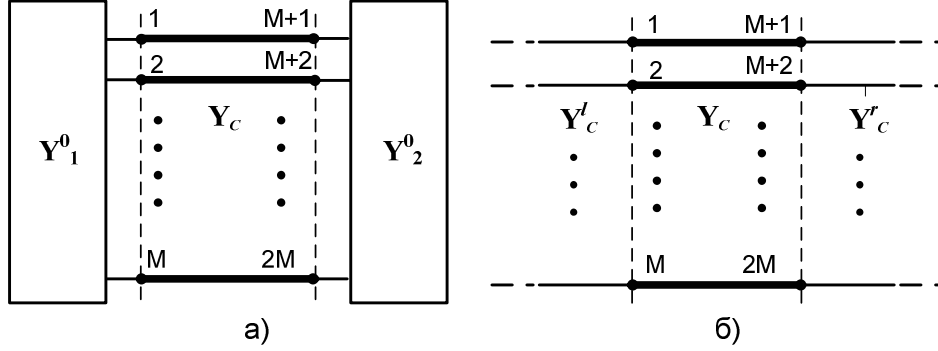


Рис. 3. Відрізок багатопровідної лінії, навантаженої багатополюсниками  $\tilde{I}$  (а) або іншими лініями (б)

Схему рис. 3 можна інтерпретувати як каскадне сполучення трьох багатополюсників: стику багатополюсника (або напівбезмежної багатопровідної лінії) зліва з цим відрізком лінії багатополюсника, який являє цей відрізок лінії, і стику цього відрізка лінії з багатополюсником (або напівбезмежною багатопровідною лінією) справа.

Стики з навантаженнями зліва і справа описані відповідними матрицями розсіювання, а саме: стик зліва – матрицею  $S^l$ , отриманою зі співвідношення (26) підстановкою  $Y_2^0 = Y_c$ , і стик справа – матрицею  $S^r$ , отриманою в подібний спосіб з  $Y_1^0 = Y_c$ . Матриця розсіювання відрізка багатопровідної лінії  $S^L$  описана виразом (25). Матриця розсіювання сполучення двох багатополюсників з урахуванням уведених тут позначень має такий вигляд [9]:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^l + S_{12}^l \cdot (\mathbf{1} - S_{11}^L S_{22}^L)^{-1} \cdot S_{11}^L \cdot S_{21}^l & S_{12}^l \cdot (\mathbf{1} - S_{11}^L S_{22}^L)^{-1} \cdot S_{12}^L \\ S_{21}^L \cdot (\mathbf{1} - S_{22}^L S_{11}^L)^{-1} \cdot S_{21}^l & S_{22}^L + S_{21}^L \cdot (\mathbf{1} - S_{22}^L S_{11}^L)^{-1} \cdot S_{22}^l \cdot S_{12}^L \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Для отримання результуючої матриці розсіювання спочатку обчислимо матрицю розсіювання для сполучення лівого стику з відрізком лінії, використовуючи формулу (27):

$$S_{11}^{LL} = S_{11}^l + S_{12}^l \cdot (\mathbf{1} - S_{11}^L S_{22}^L)^{-1} \cdot S_{11}^L \cdot S_{21}^l = S_{11}^l = (Y_1^0 + Y_c)^{-1} (Y_1^0 - Y_c), \quad (28)$$

$$S_{12}^{LL} = S_{12}^l \cdot (\mathbf{1} - S_{11}^L S_{22}^L)^{-1} \cdot S_{12}^L = S_{12}^l \cdot S_{12}^L = 2(Y_1^0 + Y_c)^{-1} Y_c \cdot \hat{U} \cdot \exp G^{-1} \cdot \hat{U}^{-1}, \quad (29)$$

$$S_{21}^{LL} = S_{21}^L \cdot (\mathbf{1} - S_{22}^L S_{11}^L)^{-1} \cdot S_{21}^l = S_{21}^L \cdot S_{21}^l = 2 \cdot \hat{U} \cdot \exp G^{-1} \cdot \hat{U}^{-1} \cdot (Y_1^0 + Y_c)^{-1} \cdot Y_1^0, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} S_{22}^{LL} &= S_{22}^L + S_{21}^L \cdot (\mathbf{1} - S_{22}^L S_{11}^L)^{-1} \cdot S_{22}^l \cdot S_{12}^L = S_{21}^L \cdot S_{22}^l \cdot S_{12}^L = \\ &= -\hat{U} \cdot \exp G^{-1} \cdot \hat{U}^{-1} \cdot (Y_1^0 + Y_c)^{-1} \cdot (Y_1^0 - Y_c) \cdot \hat{U} \cdot \exp G^{-1} \cdot \hat{U}^{-1}. \end{aligned} \quad (31)$$

Далі обчислимо матрицю розсіювання двосторонньо навантаженого відрізка лінії, під'єднуючи правий стик. Аналітичні результати для цього випадку достатньо громіздкі, а тому тут не наведені.

