

Я.М. Литвиняк, І.Є. Грицай
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра технології машинобудування

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОПЕРАЦІЙ ВИГОТОВЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕВОЛЬВЕНТНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС РАДІАЛЬНИМ ФОРМОУТВОРЕННЯМ ЗУБЦІВ

© Литвиняк Я.М., Грицай І.Є., 2009

Наведено закономірності формоутворення зубців евольвентного профілю дисковим інструментом, встановленим з ексцентриситетом на інструментальній оправці під час нарізання прямозубих зубчастих коліс способом радіального формоутворення. Отримані математичні моделі забезпечують прогнозування впливу конструктивних чинників процесу на технологічні параметри виготовлення циліндричних зубчастих коліс.

The models of treatment of indents of cylinder gear-wheels are represented in the article. Evolventa is formed after the radial moving of milling cutter a disk. A wheel toothed has motion of division continuous. A disk milling cutter is set eccentrically to the ax of shpindel of machine-tool. Theoretical determination represent influence of gear-wheel factors on the technological parameters of operation.

Постановка проблеми. Розвиток машинобудування ґрунтується на результатах розв’язку науково-технічних задач, які спрямовані на забезпечення відповідних показників якості виробів за мінімальних витрат на їх виготовлення. Задачі, що вимагають швидкого реагування, здебільшого з’являються за необхідності виконання тих технологічних процесів виготовлення деталей, що потребують точних, а відтак дорогих верстатів, інструментів і пристроїв. До згаданих належать технологічні процеси виготовлення зубчастих коліс, зокрема циліндричних, особливо це стосується операцій зубооброблення, на реалізацію яких на вітчизняних підприємствах безпосередньо впливає існуюче технологічне устаткування з вичерпаним експлуатаційним ресурсом, його моральна застарілість та недостатня для сучасних вимог продуктивність і точність.

Забезпечення експлуатаційних показників циліндричних зубчастих коліс на етапі їх виготовлення сьогодні традиційно ґрунтується на процесах зубонарізання черв’ячними або модульними дисковими чи пальцевими фрезами. Тому принципової зміни або удосконалення існуючих кінематичних схем зубонарізання не спостерігається, що, зрештою, відображається, незважаючи на заходи, які виробники реалізують в сучасних конструкціях зуборізальних інструментів, на обмеженій їх продуктивності та стійкості [1]. Один із шляхів підвищення техніко-економічної ефективності технологічних процесів виготовлення найпоширеніших циліндричних евольвентних зубчастих коліс ґрунтується на впровадженні у виробництво нових способів зубонарізання, яке потребує відповідного наукового та технологічного забезпечення, що, зрештою, підтверджує актуальність досліджень у цьому напрямку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Поширеність зубчастих передач з евольвентним профілем зубців здебільшого пояснюється певною технологічністю отримання робочих поверхонь високоточних зуборізних інструментів. Це стосується інструментів, які реалізують метод обкочування, тобто черв’ячних фрез, що мають прямолінійні головні різальні ребра. Сучасні еволюційні тенденції розвитку технологічних процесів виготовлення зубчастих коліс свідчать про те, що для забезпечення кінцевої високої точності зубчастого вінця, удосконалення конструкції черв’ячних фрез здійснюється підвищенням їх точності та зносостійкості, збільшенням робочої

ширини, створенням комбінованих конструкцій, застосуванням модифікованого профілю зубців фрези. Згадані інструменти використовують у серійному виробництві на відповідних точних зубофрезерних верстатах, що загалом потребує значних капіталовкладень [1].

Інший шлях, який цілком відповідає умовам виробництва більшості вітчизняних підприємств, ґрунтується на повному використанні технологічних можливостей існуючих універсальних зубофрезерних верстатів, адаптованих до реалізації нових технологічно гнучких процесів формоутворення зубчастих вінців коліс, що можливо після здійснення модернізації верстатів додатковим, нетиповим технологічним оснащенням, яке уможливить по-новому здійснити процес зубонарізання конструктивно простим, доступним інструментом і, звісно, за досягнення сучасних високих вимог до ефективності виготовлення зубчастих коліс та надійності зубчастих передач.

