

## ПАРАЛЕЛЬНО-ВЕРТИКАЛЬНИЙ МЕТОД І БАЗОВА СТРУКТУРА ПРИБОРУ ОБЧИСЛЕННЯ СУМ ПАРНИХ ДОБУТКІВ

© Цмоць І., Іванців В., 2008

**Вибрано принципи побудови та шляхи підвищення ефективності використання обладнання, розроблено орієнтований на НВІС-реалізацію паралельно-вертикальний метод і базову структуру пристрою обчислення сум парних добутоків.**

**Principles of construction and way of increase of efficiency of use of the equipment have been chosen, the parallel-vertical method with focusing on VLSIC-realization, and base structure of the device of calculation of the sums of pair products have been developed.**

### Вступ

Значна частина матричних обчислень, алгоритмів цифрової обробки сигналів і нейроалгоритмів ґрунтуються на макроопераціях обчислення сум парних добутоків [1–3]. Традиційно обчислення такої макрооперації здійснюється за формулою:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = A_1 B_1 + A_2 B_2 + \dots + A_m B_m \quad (1)$$

Під час обчислення сум парних добутоків за формулою (1) потрібно виконати  $m$  множень і  $m-1$  додавань [4, 5]. Переважно обчислення сум парних добутоків необхідно виконувати над інтенсивними потоками даних в реальному часі на апаратних засобах з високою ефективністю використання обладнання, структура яких орієнтована на НВІС-реалізацію. Задовольнити такі вимоги можна за рахунок конвеєризації та розпаралелення процесу обчислення, узгодження інтенсивності надходження потоків даних  $P_d = kn_d F_d$  з обчислювальною інтенсивністю пристрою  $D_k = F_k m h$ , де  $k$  – кількість каналів надходження даних;  $n_d$  – розрядність каналів надходження даних;  $F_d$  – частота надходження даних,  $F_k$  – тактова частота роботи конвеєра,  $m$  – кількість трактів обробки,  $h$  – розрядність трактів обробки.

Для НВІС-пристроїв обчислення сум парних добутоків ефективність використання обладнання – це інтегральний параметр, який враховує кількість виводів інтерфейсу, однорідність структури, кількість і локальність зв'язків, зв'язує продуктивність з витратами обладнання та оцінює елементи (вентилі) пристрою за продуктивністю [4]. Кількісна величина ефективності використання обладнання визначається так:

$$E = \frac{R}{t_o (k_1 \sum_{i=1}^s W_{\phi_{Vi}} d_i + k_2 Q + k_3 Y)},$$

де  $R$  – необхідна кількість елементарних арифметичних операцій для обчислення сум парних добутоків;  $t_o$  – час обчислення сум парних добутоків,  $W_{\phi_{Vi}}$  – витрати обладнання у вентилях на реалізацію  $i$ -го функціонального вузла,  $d_i$  – кількість функціональних вузлів  $i$ -го типу,  $k_1$  – коефіцієнт врахування однорідності  $k_1 = f(s)$ ,  $s$  – кількість видів функціональних вузлів,  $Q$  – загальна кількість зв'язків,  $k_2$  – коефіцієнт врахування регулярності зв'язків  $k_2 = f(\Delta j)$ ,  $\Delta j$  – просторова зв'язкова віддаль,  $Y$  – кількість виводів інтерфейсу,  $k_3$  – коефіцієнт врахування кількості виводів інтерфейсу зв'язку  $k_3 = f(Y)$ .

Задача проектування спеціалізованих НВІС-структур для обчислення сум парних добутоків з високою ефективністю використання обладнання зводиться до мінімізації апаратних затрат, кількості виводів інтерфейсу, збільшення однорідності структури та регулярності зв'язків із забезпеченням режиму реального часу.

### Постановка задачі і мета дослідження

Існують два підходи до апаратної реалізації алгоритмів обчислення сум парних добутоків [4, 5]. Перший з них ґрунтується на операціях множення, додавання, другий – на операціях додавання, інверсії та зсуву. Перший підхід, переважно використовують для синтезу пристроїв обчислення сум парних добутоків на базі окремих мікросхем (помножувачів, суматорів), а другий – для НВІС-реалізацій. Використання для НВІС-реалізацій алгоритмів на базі операцій додавання, інверсії та зсуву дає змогу оптимізувати пристрій за швидкодією, апаратними витратами та збільшити однорідність і регулярність структури.