Отримані співвідношення дають змогу здійснити комп'ютерне моделювання процесів у багатопровідних лініях.

### Аналіз перехресних зв'язків у багатопровідних лініях

Передусім розглянемо найпростіший випадок відрізка багатопровідної лінії, ідеально узгодженого на обидвох кінцях. Матриці розсіювання для модових амплітуд і амплітуд хвиль напруги описані виразами (24) і (25) відповідно.

Очевидно, що згідно з виразом (24) окремі моди поширюються вздовж лінії, не взаємодіючи одна з одною, а режим ідеального узгодження означає відсутність відбиттів від кінців відрізка лінії, а отже, відсутність інтерференції прямих і зворотних хвиль. Однак традиційні способи під'єднання генераторів і приймачів коливань не забезпечують режиму збудження і приймання окремих мод у багатопровідній лінії. Під'єднання генераторів і навантажень (приймачів) між певними провідниками (полюсами) лінії та землею (екраном) спричиняє збудження і приймання усього спектра мод багатопровідної лінії. У виразі (25) це відображено добутками  $\hat{\mathbf{U}} \cdot \exp \mathbf{G}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{U}}^{-1}$ . Розподіли амплітуд модових напруг  $\mathbf{u}^m(z)$  і струмів  $\mathbf{i}^m(z)$  за конкретного способу збудження, визначеного заданим вектором напруг  $\mathbf{u}(z)$  або струмів  $\mathbf{i}(z)$  в точці  $z$ , можна обчислити як розв'язки систем лінійних рівнянь (1) і (2):

$$\mathbf{u}^m(z) = \hat{\mathbf{U}}^{-1} \cdot \mathbf{u}(z), \quad \mathbf{i}^m(z) = \hat{\mathbf{I}}^{-1} \cdot \mathbf{i}(z), \quad (32)$$

за відомого модового спектра багатопровідної лінії, заданого матрицями власних векторів  $\hat{\mathbf{U}}, \hat{\mathbf{I}}$ . Для кожного конкретного значення координати  $z$  існує взаємно однозначна відповідність між розподілом напруг або струмів на провідниках лінії та комплексними амплітудами мод. В ідеальному випадку однорідного діелектричного заповнення лінії та відсутності втрат у провідниках (Т-хвилі) коефіцієнти поширення усіх мод однакові і амплітудно-фазові співвідношення між модами не змінюються вздовж відрізка лінії. Тоді відносний розподіл напруг або струмів по провідниках лінії не залежить від координати  $z$ , а це означає відсутність перехресних зв'язків між провідниками лінії. Іншими словами, при збудженні, наприклад першого полюса (провідника) одиничною напругою, саме таке збудження буде прийняте на протилежному кінці відрізка лінії, а на інших полюсах напруга буде відсутня.

За наявності втрат у провідниках та передусім неоднорідного поперечного діелектричного заповнення у багатопровідній лінії поширюються квазі-Т-хвилі з різними коефіцієнтами поширення різних мод, тобто  $\gamma_i \neq \gamma_k$  за  $i \neq k$ . Внаслідок цього амплітудно-фазові співвідношення між різними модами змінюються залежно від координати  $z$ , що призводить до зміни відносного розподілу напруг і струмів на провідниках лінії, тобто до появи перехресних зв'язків. Підкреслимо, що це відбувається навіть за умови ідеального узгодження обидвох сторін відрізка багатопровідної лінії.