Істотне удосконалення процесу зубонарізання можливе завдяки новим, перспективним способам зубонарізання, до яких належить спосіб нарізання зубчастих коліс за допомогою дискового інструмента (ДІ) при забезпеченні руху безперервного ділення заготовки колеса [2]. Згаданий спосіб зубонарізання може здійснюватися за допомогою ДІ, який встановлюється з відповідним ексцентриситетом на інструментальній оправці зубофрезерного верстата, що забезпечує ДІ додатковий коловий рух стосовно осі інструментальної оправки, обертання якої кінематично узгоджено із коловим рухом заготовки циліндричного зубчастого колеса. Крім того, згаданий спосіб зубонарізання може також реалізовуватись завдяки зворотно-поступальному руху поперечного супорта, наприклад, токарно-затилувального верстата, разом з приводом обертального руху ДІ. Згаданий спосіб передусім пропонувався для нарізання синусоїдальних зубчастих коліс [2, 3], хоча його адаптація для отримання зубчастих вінців у найрозповсюдженіших евольвентних зубчастих колесах, особливо для умов серійного виробництва, є також актуальною і потребує виконання відповідних, зокрема, теоретичних досліджень.

Формулювання мети досліджень. Мета досліджень – підвищення ефективності технологічних операцій зубооброблення в серійному виробництві моделюванням формоутворення бокових евольвентних поверхонь зубців циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом (ДІ) способом радіального формоутворення зубців з безперервним діленням (РФБД).

Викладення основного матеріалу досліджень. Перспективний технологічний спосіб зубонарізання циліндричних зубчастих коліс полягає у здійсненні формоутворення бокових поверхонь зубців за радіального переміщення ДІ з одночасним безперервним діленням заготовки (рис. 1). У цьому випадку використовують здебільшого дискові фрези. Бокові поверхні зубців коліс отримують вершинним різанням зубців дискової фрези. Безпосередньо на ширину міжзубцевої западини колеса впливає ширина 2δ головного переднього різального ребра дискової фрези. Кінцевий профіль зубця колеса формується точкою E , найбільш віддаленою від осі ДІ, але водночас розташованою найближче до осі заготовки зубчастого колеса. Вісь ДІ переміщається по колу радіусом e , який дорівнює ексцентриситету встановлення ДІ на інструментальній оправці. Координата формоутворювальної точки E у радіальному напрямку щодо заготовки зубчастого колеса визначається радіусом R_m , який розраховується за виразом

$$R_m = e \cdot \cos \varphi_1 + R_e, \quad (1)$$

де φ_1 – центральний кут повороту інструментальної оправки; R_e – радіус серединного кола, що рівновіддалене від кола западин радіусом R_f зубчастого колеса та кола початкового положення ДІ радіусом R_d заготовки зубчастого колеса в процесі зубонарізання; e – зміщення (ексцентриситет) осі ДІ стосовно осі обертання інструментальної оправки.

Геометричні співвідношення між параметрами евольвенти, що утворює профіль бокової поверхні зубця циліндричного колеса, зображено на рис. 2. Евольвента утворюється точкою E прямої b , яка котиться без проковзування по основному колу R_b . Евольвента характеризується такими основними співвідношеннями:

$$R_b = R_w \cdot \cos \alpha_w; \quad (2)$$

$$\rho = \frac{R_b}{\cos \alpha}; \quad \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha, \quad (2)$$

де R_b - радіус основного кола; R_w - радіус ділильного (початкового) кола ($R_w = m \cdot z$); ρ - радіус-вектор точки евольвенти; α - кут тиску евольвенти (кут між радіус-вектором ρ та дотичною до евольвенти в певній точці); α_w - кут тиску евольвенти у точці перетину з ділильним колом ($\alpha_w = 20^\circ$); θ - евольвентний кут; m - модуль; z - кількість зубців зубчастого колеса.

