

ОЦІНЮВАННЯ ПРОПУСКНОЇ СПРОМОЖНОСТІ П'ЯТІРКОВОГО СИМЕТРИЧНОГО КАНАЛУ БЕЗ ПАМ'ЯТІ З ДВОМА ГРАДАЦІЯМИ ВІРНОСТІ

Ї Обельовська К., 2008

Запропонована формула для визначення пропускної спроможності п'ятіркового симетричного каналу без пам'яті з двома градаціями вірності.

The formula to define the throughput for five symbol symmetric memoryless channel having two levels of likelihood is proposed.

Вступ

Сучасний етап розвитку телекомунікацій характеризується постійним зростанням вимог щодо якості каналів зв'язку, одним з основних параметрів яких є пропускна спроможність. Сьогодні пропускну спроможність каналів часто підвищують за рахунок переходу від двійкових каналів на канали з більшою множиною вхідних символів. Так, трійковий канал використовується в мережах Fast Ethernet специфікації 100Base-T4 (схема кодування 8В/6Т - 8 Binary 6 Ternary) та на U-інтерфейсі базового доступу (Basic Rate Interface) цифрових мереж інтегральних послуг в Європі (схема кодування 4В3Т - 4 Binary 3 Ternary). Код 8В/6Т кожних 8 символів в двійковій послідовності замінює на 6 трійкових, код 4В3Т - кожних 4 символи двійкової послідовності на 6 трійкових. Четвірковий канал використовується на U-інтерфейсі базового доступу (Basic Rate Interface) цифрових мереж інтегральних послуг в Північній Америці та в поширених сьогодні модемах технології xDSL. При цьому застосовується схема кодування 2В1Q (2 Binary 1 Quaternary) [1].

У мережах Gigabit Ethernet для кодування сигналів в лінії застосовується лінійний код РАМ5, що використовує 5 рівнів потенціалу. Вхідними та вихідними символами при цьому є: -2, -1, 0, +1, +2. Описати такий канал можна за допомогою моделі п'ятіркового каналу з основою m вхідного та вихідного алфавітів, що дорівнює п'яти. В ідеальних умовах (в каналах без спотворень) пропускна спроможність m -го каналу без пам'яті C_m в розрахунку на один символ:

$$C_m = \log_2 m. \quad (1)$$

Оскільки $m = 5$, то C_m дорівнює приблизно 2,32 бітів на символ, тобто за один такт в такому каналі передавалось би приблизно 2,32 бітів інформації.

Для реальних каналів пропускну спроможність m -го симетричного каналу без пам'яті C_m в розрахунку на один символ можна визначати за формулою [2]:

$$C_m = \log_a m + \log_a \frac{p}{m-1} + (1-p) \log_a (1-p), \quad (2)$$

де p - ймовірність помилкового прийому символу в каналі зв'язку.

Для коду РАМ5 $m = 5$, тому при $a = 2$ та ймовірності правильного прийому п'ятіркового символу $1-p$ пропускна спроможність п'ятіркового симетричного каналу C_5 у бітах на символ:

$$C_5 = \log_2 5 + p \log_2 \frac{p}{4} + (1-p) \log_2 (1-p). \quad (3)$$

Постановка задачі

Сучасні цифрові мережі призначені для надання інтегральних послуг, тому вони повинні забезпечувати одночасне передавання різних видів інформації. З цією метою для різних типів потоків інформації на фізичному та каналному рівнях архітектури мереж застосовуються різні технології передавання і алгоритми обміну інформацією. Так, наприклад, передавання файлів вимагає значно вищої вірогідності передавання, ніж передавання мовних сигналів. У зв'язку з цим доцільним є застосування пріоритетного обслуговування за критерієм вірогідності передавання інформації залежно від вимог, що ставляться до передавання різних типів інформації. Ця робота орієнтована на використання двох рівнів пріоритетів з застосуванням прийому з двома градаціями вірності: вищим та нижчим. Модель каналу при цьому дещо ускладнюється за рахунок того, що множина вихідних символів збільшиться вдвічі порівняно з множиною вхідних символів. Тому мета роботи – одержати формулу для визначення пропускної спроможності п'ятіркового симетричного каналу без пам'яті з двома градаціями вірності.

Пропускна спроможність п'ятіркового симетричного каналу без пам'яті з двома градаціями вірності

Позначимо через X множину вхідних, а через Y – множину вихідних символів каналу, що використовує п'ятірковий код, наприклад, код PAM5 мереж Giga Ethernet, та прийом з двома градаціями вірності.

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, \quad (4)$$

$$Y = \{\dot{y}_1, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_4, \dot{y}_5, \dot{y}_5\}, \quad (5)$$

де x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – вхідні символи п'ятіркового каналу; $\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_5$ – вихідні символи цього каналу, прийняті з вищою градацією вірності; $\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_5$ – вихідні символи цього каналу, прийняті з нижчою градацією вірності.