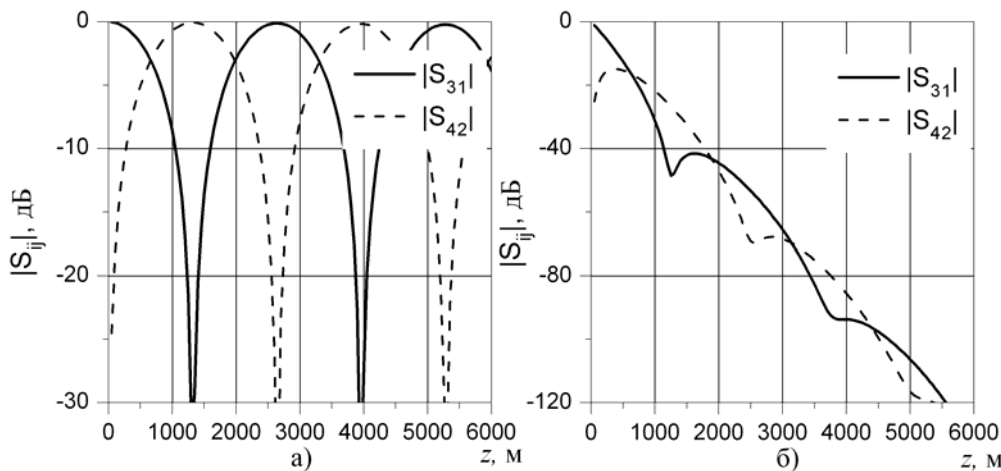


Рис. 4. Модулі коефіцієнтів пересилання між полюсами ідеально узгодженого відрізка безвтратної (а) та втратної (б) двопровідної лінії над екраном

На рис. 4, а, б для двопровідної лінії, утвореної двома круглими провідниками в ізоляції, розташованими на однаковій висоті над провідним екраном, показані результати обчислень модулів коефіцієнтів пересилання між полюсами 1 і 3, які належать одному провіднику лінії та розташовані по різних боках відрізка та між полюсами 2 і 4, які належать до другого провідника. Довжина лінії дорівнює 6000 м, частота – 2 МГц (дані, типові для технологій xDSL). Рис. 4, а відповідає

ідеалізованому випадку безвтратної лінії, тоді як рис. 4, б – лінії з втратами в провідниках та ізоляції. Для безвтратного варіанта бачимо характерну картину інтерференції двох хвиль з однаковими амплітудами. Період пульсацій визначається різницею фазових коефіцієнтів двох мод, наявних в лінії, і для цього прикладу становить 2642 м, що значно більше від довжин хвиль окремих мод, які дорівнюють 141,71 і 134,495 м. Оскільки амплітуди мод однакові, то за половину такого періоду перехресний зв'язок між провідниками змінюється від нуля до повного зв'язку. Наявність втрат істотно змінює кількісні співвідношення (рис. 4, б), але якісна картина коливної зміни перехресного зв'язку залишається. Відзначимо, що перехресний зв'язок між провідниками виявляється лише на полюсах сторони відрізка лінії, протилежної до розташування джерела збудження. В англійській літературі це називають перехресним зв'язком на віддаленому кінці (far end crosstalk – FEXT). Вказана інтерференція не може спричинити появу перехресних зв'язків між полюсами на ближньому кінці лінії.

За більшої кількості провідників лінії інтерференційна картина значно ускладнюється, але саме суперпозиція мод з різними фазовими коефіцієнтами обумовлює існування перехресних зв'язків на віддаленому кінці лінії в режимі ідеального узгодження лінії. На рис. 5 показано результати моделювання для 20-провідної лінії завдовжки 200 м, утвореної паралельними еквідистантними провідниками в ізоляції, розташованими на однаковій висоті над плоским провідним екраном. Модулі коефіцієнтів пересилання обчислені на частоті 100 МГц (частота, характерна для Ethernet).

