

ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН

УДК 621.3.01

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ НА ЇХНІ ВИХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© Павельчак Андрій¹, Самотий Володимир^{1,2}, Дзелендзяк Уляна¹, 2008

¹ Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна

² Вища школа бізнесу у Домброві Гурнічій, вул. Цепляка, 1с, Домброва Гурніча, Польща

Розглянуто алгоритм застосування функцій чутливостей для визначення зміни вихідних характеристик ЕМЕ СК (на прикладі ферромагнетного тристержневого подвоювача частоти) у разі зміни значень схемних параметрів. Наведено результати моделювання.

Рассмотрен алгоритм применения функций чувствительностей для определения изменений исходных характеристик ЕМЕ СУ (на примере ферромагнитного тристержневого удвоителя частоты) при изменении значений схемных параметров. Наводятся результаты моделирования.

There has been shown the algorithm of sensitivity functions application for definition of initial output data modifications of a frequency doubler at a modification of circuit parameters values. The results of modeling are induced.

1. Вступ. Під час проектування електромагнетного елемента системи керування (ЕМЕ СК) виникає проблема оцінки впливу тих чи інших технологічних параметрів на вихідні характеристики цього пристрою. Тут важливим є визначення допустимих відхилень значень елементної бази пристрою, що забезпечували б встановлені технічним завданням допуски для вихідних характеристик.

Цю задачу можна розв'язувати тривіальним способом: за допомогою моделювання роботи пристрою для широкого діапазону змін технологічних параметрів. Однак цей шлях вимагає великої кількості обчислювальних операцій. Доцільнішим є розв'язання цієї задачі за допомогою функцій чутливостей, які є частковими похідними вихідних характеристик за досліджуваними параметрами. Такий підхід дає можливість значно зменшити витрати часу на обчислення, та може бути застосованим у так званій транспортній задачі визначення допусків у технологічних параметрах за критерієм ціна–якість при забезпеченні відхилень вихідних характеристик пристрою, зазначених у технічному завданні. Аналітичні рівняння подано у тензорній формі.

2. Аналіз публікацій. Основні підходи до обчислення функцій чутливостей ґрунтуються на прямих методах диференціювання функцій чутливостей [2] або на непрямих методах визначення цих функцій [3]. Однак на практиці найпоширеніші звичайні методи прямого числового інтегрування. Методика розрахунку функцій чутливостей ЕМЕ СК, що використовується у цій статті, відображена у [6]. Ця методика використовує ідею розрахунку функцій чутливостей обчисленням часткових похідних за параметрами до певної колонки допоміжних значень змінних стану [4].

Пропозицію щодо визначення допусків на технологічні параметри із використанням функцій чутливостей можна знайти у в [1, 2], хоча наведені там методики стосуються лише лінійних об'єктів. Щодо публікацій, що відображають розв'язання задачі на конкретних пристроях, особливо що стосується нелінійних ЕМЕ СК, то вони практично відсутні.

3. Постановка задачі. Нехай досліджуваний ЕМЕ СК описується векторним рівнянням

$$f^i(t, u^\alpha, x^i(u^\alpha, t)) = 0, \quad (1)$$

де t – час, u^α – досліджувані технологічні параметри ЕМЕ СК, $x^i(u^\alpha, t)$ – змінні стану ЕМЕ СК.

Для $x^i(u^\alpha, t)$ здійснимо розклад у ряд Тейлора ($t = \text{const}$) при верхній межі допуску значень параметрів u_+^α

$$x^i(u_+^\alpha) = x^i(u_n^\alpha) + \frac{\partial x^i(u_n^\alpha)}{\partial u^\alpha} (u_+^\alpha - u_n^\alpha) + \frac{\partial^2 x^i(u_n^\alpha)}{\partial (u^\alpha)^2} (u_+^\alpha - u_n^\alpha)^2 + \mathbf{K}, \quad (2)$$

де u_n^α – номінальні значення параметрів. Зазначимо, що піднесення до степеня здійснюється для кожної координати окремо.