Центральні кути, згідно з рис. 2, визначаються стосовно осі обертання заготовки зубчастого колеса (точки O).

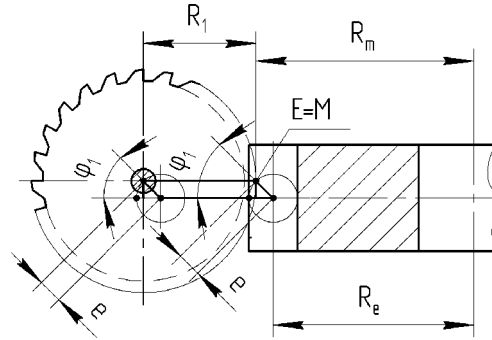


Рис. 1. Схема реалізації способу радіального формоутворення зубців з безперервним діленням дисковим інструментом

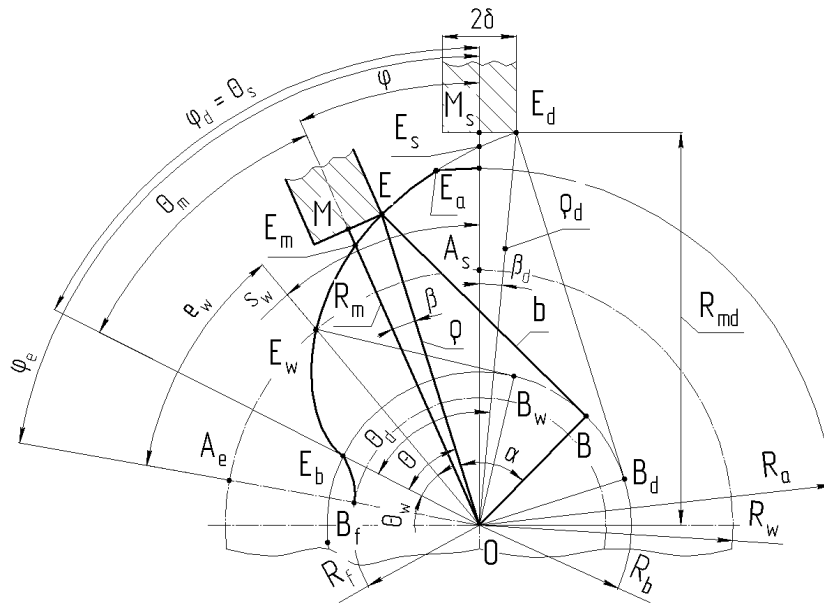


Рис. 2. Схема радіального формоутворення дисковим інструментом евольвентних зубців

Радіальний рух ДІ у способі РФБД починається з моменту суміщення площин симетрії ДІ та зубця колеса, тобто з точки M_S . Положення площини симетрії зубця колеса визначається евольвентним кутом θ_S стосовно початкової точки евольвенти E_b , що знаходиться на основному колі R_b . Практично єдиним показником, який дає змогу встановити значення кутів $\theta_S = \varphi_d$, є ширина зубця на ділильному колі R_w , якому відповідає довжина дуги ділильного кола $2s_w$, яка, своєю чергою, пов'язана з кроком зубців (дорівнює $s_w = \frac{1}{4} \cdot \pi m$), а також з відповідним

центральною кутом на ділильному колі (дорівнює $\frac{s_w}{R_w}$). Використовуючи одну із залежностей (2) та враховуючи величину центрального кута для половини товщини зубця s_w , можемо встановити для точки E_w перетину евольвенти з ділильним колом значення евольвентного кута θ_w :

$$\theta_S = \theta_w + \frac{s_w}{R_w} \quad \text{або} \quad \theta_S = \text{tg}\alpha_w - \alpha_w + \frac{s_w}{R_w},$$

де s_w – довжина дуги ділильного (початкового) кола, що відповідає половині товщини зубця колеса.