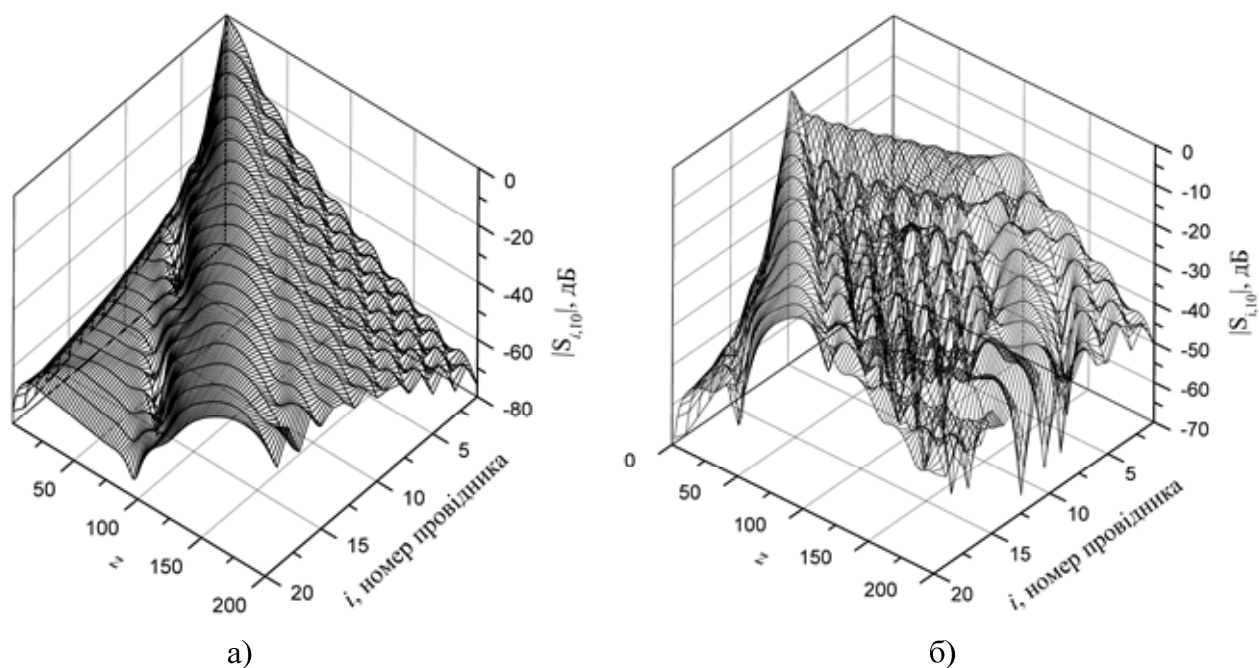


Рис. 5. Модулі коефіцієнтів пересилання ідеально узгодженого відрізка втратної 20-провідної лінії над екраном: між полюсом 10 і полюсами 21...40 (а); між полюсом 1 і полюсами 21...40 (б)

На рис. 5, а показані результати обчислення модулів коефіцієнтів пересилання між полюсом 1 (перший провідник) на одному боці відрізка лінії та полюсами 21...40 на протилежному боці цього відрізка. З рисунка зрозуміло, як внаслідок інтерференції мод максимум модуля коефіцієнта пересилання переміщається від провідника до провідника за збільшення значень поздовжньої координати  $z$ . Очевидно, що ці результати можна також інтерпретувати як значення амплітуди прямої хвилі гармонічного коливання напруги за одиничного збудження першого полюса.

На рис. 5, б подібні результати ілюструють поведінку модулів коефіцієнтів пересилання між полюсом 10, який належить провіднику 10, розташованому посередині системи з 20 провідників лінії, і полюсами 21...40. Максимуми коефіцієнтів пересилання тепер переміщуються в обидва боки від центрального провідника, «відбиваються», досягнувши поперечних країв лінії, і поширюються



назустріч. Це зустрічне переміщення додатково ускладнює інтерференційну картину, яка нагадує картину стоячих хвиль як у поперечному, так і в поздовжньому напрямках. Теоретичний аналіз цих явищ необхідний, однак виходить за межі цієї роботи.

Під'єднання неузгодженого навантаження до полюсів з одного боку відрізка багатопровідної лінії вносить додаткове джерело перехресних зв'язків. Передусім, як це бачимо з виразу (26) для матриці розсіяння стику, неузгодження викликає появу зворотних хвиль від стику, кількісні співвідношення для яких описують матриці-клітки  $S_{11}$  і  $S_{22}$ . Наприклад, для лівого стику (рис. 3, а) модулі діагональних елементів матриці-клітки  $S_{11}$  описують зворотні втрати на лівому кінці відрізка багатопровідної лінії, викликані відбиттям хвиль від відповідних полюсів, а позадіагональні елементи характеризують перехресні зв'язки між різними полюсами на одному боці стику з боку навантаження. Ці зв'язки відомі в літературі як перехресні зв'язки на ближньому кінці лінії (near end crosstalk –NEXT). Якщо протилежний кінець відрізка лінії ідеально узгоджений, то вказаний чинник є єдиним джерелом NEXT; це безпосередньо впливає з виразу (28). Ненульові значення діагональних елементів матриці-клітки  $S_{22}$  лівого стику, крім збільшення втрат пересилання справа наліво, викликають інтерференцію між хвилями, що приходять справа, і відбитими хвилями, тим самим порушуючи режим поточних хвиль у відрізка багатопровідної лінії. Ненульові позадіагональні елементи  $S_{22}$  є ще одним з чинників, який викликає появу FEXT на правому боці відрізка лінії, що підтверджує співвідношення (31).