Аналогічно запишемо рівняння при нижній межі допуску параметрів u_-^α

$$x^i(u_-^\alpha) = x^i(u_n^\alpha) + \frac{\partial x^i(u_n^\alpha)}{\partial u^\alpha} (u_-^\alpha - u_n^\alpha) + \frac{\partial^2 x^i(u_n^\alpha)}{\partial (u^\alpha)^2} (u_-^\alpha - u_n^\alpha)^2 + \mathbf{K}. \quad (3)$$

Виразимо з рівнянь (2) та (3) відхилення вихідних характеристик щодо відхилень параметрів об'єкта, обмежившись першою похідною для ряду Тейлора

$$\Delta x_{n+}^i \approx \frac{\partial x^i(u_n^\alpha)}{\partial u^\alpha} \Delta u_{n+}^\alpha, \quad \Delta x_{n-}^i \approx \frac{\partial x^i(u_n^\alpha)}{\partial u^\alpha} \Delta u_{n-}^\alpha, \quad (4)$$

де $\Delta x_{n+}^i = x^i(u_+^\alpha) - x^i(u_n^\alpha)$, $\Delta x_{n-}^i = x^i(u_-^\alpha) - x^i(u_n^\alpha)$, $\Delta u_{n+}^\alpha = u_+^\alpha - u_n^\alpha$, $\Delta u_{n-}^\alpha = u_-^\alpha - u_n^\alpha$.

Відхилення вихідних характеристик ЕМЕ СК від номінальних визначатимемо як різницю їх діючих значень $x_{+д}^i - x_{нд}^i$ ($x_{-д}^i - x_{нд}^i$). Інтегрування математичної моделі ЕМЕ СК здійснюється для номінальних параметрів, у результаті чого ми отримаємо миттєві значення для x_n^i та $\frac{\partial x^i(u_n^\alpha)}{\partial u^\alpha}$. Далі за формулою (4) обчислюється різницевий сигнал Δx_{n+}^i (Δx_{n-}^i) та визначається x_+^i (x_-^i) як сума миттєвих значень

$$x_+^i(u_+^\alpha) = x^i(u_n^\alpha) + \Delta x_{n+}^i, \quad x_-^i(u_-^\alpha) = x^i(u_n^\alpha) + \Delta x_{n-}^i. \quad (5)$$

4. Метою цієї роботи є побудова моделі параметричної чутливості феромагнетного тристержневого подвоювача частоти (як прикладу ЕМЕ СК) та визначення величини відхилень вихідних характеристик цього елемента відносно ряду допусків для схемних елементів.

5. Розв'язання задачі.

Математична модель ЕМЕ. Записуючи рівняння стану ЕМЕ, будемо вважати, що первинні обмотки є приведеними за кількістю витків до вторинних. Допускаємо, що потоки розсіяння замикаються лише по повітрі; не враховуються втрати у сталі. Решта допущень є традиційними для теорії електромагнетного кола.

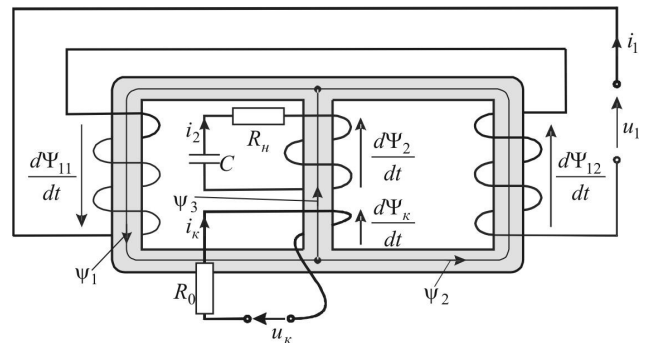


Рис. 1. Принципова схема феромагнетного подвоювача частоти

Феромагнетний тристержневий подвоювач частоти (рис.1) описується рівнянням [5]

$$\frac{dx^i}{dt} = B^i_j \frac{dy^j}{dt}, \quad (6)$$

де $x^i = [\Psi_1, \Psi_2, i_2, u_c]$ – основна система координат, $y^i = y^i(x^i)$ – допоміжна криволінійна система координат,

$$\frac{dy^i}{dt} = \begin{matrix} u^m - r^m_k i^k \\ i_2 \end{matrix}, \quad B^i_j = \frac{\partial x^i}{\partial y^j} = \begin{matrix} G^m_n \alpha^n_k & 0 \\ Z^2_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/C \end{matrix} -$$