Беручи до уваги відомі співвідношення для визначення радіуса ділильного (початкового) кола та довжини дуги s_w ділильного (початкового) кола, отримаємо

$$\theta_S = \varphi_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{z} - \frac{\pi}{9} + \text{tg} \frac{\pi}{9} \quad \text{або} \quad \theta_S = \varphi_d = \frac{1}{z} \cdot 1,570796327 + 0,0149044. \quad (3)$$

Отже, евольвентний кут θ_S залежить тільки від кількості зубців зубчастого колеса.

Розташування середини головного різального ребра ДІ (точки M_S) стосовно осі заготовки зубчастого колеса (точки O) визначається радіусом кола початкового положення ДІ – R_{md} , який залежить від радіус-вектора ρ_d точки E_d евольвенти, тобто

$$R_{md} = \sqrt{\rho_d^2 - \delta^2}, \quad (4)$$

де δ – половина ширина головного різального ребра ДІ.

Значення радіус-вектора ρ_d може бути встановлене з виразу

$$\theta_S = \theta_d - \beta_d, \quad (5)$$

де θ_d – евольвентний кут точки контакту головного різального ребра ДІ з евольвентою (точка E_d); β_d – центральний кут половини ширини головного різального ребра у початковому положенні ДІ.

Використовуючи для визначення кута θ_d залежність (2) та враховуючи геометричні співвідношення у прямокутних трикутниках OE_dB_d та $OM_S E_d$, отримаємо

$$\theta_d = (\text{tg}\alpha_d - \alpha_d) = \frac{\sqrt{\rho_d^2 - R_b^2}}{R_b} - \arccos\left(\frac{R_b}{\rho_d}\right), \quad \beta_d = \arcsin\left(\frac{\delta}{\rho_d}\right). \quad (6)$$

Згідно з виразом, (5), беручи до уваги (6), знаходимо рівняння

$$\theta_S - \frac{\sqrt{\rho_d^2 - R_b^2}}{R_b} + \arccos\left(\frac{R_b}{\rho_d}\right) + \arcsin\left(\frac{\delta}{\rho_d}\right) = 0. \quad (7)$$

Після відповідних перетворень трансцендентне рівняння (7) доцільно відобразити у вигляді, що забезпечить визначення невідомого радіус-вектора ρ_d найбільш зручним, у цьому разі, ітераційним, збіжним методом, наприклад, методом простих ітерацій. Отже, кінцево маємо

$$\rho_d = R_b \cdot \sqrt{1 + \left(\theta_S + \arccos\left(\frac{R_b}{\rho_d}\right) + \arcsin\left(\frac{\delta}{\rho_d}\right) \right)^2}. \quad (8)$$

Радіус R_e серединного кола, яке рівновіддалене від кола початкового положення ДІ радіусом R_d та кола западин зубчастого колеса радіусом R_f , а також величина зміщення e (ексцентриситет) осі ДІ стосовно осі обертання інструментальної оправки зубообробного верстата, розраховуються за виразами:

$$R_e = \frac{1}{2} \cdot (R_{md} + R_f); \quad (9)$$

$$e = R_{md} - R_e \quad \text{або} \quad e = \frac{1}{2} \cdot (R_{md} - R_f). \quad (10)$$

Необхідно зауважити, що радіус серединного кола R_e відмінний від радіуса ділильного (початкового) кола R_w зубчастого колеса.

Утворення евольвенти $E_d E E_w E_b$ забезпечується завдяки узгодженим рухам, які в проекції на торець заготовки зубчастого колеса відповідають радіальному переміщенню ДІ та рівномірному обертанню заготовки зубчастого колеса. Згадане радіальне переміщення ДІ визначається насамперед рухом середини головного різального ребра (точка M), а розташування останнього залежить від розташування на евольвенті формоутворювальної точки (точка E). Величина радіус-вектора R_m середини головного різального ребра ДІ (точки M) залежить від величини радіус-вектора ρ відповідної точки евольвенти (точка E) і визначається за виразом