Елементи матриць-кліток  $S_{21}$  і  $S_{12}$  – це коефіцієнти пересилання між полюсами, які лежать по різні боки стику, тобто з боку навантаження і з боку лінії. Коефіцієнти пересилання  $S_{i,M+i}$  та  $S_{M+i,i}$  відповідають прямому каналу пересилання через стик, а коефіцієнти  $S_{j,M+i}$  і  $S_{M+i,j}$ ,  $i \neq j$  описують ще одне джерело FEXT для лівого та правого боків відрізка лінії відповідно, як це зрозуміло з виразів (29) і (30).

Для ілюстрації сказаного вище, на рис. 6 показано модулі елементів матриці розсіяння стику багатопровідної лінії, утвореної вісьмома паралельними провідниками в ізоляції, розташованими на однаковій висоті над провідним екраном, з восьмиполюсником-навантаженням, матриця провідності якого дорівнює діагональним елементам матриці характеристичної провідності описаної лінії.

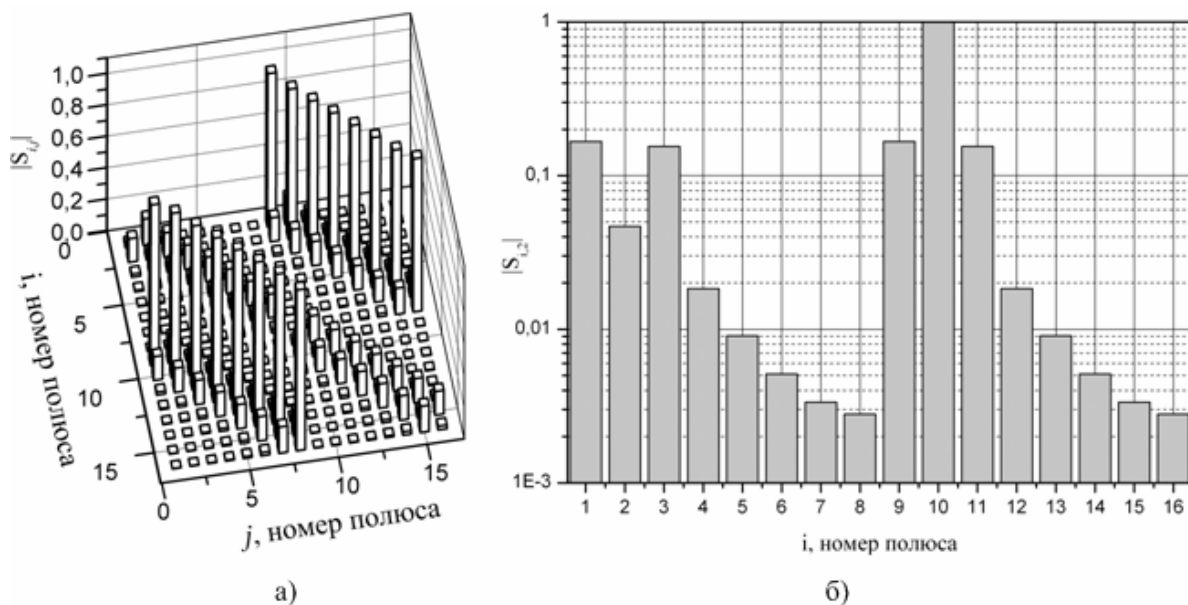


Рис. 6. Модулі елементів матриці розсіяння стику багатопровідної лінії з навантаженням

Діаграма на рис. 6, а показує відносні величини та розташування вказаних модулів елементів матриці розсіяння, а діаграма на рис. 6, б ілюструє модулі елементів другого стовпця  $|S_{i,2}|$  з використанням логарифмічної шкали по осі ординат внаслідок великих різниць між числовими