координати зворотної матриці переходу до нових криволінійних координат. Координати допоміжних матриць мають такий вигляд

$$\alpha^i_j = \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_k \\ 2\alpha_1 & 0 & 0 \end{matrix}, \quad \alpha^k_{0j} = \begin{matrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_k \end{matrix},$$

$$H^j_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, G^i_j = \begin{bmatrix} \frac{a_{22}}{S} & \frac{a_{12}}{S} \\ -\frac{a_{21}}{S} & \frac{a_{11}}{S} \end{bmatrix},$$

$$Z^k_p = \alpha_{0j}^k (\delta^j_p - H^j_m G^m_n \alpha^n_p),$$

$$a_{11} = \alpha''_1 + \alpha''_3 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_k,$$

$$a_{12} = \alpha''_3 - \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_k, a_{21} = \alpha''_1 + 2\alpha_1,$$

$$a_{22} = \alpha''_2 + 2\alpha_1, \alpha_1 = \alpha_{11}\alpha_{12}/(\alpha_{11} + \alpha_{12}).$$

Величини $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_2, \alpha_k$ – обернені індуктивності розсіяння обмоток; Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 – робочі потокозчеплення; $\alpha''_1, \alpha''_2, \alpha''_3$ – обернені диференціальні індуктивності магнетних віток, які визначаємо за основною кривою намагнення (18)

$$\alpha''_i = \partial\varphi(\Psi_i)/\partial\Psi_i \quad i=1, 2, 3 \quad (7)$$

Запишемо рівняння електричних контурів

$$\frac{d\Psi^i}{dt} = u^i - r^i_k i^k, \quad (8)$$

де $\Psi^i = [\Psi_1, \Psi_2, \Psi_k]$ – координати вектора повних потокозчеплень, $r^i_k = \text{diag}[r_{11} + r_{12}, R_H + r_2, R_0 + r_k]$ – координати матриці опорів, $u^i = [u_1, -u_C, u_k]$ – координати вектора напруг, $i^k = [i_1, i_2, i_k]$ – координати вектора струмів.

Рівняння стану магнетних кіл мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_2 + i_k &= \varphi(\Psi_1) + \varphi(\Psi_1 - \Psi_2) \\ 2i_1 &= \varphi(\Psi_1) + \varphi(\Psi_2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Рівняння струмів обмоток

$$i_1 = \alpha_1(\Psi_1 - \Psi_1 - \Psi_2), \quad (10)$$

$$i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - \Psi_1 + \Psi_2), \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} y^1 &= \Psi_1 + \Psi_2 + \varphi(\Psi_1)/2\alpha_1 + \varphi(\Psi_2)/2\alpha_1 \\ y^2 &= \Psi_1 - \Psi_2 + i_2/\alpha_2 \\ y^3 &= \Psi_1 - \Psi_2 + \varphi(\Psi_1)/2\alpha_k - \varphi(\Psi_2)/2\alpha_k + \varphi(\Psi_1 - \Psi_2)/\alpha_k - i_2/\alpha_k \\ y^4 &= C \cdot u_C \end{aligned} \right\}, \frac{\partial y^i}{\partial u^\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ u_C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \tau^i}{\partial u^\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(2i_2 - \varphi(\Psi_1) + \varphi(\Psi_2) - \varphi(\Psi_3)) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tau^i = \begin{bmatrix} u_1 - (r_{11} + r_{21})(\varphi(\Psi_1) + \varphi(\Psi_2))/2 \\ -u_C - i_2(R_H + r_2) \\ u_k + (R_0 + r_k)(2i_2 - \varphi(\Psi_1) + \varphi(\Psi_2) - \varphi(\Psi_3))/2 \\ i_2 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \tau^i}{\partial x^k} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha''_1}{2}(r_{11} + r_{21}) & -\frac{\alpha''_2}{2}(r_{11} + r_{21}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_H - r_2 & -1 \\ -\frac{1}{2}(R_0 + r_k)(\alpha''_1 + \alpha''_3) & \frac{1}{2}(R_0 + r_k)(\alpha''_2 + \alpha''_3) & R_0 + r_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$i_k = \alpha_k(\Psi_k - \Psi_1 + \Psi_2). \quad (12)$$