$$R_m = \sqrt{\rho^2 - \delta^2}. \quad (11)$$

Кутове положення заготовки зубчастого колеса стосовно площини симетрії ДІ встановлюється центральним кутом повороту φ , що вимірюється від початкового положення ДІ, яке збігається з площиною симетрії зубця зубчастого колеса, відповідає активному боковому евольвентному профілю та може бути знайдене за такою залежністю:

$$\varphi = (\theta_d - \beta_d) - (\theta - \beta). \quad (12)$$

Кутове положення заготовки зубчастого колеса для випадку суміщення площини симетрії ДІ з площиною симетрії міжзубцевої западини визначається центральним кутом повороту φ_e , який дорівнює центральному куту дуги $(e_w + s_w)$ на ділильному колі зубчастого колеса:

$$\varphi_e = \frac{e_w + s_w}{R_w} \quad \text{або} \quad \varphi_e = \frac{\pi}{z}, \quad (13)$$

де e_w – довжина дуги ділильного (початкового) кола, що відповідає половині ширини міжзубцевої западини.

Кут β , своєю чергою, може бути розрахований за виразом

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\delta}{\rho}\right). \quad (14)$$

Отже, відносно розташування середини головного різального ребра ДІ повністю визначається радіус-вектором ρ та евольвентним кутом θ ((11), (12)), які, своєю чергою, залежать від іншого параметра евольвенти кута тиску евольвенти α (2). Така залежність від параметра α вносить значні труднощі у практичне застосування згаданих залежностей. Тому доцільно перетворити вирази (2) так, щоб отримати для кута тиску евольвенти α та радіус-вектора евольвенти ρ функціональні залежності, в яких аргументом є евольвентний кут θ . У явному вигляді здійснити необхідні перетворення для виразів (2) неможливо, тому пропонується використати методикку побудови оберненої функції для певної аналітичної функції [5]. Побудова оберненої функції здійснюється у вигляді степеневого ряду за умови, що аналітична та обернена функція можуть бути також розкладені в околі нульової точки у степеневий ряд. За результатами виконаних перетворень (використовувався обчислювальний математичний пакет «Maple») отримані такі степеневі ряди:

$$\alpha = 3^{1/3} \cdot \theta^{1/3} + \frac{a_1}{b_1} \cdot \theta + \frac{a_2}{b_2} \cdot 3^{2/3} \cdot \theta^{5/3} + \frac{a_3}{b_3} \cdot 3^{1/3} \cdot \theta^{7/3} + \frac{a_4}{b_4} \cdot \theta^3 + \frac{a_5}{b_5} \cdot 3^{2/3} \cdot \theta^{11/3} + \frac{a_6}{b_6} \cdot 3^{1/3} \cdot \theta^{13/3} + \frac{a_7}{b_7} \cdot \theta^5, \quad (15)$$

де a_i та b_i – коефіцієнти ($a_1 = -2$, $b_1 = 5$; $a_2 = 9$, $b_2 = 175$; $a_3 = -2$, $b_3 = 175$; $a_4 = -144$, $b_4 = 67375$; $a_5 = 3258$, $b_5 = 3128125$; $a_6 = -49711$, $b_6 = 153278125$; $a_7 = -1130112$, $b_7 = 9306171875$);

$$\frac{1}{\cos \alpha} = 1 + \frac{c_1}{d_1} \cdot 3^{2/3} \cdot \theta^{2/3} + \frac{c_2}{d_2} \cdot 3^{1/3} \cdot \theta^{4/3} + \frac{c_3}{d_3} \cdot \theta^2 + \frac{c_4}{d_4} \cdot 3^{2/3} \cdot \theta^{8/3} + \frac{c_5}{d_5} \cdot 3^{1/3} \cdot \theta^{10/3} + \frac{c_6}{d_6} \cdot \theta^4, \quad (16)$$

де c_i та d_i - коефіцієнти ($c_1 = 1, d_1 = 2; c_2 = 9, d_2 = 40; c_3 = -9, d_3 = 2800; c_4 = -479, d_4 = 112000; c_5 = 182079, d_5 = 86240000; c_6 = -4627503, d_6 = 22422400000$).