значеннями цих елементів. Стовець 2 діаграми рис. 6, б відповідає модулю коефіцієнта відбиття  $|S_{2,2}|$ , який характеризує зворотні втрати. Інші елементи  $|S_{i,2}|$ ,  $i = \overline{1,8}$ ;  $i \neq 2$  характеризують NEXT. Стовець 10 діаграми на рис. 6, б відповідає модулю коефіцієнта пересилання прямого каналу, утвореного другим провідником з полюсами 2 і 10. Безпосередньо на стику (з боку лінії) ця величина найбільша з усіх. Інші стовпці з номерами понад 8 (крім стовпця 10) характеризують FEXT безпосередньо на стику з боку лінії і є джерелами FEXT для правого боку відрізка лінії. Розподіл цих модулів коефіцієнтів пересилання на протилежному кінці відрізка лінії відрізнятиметься від показаного внаслідок міжмодової інтерференції, як це бачимо з виразів (35) і (36), що проілюстровано вище.

Найскладнішим випадком є двостороннє неузгоджене навантаження відрізка багатопровідної лінії. До вже описаних ефектів додається ще інтерференція хвиль, які поширюються у відрізку багатопровідної лінії у взаємно протилежних напрямках внаслідок відбиттів від стиків, включно з можливими резонансами. Однак внаслідок впливу втрат у лінії ця інтерференція має істотний вплив тільки для порівняно коротких відрізків багатопровідної лінії, загасання в яких орієнтовно не перевищує 20 дБ. З точки зору ефектів впливу інтерференції прямих і зворотних хвиль довші відрізки можна вважати фактично узгодженими на протилежному кінці. Деякі результати аналізу характеристик пересилання багатопровідної лінії в частотній області наведені у [8].

### Висновки:

1. Отримано співвідношення для обчислення діагональної матриці модових хвильових провідностей та опорів, а також для симетричних недіагональних матриць характеристичних провідностей та опорів багатопровідної лінії.
2. Побудовано математичну модель відрізка багатопровідної лінії, навантаженого з двох боків. Отримано аналітичні вирази для матриці розсіяння такого відрізка для випадків ідеального узгодження обидвох сторін та одностороннього неузгодженого навантаження.
3. Показано, що важливою причиною виникнення перехресних зв'язків на віддаленому кінці багатопровідної лінії (FEXT) є міжмодова інтерференція квазі-Т-хвиль за різних коефіцієнтів поширення різних мод в лінії.
4. Показано, що причиною виникнення перехресних зв'язків на ближньому кінці багатопровідної лінії (NEXT) є неідеальне узгодження навантаження і лінії, яке виникає внаслідок того, що матриця характеристичних провідностей або опорів багатопровідної лінії не дорівнює матриці провідностей або опорів навантаження. Цей чинник спричиняє також додатковий вплив на величини FEXT, а у разі відсутності міжмодової дисперсії є основною і єдиною причиною виникнення FEXT.

1. ITU-T Recommendation G.996.1 (02/2001)/Amd.1 (03/2003), Annex B Test loops and crosstalk disturbers of ADSL transceivers with extended bandwidth for environment coexisting with TCM-ISDN DSL as defined in ITU-T Rec.G.961 Appendix III. 2. Commercial Building Telecommunications Cabling Standard – Part 2: Balanced Twisted Pair Cabling Components (ANSI/TIA/EIA-568-B.2-2001). 3. Commercial Building Telecommunications Cabling Standard – Part 2: Balanced Twisted Pair Components – Addendum 1 – Transmission Performance Specifications for 4-Pair 100 Ohm Category 6 Cabling (ANSI/TIA/EIA-568-B.2-1-2002). 4. Marks R.D., Williams D.F. A general waveguide circuit theory. – J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **97**, 1992. – Н. 533–562. 5. Williams D.F., Hayden L.A., Marks R.B. A complete multimode equalent-circuit theory for electrical design. – J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **102**, – 1997. P. 405–423. 6. Khan J.D., Esherbini A.Z., Smith C.E., Kajfez D. Characteristics of cylindrical multiconductor transmission lines above a perfectly conducting ground plane. Progress in Electromagnetics Research. – 1997. – PIER 15, – P. 191–220. 7. Павликевич М.Й. Схемні параметри багатопровідних ліній// Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К.: 2007. – Вип. 42. – С. 125–137. 8. Павликевич М.Й. Аналіз характеристик багатопровідної лінії у частотній області// Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К.: 2008. – Вип. 49. – С. 109–126. 9. Сазонов Д.М., Гридин Ф.Н., Мишустин Б.А. Устройства СВЧ: Учеб. пособие / Под ред. Д.М. Сазонова. – М.: Высш. шк., 1981. – 295 с.