Координати матриці коефіцієнтів додаткової системи рівнянь першої варіації мають значення

$$Q^i_j = \begin{bmatrix} & 0 \\ -r^m_k Z^k_n & -1/C \\ & 0 \\ Z^2_n & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Функції чутливостей. Функції чутливостей шукатимемо щодо параметрів $u^\alpha = [C, R_H, R_0]$

$$\xi^i_\alpha = \begin{bmatrix} \partial\Psi_1/\partial C & \partial\Psi_1/\partial R_H & \partial\Psi_1/\partial R_0 \\ \partial\Psi_2/\partial C & \partial\Psi_2/\partial R_H & \partial\Psi_2/\partial R_0 \\ \partial i_2/\partial C & \partial i_2/\partial R_H & \partial i_2/\partial R_0 \\ \partial u_C/\partial C & \partial u_C/\partial R_H & \partial u_C/\partial R_0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

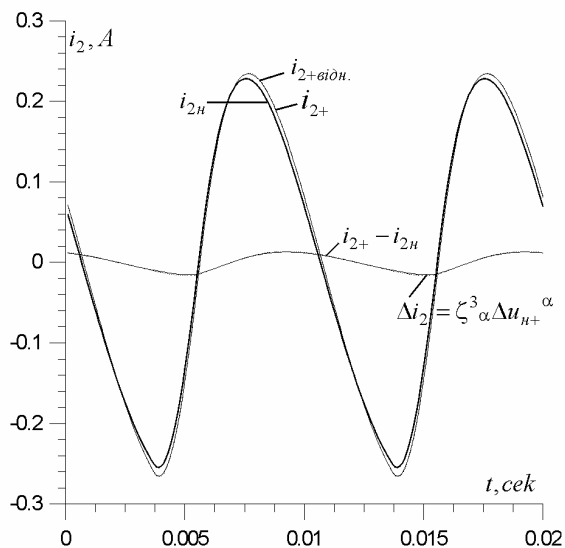
Пошук функцій чутливостей (14) будемо здійснювати за допомогою паралельного інтегрування з рівняннями стану (6) диференціальних рівнянь допоміжних чутливостей χ^i_α

$$\frac{\partial \chi^i_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial \tau^i}{\partial x^k} B^k_m \chi^m_\alpha - \frac{\partial \tau^i}{\partial x^k} B^k_j \frac{\partial y^j}{\partial u^\alpha} + \frac{\partial \tau^i}{\partial u^\alpha}, \quad (15)$$

де $\tau^i = \frac{\partial y^i}{\partial t}(u^\alpha, t, x^i(y^i(u^\alpha, t), u^\alpha))$ визначаємо з рівняння стану подвоювача частоти (6); зворотну функціональну залежність $y^i = y^i(x^i)$ шукаємо з (9)–(12) та диференціального рівняння конденсатора; координати матриць $\partial \tau^i/\partial x^k, \partial \tau^i/\partial u^\alpha$ та $\partial y^j/\partial u^\alpha$ – часткові похідні за x^i та u^α від цих функціональних залежностей

Відхилення постійних параметрів +5%

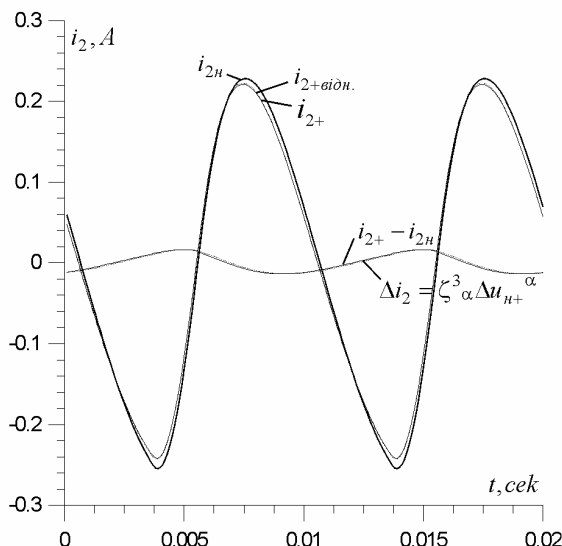
$i_{2нД} = 0,1668 \text{ A};$
 $\Delta i_{2Д} = 0,0097 \text{ A}; \quad \Delta i_{2Д} = (\zeta^3 \alpha \Delta u_{н+}^\alpha) = 0,0103 \text{ A};$
 $i_{2+Д} = 0,1728 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} = 0,1732 \text{ A};$
 $i_{2+Д} - i_{2нД} = 0,00594 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} - i_{2нД} = 0,00637 \text{ A}$