Якісний аналіз апроксимації степеневими рядами дав змогу встановити, що для виразу (15) при збереженні 6-ти доданків, тобто до доданка з множником $\theta^{11/3}$ включно, абсолютна похибка апроксимації становить $\Delta = 6,324 \cdot 10^{-7}$ для $\alpha = 45^\circ$, а для виразу (16) при збереженні 6-ти доданків, тобто до доданка з множником $\theta^{10/3}$ включно, абсолютна похибка апроксимації становить $\Delta = 6,09 \cdot 10^{-7}$ для $\alpha = 45^\circ$.

Необхідно зауважити, що відображення інволюти кута α (інволюта знаходиться за виразом: $\text{inv}(\alpha) = \text{tg}(\alpha) - \alpha$) у вигляді степеневого ряду (15) виконане вперше і в технічній літературі відсутнє, що дає можливість використовувати отримані залежності також для розрахунку координат профілю модульних пальцевих та дискових фрез.

Використовуючи вирази (16), (2) та (11), отримаємо залежності величин радіус-векторів ρ та R_m від евольвентного кута θ :

$$\rho = R_b \cdot \left(1 + g_1 \cdot \theta^{2/3} + g_2 \cdot \theta^{4/3} + g_3 \cdot \theta^2 + g_4 \cdot \theta^{8/3} + g_5 \cdot \theta^{10/3} + g_6 \cdot \theta^4 \right); \quad (17)$$

$$R_m = \sqrt{R_b^2 \cdot \left(1 + g_1 \cdot \theta^{2/3} + g_2 \cdot \theta^{4/3} + g_3 \cdot \theta^2 + g_4 \cdot \theta^{8/3} + g_5 \cdot \theta^{10/3} + g_6 \cdot \theta^4 \right)^2 - \delta^2}, \quad (18)$$

де g_i - коефіцієнти, отримані після виконання відповідних обчислень над відповідними постійними множниками виразу (16) ($g_1 = 1,040041911526; g_2 = 0,324506153319; g_3 = -0,003214285714; g_4 = -0,008896072779; g_5 = 0,003045029679; g_6 = -0,000206378577$).

Рівномірне обертання заготовки зубчастого колеса відображається у коловому переміщенні з постійною кутовою швидкістю навколо осі заготовки відповідного радіус-вектора R_m . Тому центральний кут повороту φ заготовки зубчастого колеса згідно з залежностями (12), (14) дорівнює

$$\varphi = \theta_S - \theta - \arcsin \left(\frac{\delta}{R_b \cdot \left(1 + g_1 \cdot \theta^{2/3} + g_2 \cdot \theta^{4/3} + g_3 \cdot \theta^2 + g_4 \cdot \theta^{8/3} + g_5 \cdot \theta^{10/3} + g_6 \cdot \theta^4 \right)} \right). \quad (19)$$

Вплив рівномірного обертання заготовки колеса на кут φ_1 повороту інструментальної оправки разом з ексцентрично встановленим ДІ визначаємо з виразу (1), враховуючи вирази (9) та (10):

$$\varphi_1 = \arccos \left(\frac{R_m}{e} - \frac{R_{md} + R_f}{R_{md} - R_f} \right); \quad (20)$$

$$\varphi_1 = \arccos \left(\frac{\sqrt{R_b^2 \cdot \left(1 + g_1 \cdot \theta^{2/3} + g_2 \cdot \theta^{4/3} + g_3 \cdot \theta^2 + g_4 \cdot \theta^{8/3} + g_5 \cdot \theta^{10/3} + g_6 \cdot \theta^4 \right)^2 - \delta^2}}{e} - \frac{R_{md} + R_f}{R_{md} - R_f} \right). \quad (21)$$

Вирази (20) та (21) використовуються за умови отримання активної частини профілю зубця на ділянці евольвенти $E_d E_w E_b$. В цьому випадку обертання інструментальної оправки здійснюється нерівномірно. Профіль перехідної кривої зубця колеса на ділянці $E_b B_f$ може бути

виконаний у формі синусоїди, яка формується ексцентрично встановленим ДІ на інструментальній оправці за рівномірного обертання останньої. У цьому випадку рівномірний кут обертання інструментальної оправки забезпечується ланцюгом ділення зубофрезерного верстата і визначається залежністю - $\varphi_{1dil} = z \cdot \varphi$. Графічно зміну кутів φ_1 відображено на рис. 3.