Обчислення сум парних добутоків у базисі елементарних операцій зводиться до формування і підсумовування часткових добутоків. Особливістю існуючих методів обчислення сум парних добутоків у базисі елементарних операцій є те, що вони ґрунтуються на формуванні і підсумовуванні часткових добутоків для кожної пари операндів. НВІС-реалізація паралельного обчислення сум парних добутоків на основі існуючих методів і алгоритмів вимагає великих затрат обладнання і значної кількості виводів інтерфейсу, які залежать як від кількості операндів, так і від їхньої розрядності. Вартість і швидкодія спеціалізованих НВІС для паралельного обчислення сум парних добутоків значною мірою залежить як від кількості, так і від якості виводів інтерфейсу. Для спеціалізованих НВІС кількість зовнішніх виводів залежить від рівня технології та розміру кристала, а якість виводів інтерфейсу визначається затримкою переключення зовнішніх зв'язків, які навантажені на ці виводи.

У зв'язку з цим особливої актуальності набуває задача розроблення нових ефективних методів, алгоритмів і НВІС-структур для паралельного обчислення сум парних добутоків на основі багатоперандного вертикального (послідовно-порозрядного) підходу до обробки даних. Особливістю методів і алгоритмів обчислення сум парних добутоків, що ґрунтуються на такому підході, є формування і підсумовування макрочасткових добутоків, кількість яких залежить не від кількості операндів, а від їхньої розрядності. Методи та алгоритми паралельного обчислення сум парних добутоків на основі багатоперандного вертикального підходу повинні забезпечувати детерміноване переміщення даних, бути добре структурованими та орієнтованими на НВІС-реалізацію.

**Мета роботи** полягає в розробленні нового методу, алгоритмів і базової структури пристрою з високою ефективністю використання обладнання для паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків з організацією процесу обчислення як виконання єдиної операції.

### Розв'язання задачі

**Метод та алгоритми паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків.** Для паралельного обчислення сум парних добутоків використаємо багатоперандний вертикальний підхід, який передбачає одночасне послідовно-порозрядне надходження операндів і формування в кожному такті відповідних частин макрочасткових добутоків. Формування частин макрочасткових добутоків зводиться до інтегральної однорозрядної макрооперації групового підсумовування  $m$  чисел. Кількість макрочасткових добутоків залежить від кількості розрядів множників, які аналізуються для їх отримання. Визначається кількість макрочасткових добутоків за формулою:

$$r = \left\lceil \frac{n+1}{g} \right\rceil,$$

де  $r$  – кількість груп, на які розбиваються множники  $B_j$ ;  $n$  – розрядність множників  $B_j$ ;  $g$  – кількість розрядів у групі, які аналізуються для отримання макрочасткових добутоків.

Процес формування макрочасткових добутоків доцільно здійснювати з молодших розрядів, що забезпечить зменшення розрядності накопичувального суматора. Вираз, за яким виконується формування  $P_l$  макрочасткового добутку, де  $l=1, \dots, r$ , має такий вигляд:

$$P_l = \sum_{h=1}^s 2^{-(h-1)} \sum_{j=1}^m P_{jlh},$$

де  $s$  – розрядність  $P_{jl}$  часткового добутку для  $j$ -ї пари операндів. Сам  $P_{jl}$  частковий добуток обчислюється так:

$$P_{jl} = A_j K_{jl},$$

де  $K_{jl}$  –  $l$ -й коефіцієнт при множенні  $A_j$  для формування часткового добутку для  $j$ -ї пари операндів. Кількість коефіцієнтів  $K_j$  і необхідна кількість додаткових суматорів  $d$ , які потрібні для формування  $P_{jl}$  часткового добутку, визначається за такими формулами [5–8]:

$$\begin{aligned} K &= 2^s + 1, \\ d &= 2^{s-2} - 1. \end{aligned}$$

За формуванням часткових добутоків алгоритми обчислення сум парних добутоків можна розділити на дві групи: з прямим формуванням і з формуванням на базі попередніх обчислень з використанням додаткових суматорів. Для алгоритмів з прямим формуванням часткових добутоків  $g \leq 2$ , а для алгоритмів на базі попередніх обчислень  $g \geq 3$  [6, 7].