а

Відхилення постійних параметрів -5%

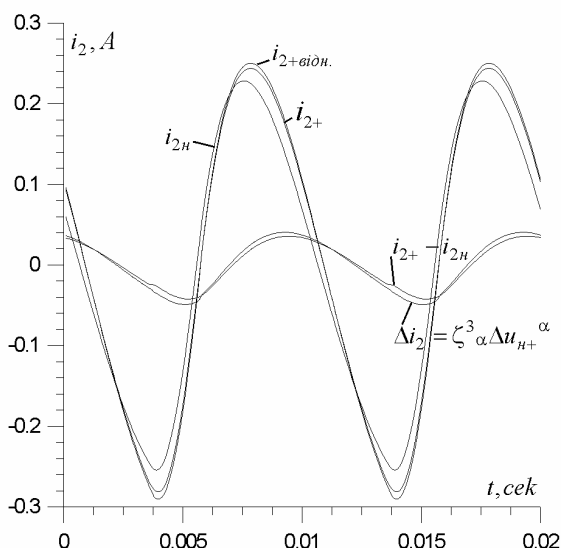
$i_{2нД} = 0,1668 \text{ A};$
 $i_{2+Д} = 0,1600 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} = 0,1609 \text{ A};$
 $\Delta i_{2Д} = 0,01037 \text{ A}; \quad \Delta i_{2Д} = (\zeta^3 \alpha \Delta u_{н+}^\alpha) = 0,01033 \text{ A};$
 $i_{2+Д} - i_{2нД} = -0,00684 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} - i_{2нД} = -0,00595 \text{ A}$



б

Відхилення постійних параметрів +15%

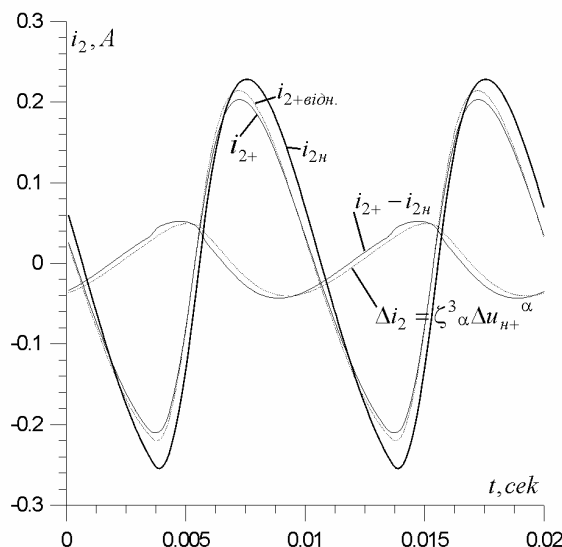
$i_{2нД} = 0,1668 \text{ A};$
 $i_{2+Д} = 0,1822 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} = 0,1870 \text{ A};$
 $\Delta i_{2Д} = 0,0270 \text{ A}; \quad \Delta i_{2Д} = (\zeta^3 \alpha \Delta u_{н+}^\alpha) = 0,0310 \text{ A};$
 $i_{2+Д} - i_{2нД} = 0,01534 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} - i_{2нД} = 0,02016 \text{ A}$



в

Відхилення постійних параметрів -15%

$i_{2нД} = 0,1668 \text{ A};$
 $i_{2+Д} = 0,1435 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} = 0,1504 \text{ A};$
 $\Delta i_{2Д} = 0,0330 \text{ A}; \quad \Delta i_{2Д} = (\zeta^3 \alpha \Delta u_{н+}^\alpha) = 0,0310 \text{ A};$
 $i_{2+Д} - i_{2нД} = -0,02334 \text{ A}; \quad i_{2+відн.Д} - i_{2нД} = -0,01643 \text{ A}$



г

Рис. 2. Результати порівняння змін вихідного струму i_2 при зміні постійних параметрів $u^\alpha = [C, R_n, R_0]$ у межах $\pm 5\%$ та $\pm 15\%$, отриманих при подвійному інтегруванні математичної моделі подвоювача частоти та з використанням функцій чутливостей першого порядку

Функції чутливостей (14) обчислюємо згідно з такою залежністю

$$\xi_{\alpha}^i = \left(\chi_{\alpha}^j - \frac{\partial y^j}{\partial u^{\alpha}} \right) \mathbf{B}^i_j, \quad (17)$$

Періодичний розв'язок рівняння (15) шукаємо методом простої ітерації $\chi_{0\alpha}^i{}^{(k+1)} = \chi_{T\alpha}^i{}^{(k)}$.