Матриця перехідних ймовірностей $P(Y/X)$ у цьому випадку має вигляд:

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} p(\dot{y}_1/x_1) & \dots & p(\dot{y}_5/x_1) & p(\dot{y}_1/x_1) & \dots & p(\dot{y}_5/x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p(\dot{y}_1/x_5) & \dots & p(\dot{y}_5/x_5) & p(\dot{y}_1/x_5) & \dots & p(\dot{y}_5/x_5) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $p(\dot{y}_i/x_i)$, $p(\dot{y}_i/x_i)$ – ймовірності правильного прийому i -х символів з присвоєнням їм відповідно вищої та нижчої градації вірності; $p(\dot{y}_j/x_i)$, $p(\dot{y}_j/x_i)$ – ймовірності помилкового прийому j -х символів з присвоєнням їм відповідно вищої та нижчої градації вірності.

Нехай ймовірності правильного прийому всіх символів з присвоєнням їм вищої градації вірності однакові і дорівнюють $P_{вг}$

$$p(\dot{y}_i/x_i) = P_{вг}, \quad i = \overline{1,5}; \quad (7)$$

ймовірності правильного прийому всіх символів з присвоєнням їм нижчої градації вірності однакові і дорівнюють $P_{нг}$

$$p(\dot{y}_i/x_i) = P_{нг}, \quad i = \overline{1,5}; \quad (8)$$

ймовірності помилкового прийому всіх символів з присвоєнням їм вищої градації вірності однакові і дорівнюють P_{max}

$$p(\dot{y}_j/x_i) = P_{max}, \quad i \neq j, i = \overline{1,5}, j = \overline{1,5}; \quad (9)$$

а ймовірності помилкового прийому всіх символів з присвоєнням їм нижчої градації вірності однакові і дорівнюють P_{min} ,

$$P(y_j/x_i) = P_{min}, \quad i \neq j, \quad i = \overline{1,5}, \quad j = \overline{1,5}. \quad (10)$$

З врахуванням умов (7)–(10) матриця перехідних ймовірностей $P_1(Y/X)$ набуде вигляду:

$$P_1(Y/X) = \begin{bmatrix} P_{BG} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{HG} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{min} \\ P_{max} & P_{BG} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{min} & P_{HG} & P_{min} & P_{min} & P_{min} \\ P_{max} & P_{max} & P_{BG} & P_{max} & P_{max} & P_{min} & P_{min} & P_{HG} & P_{min} & P_{min} \\ P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{BG} & P_{max} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{HG} & P_{min} \\ P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{BG} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{HG} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Розіб'ємо множину Y вихідних сигналів на дві підмножини Y_1 і Y_2 , що не перетинаються. $Y_1 = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$, $Y_2 = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$. Цим множинам відповідають матриці перехідних ймовірностей $P_2(Y/X)$ та $P_3(Y/X)$.

$$P_2(Y/X) = \begin{bmatrix} P_{вг} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{max} \\ P_{max} & P_{вг} & P_{max} & P_{max} & P_{max} \\ P_{max} & P_{max} & P_{вг} & P_{max} & P_{max} \\ P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{вг} & P_{max} \\ P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{max} & P_{вг} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$P_3(Y/X) = \begin{bmatrix} P_{HG} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{min} \\ P_{min} & P_{HG} & P_{min} & P_{min} & P_{min} \\ P_{min} & P_{min} & P_{HG} & P_{min} & P_{min} \\ P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{HG} & P_{min} \\ P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{min} & P_{HG} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Оскільки в цих матрицях кожен рядок є перестановкою елементів будь-якого іншого рядка, а кожен стовпець є перестановкою будь-якого іншого стовпця, то це є свідченням симетричності каналу [2]. Пропускна спроможність симетричного каналу зв'язку може бути подана у вигляді:

$$C = \max_{\{p(x)\}} H(Y) - H(Y/X), \quad (14)$$

де $\max_{\{p(x)\}} H(Y)$ – максимальне значення ентропії вихідних сигналів каналу, що обчислюється за всеможливими розподілами ймовірностей на множині X вхідних сигналів каналу; $H(Y/X)$ – умовна ентропія.

Визначимо складові формули (14) для каналу, що розглядається.