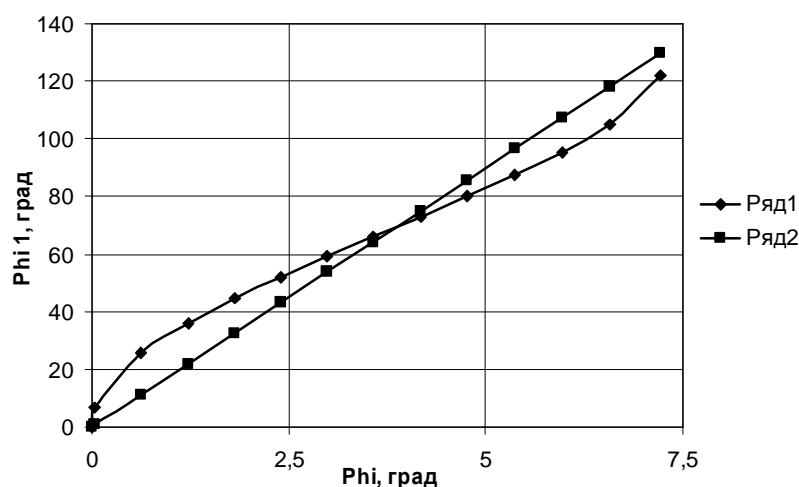


Рис. 3. Вплив кута повороту заготовки зубчастого колеса φ на кут повороту інструментальної оправки φ_1 з ексцентрично встановленим ДІ під час отримання евольвентного профілю зубців колеса способом

$$РФБД \quad t = 4 \text{ мм}, \quad z = 18, \quad \delta = 1 \text{ мм}, \quad \alpha_w = 20^0.$$

(Ряд 1 – нерівномірна зміна кута повороту φ_1 ; Ряд 2 - рівномірна зміна кута повороту φ_{1dil})

Отже, для отримання евольвентного профілю зубця колеса необхідно на головці зубця забезпечити перевищення, а на ніжці зубця – зниження величини колової швидкості обертання інструментальної оправки з встановленим ексцентрично ДІ стосовно величини рівномірної кутової швидкості інструментальної оправки, яка встановлюється типовими засобами кінематичного налагодження ланцюга ділення зубофрезерного верстата.

Висновки. Спосіб РФБД за колового руху ДІ забезпечує можливість альтернативного, економічно ефективного зубонарізання найпоширеніших циліндричних евольвентних зубчастих коліс в умовах серійного виробництва за незначної модернізації існуючих на підприємствах зубообробних верстатів. Технологічна гнучкість способу відображається застосовуваними ДІ та відсутністю впливу на процес формоутворення зубців коліс діаметра ДІ. Отримані математичні залежності відображають нелінійні співвідношення між кутами повороту заготовки зубчастого колеса та інструментальної оправки зубообробного верстата.

1. Антонюк В.Е. *Современные технологии изготовления цилиндрических зубчатых колес // Оборудование и инструмент для профессионалов. Серия "Металлообработка". – 2007. – № 4. – С. 6–18.* 2. Патент України на корисну модель № 24957 / І.Є. Грицай, А.М. Кук, В.А. Посполітак. *Спосіб нарізування синусоїдальних зубчастих коліс.* Опубл. 25.07.2007, бюл. № 11. 3. Литвиняк Я.М., Грицай І.Є., Махоркін Є.М. *Підвищення технологічної гнучкості операцій формоутворення зубців циліндричних зубчастих коліс в автоматизованому виробництві // Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні: Міжгалузевий зб. наук. праць. – Львів, 2008. – Вип. 42. С. 157–163.* 4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 974 с.*