6. Результати моделювання. Для математичної моделі феромагнетного подвоювача частоти здійснено моделювання його роботи та функцій чутливостей (14) за таких номінальних параметрів: $U_{1\max} = 311$ В; $u_k = 100$ В; $r_{11} = r_{12} = 5$ Ом; $r_2 = 10$ Ом; $r_k = 5$ Ом; $\alpha_{11} = \alpha_{12} = 300$ Гн⁻¹; $\alpha_2 = 300$ Гн⁻¹; $\alpha_k = 300$ Гн⁻¹; $R_H = 10$ Ом; $R_0 = 10$ Ом; $f = 50$ Гц; $C = 50$ мкФ; основна крива намагнення $\Phi(\psi)$ апроксимована виразом

$$\Phi(\psi) = \begin{cases} m_1 \psi (m_1 = i_A / \psi_A), & |\psi| \leq \psi_A \\ \text{asign}(\psi) \cdot S_3(\psi), & \psi_A < |\psi| < \psi_B \\ m_2 \psi + i_B - m_2 \psi_B, & |\psi| \geq \psi_B \end{cases}, \quad (18)$$

де $i_A = 0,4$ А, $i_B = 1,7$ А, $\psi_A = 0,4$ Вб, $\psi_B = 0,7$ Вб, нахил кривої у т.В $m_2 = 8$, $S_3(\psi)$ – кубічний сплайн.

На рис. 2 наведено порівняння результатів відхилень вихідного струму i_2 у разі відхилення постійних параметрів (C – ємності навантаження, R_H – опору навантаження та R_0 – опору контуру керування), отриманих з використанням функцій чутливостей та при безпосередньому подвійному інтегруванні математичної моделі феромагнетного подвоювача частоти. Результати на графіках подані для миттєвих значень струму i_2 та його різницевих сигналів, та до кожного графіка угорі відображені їхні діючі значення за період. Аналізуючи одержані результати, можна зазначити, що при допуску вибраних параметрів ± 5 % значення вихідного струму

$i_{2+\text{відн.}}$, отриманого за (4), (5) із використанням функцій чутливостей першого порядку, збігається із значенням струму i_{2+} , одержаним у результаті безпосереднього інтегрування математичної моделі зі змінними параметрами. При допуску $\pm 15\%$ для вибраних параметрів вже помітний незбіг зазначених струмів, однак результати теж є придатними для якісної оцінки.

7. Висновок. Отримані у статті результати дають змогу оцінити відхилення від номінальних значень вихідних характеристик при варіюванні відхиленнями технологічних параметрів. Інтегрування математичної моделі ЕМЕ СК здійснюється лише для номінальних параметрів, а відхилення визначаються з одержаних табличних даних їхнім уточненням за допомогою функцій чутливостей. Варто зазначити, що для покращання точності результатів можна використовувати функції чутливостей другого та вищих порядків.

1. Райніке К. Модели надежности и чувствительности систем. – М.: Мир, 1979. – 449 с. 2. Методы теории чувствительности в автоматическом управлении / Под ред. Е.Н. Розенвассера и Р.М. Юсупова. – М.: Энергия, 1971. – 344 с. 3. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. – М.: Сов.радио, 1973. – 200 с. 4. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів: Вид-во Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – С. 50–52. 5. Самотий В.В. Математичне моделювання стаціонарних процесів електроматнетних пристроїв керування. – Львів: Фенікс, 1997. – 170 с. 6. Павельчак А.Г., Самотий В.В., Наконечний А.Й. Геометрична модель параметричної чутливості електроматнетних пристроїв з використанням гіперповерхонь // Комп'ютерні науки та інформаційні технології: Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 565. – С. 169–177.