Умовна ентропія

$$H(Y/X) = -P_{вг} \log_a P_{вг} - 4P_{max} \log_a P_{max} - P_{HG} \log_a P_{HG} - 4P_{min} \log_a P_{min}. \quad (15)$$

Ввівши позначення

$$n = P_{вг}/P_{max}, \quad (16)$$

$$k = P_{HG}/P_{min}, \quad (17)$$

формулу (15) можна подати у вигляді:

$$H(Y/X) = -P_{\max} \log_a n^n - (n+4)P_{\max} \log_a P_{\max} - P_{\min} \log_a k^k - (k+4)P_{\min} \log_a P_{\min}. \quad (18)$$

Ентропія вихідного сигналу

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^5 \left[p(y_j) \log_a p(y_j) + p(y_j) \log_a p(y_j) \right], \quad (19)$$

де:

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^5 p(x_i) p(y_j/x_i), \quad (20)$$

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^5 p(x_i) p(y_j/x_i). \quad (21)$$

З врахуванням умов (7)–(10), (16) і (17) формули (20) і (21) можна подати у вигляді:

$$p(y_j) = P_{\max} \left[np(x_j) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^5 p(x_i) \right], \quad (22)$$

$$p(y_j) = P_{\min} \left[kp(x_j) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^5 p(x_i) \right]. \quad (23)$$

Оскільки в симетричному каналі без пам'яті ентропія $H(Y)$ досягає максимального значення при рівномірному розподілі ймовірностей його вхідних символів, то $p(x_i) = 1/m$, а у цьому випадку $p(x_i) = 1/5$. Тоді

$$p(y_j) = \frac{n+4}{5} P_{\max}, \quad (24)$$

$$p(y_j) = \frac{k+4}{5} P_{\min}. \quad (25)$$

При цьому максимальне значення ентропії

$$H(Y)_{\max} = -(n+4)P_{\max} \log_a \frac{(n+4)P_{\max}}{5} - (k+4)P_{\min} \log_a \frac{(k+4)P_{\min}}{5}. \quad (26)$$

Підставивши (26) і (18) в (14), після математичних перетворень отримаємо достатньо простий вираз для знаходження пропускної спроможності п'ятіркового симетричного каналу без пам'яті з двома градаціями вірності

$$C = P_{\max} \log_a \frac{n^n}{\left(\frac{n+4}{5}\right)^{(n+4)}} + P_{\min} \log_a \frac{k^k}{\left(\frac{k+4}{5}\right)^{(k+4)}}. \quad (27)$$

Висновок

Одержана формула для оцінювання пропускної спроможності п'ятіркового симетричного каналу без пам'яті з двома градаціями вірності може бути використана, наприклад, для аналізу мереж Gigabit Ethernet при застосуванні в них прийому з двома градаціями вірності.

1. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 3-е изд. – СПб: Питер, 2006. – 958 с. 2. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. – М.: Советское радио, 1974. – 720 с.

УДК 681.3:519.15

В. Різник^{1,2}, В. Парубчак¹, Д. Скрибайло-Леськів¹
¹Національний університет “Львівська політехніка”,
²Технічно-природничий університет, м. Бидгощ (Польща)

ПРОБЛЕМА ПОДОЛАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ НАДМІРНОСТІ МОНОЛІТНОГО КОДУ

© Різник В., Парубчак В., Скрибайло-Леськів Д., 2008

Розглядається проблема подолання інформаційної надмірності монолітного коду методами теорії ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ), що ґрунтуються на комбінаторних властивостях оптимальних структурних пропорцій (ОСП). Результати дослідження можуть знайти застосування в прогресивних інформаційних технологіях для побудови систем кодування та перетворення інформації з використанням ідеального кільцевого монолітного коду (ІКМК), який передбачає високоякісне кодування, пересилання та перетворення даних.

A problem of overcoming the information redundancy of monolithic code using methods of Ideal Ring Bundles theory (IRBs-theory), based on remarkable combinatorial properties of the Optimal Structural Proportions (OSP)s, is regarded. Results of the researches allows on application in progressive information technologies for coded systems and transforming information technologies design, using the Ideal Ring Monolithic Code (IRMC), which provides high performance data coding, translating and transforming.

Вступ

У сучасних інформаційних технологіях велике значення має проблема зменшення інформаційної надмірності кодів. Ця проблема тісно пов'язана з подоланням суперечності між бажанням досягти якнайліпших показників щодо швидкодії коду (швидкість кодування, пересилання та декодування інформації) при забезпеченні високого рівня його захищеності від впливу різного роду зовнішніх завад під час опрацювання закодованої інформації. Розгортання досліджень у цьому напрямі за новими принципами та методами інформаційної оптимізації систем дають змогу поліпшувати технічні характеристики інформаційних систем.

Актуальність проблеми подолання інформаційної надмірності кодів

Під надмірністю системи розуміють перевищення обсягу сигналів або міри складності структур системи порівняно з їхніми мінімальними значеннями, необхідними для того, щоб виконати поставлене завдання [1]. Надмірність може вводитися штучно, коли потрібно, наприклад, поліпшити основні характеристики системи за надійністю, точністю або завадостійкістю.

Інформаційна надмірність кодів, як відомо, пов'язана з двома основними завданнями: 1) введенням штучної надмірності з метою поліпшення завадостійкості коду; 2) зменшенням природної інформаційної надмірності, щоб спростити систему кодування. На абстрактному рівні можна