Розглянемо алгоритми обчислення сум парних добутоків з прямим формуванням часткових добутоків для  $g=1$  і  $g=2$ . Алгоритм формування часткових добутоків, що подані двійковим доповняльним кодом, з аналізом одного розряду множника ( $g=1$ ), записується так:

$$P_{lj} = A_j B_{jl} = \sum_{h=1}^s (-1)^{2^{h-1}} 2^{-(h-1)} A_{jh} B_{jl},$$

де  $i=1, \dots, n$ ;  $A_{jh}$  – значення  $h$ -го розряду  $j$ -го множеного;  $B_{jl}$  – значення  $l$ -го розряду  $j$ -го множника.

При формуванні часткових добутоків з аналізом двох розрядів множника ( $g=2$ ) використовується модифікований алгоритм Бута. Цей алгоритм передбачає розбиття множника  $B_j$  на групи з трьох розрядів, так що сусідні групи мають один спільний розряд. Розбиття множника  $B_j$  на групи здійснюється з молодших розрядів, причому молодший розряд наймолодшої групи завжди доповнюється нулем [6,7]. Формування  $P_{lj}$  часткового добутку за алгоритмом Бута виконується за формулою:

$$P_{lj} = A_j (B_{j2(r-l+1)-2} B_{j2(r-l+1)-1} B_{j2(r-l+1)}) = \sum_{h=1}^s 2^{-(h-1)} P_{ljh},$$

де  $P_{ljh}$  – значення  $h$ -го розряду  $lj$ -го часткового добутку.

Значення коефіцієнта  $K_{jl}$  визначається як сума ваг ненульових цифр групи розрядів множника  $B_{j2(r-l+1)-2} B_{j2(r-l+1)-1} B_{j2(r-l+1)}$ , де  $B_{j2(r-l+1)-2}$  має вагу мінус два, а  $B_{j2(r-l+1)-1}$  та  $B_{j2(r-l+1)}$  – одиницю відповідно до такого виразу:

$$K_{jl} = \begin{cases} 2, \text{ коли } B_{j2(r-l+1)-2} = 0, B_{j2(r-l+1)-1} = B_{j2(r-l+1)} = 1 \\ 1, \text{ коли } B_{j2(r-l+1)-2} = 0, B_{j2(r-l+1)-1} \neq B_{j2(r-l+1)} \\ 0, \text{ коли } B_{j2(r-l+1)-2} = B_{j2(r-l+1)-1} = B_{j2(r-l+1)} \\ -2, \text{ коли } B_{j2(r-l+1)-2} = 1, B_{j2(r-l+1)-1} = B_{j2(r-l+1)} = 0 \\ -1, \text{ коли } B_{j2(r-l+1)-2} = 1, B_{j2(r-l+1)-1} \neq B_{j2(r-l+1)} \end{cases}.$$

При формуванні  $P_{lj}$  часткових добутоків операція множення на два реалізується зсувом на один розряд ліворуч  $A_j$ , а зміна знаку – інверсією всіх розрядів множеного  $A_j$  з подальшим додаванням одиниці до молодшого розряду.

При формуванні часткових добутоків  $P_{lj}$  на базі попередніх обчислень множник  $B_j$  розбивається на групи із трьох і більше розрядів з розшифровкою кожної групи разом із старшим розрядом сусідньої групи, який розглядається як додатковий молодший розряд. При розшифровці кожної  $l$ -ї групи множника  $B_j$  визначається коефіцієнт  $K_l$  шляхом додавання ваг ненульових розрядів цієї групи [6,7]. Ваги розрядів в кожній  $l$ -й групі множника  $B$  є наступними:

$$\frac{B_{jlg}}{-2^{g-1}} \quad \frac{B_{jl(g-1)}}{2^{g-2}} \quad \frac{B_{jl(g-2)}}{2^{g-3}} \quad \dots \quad \frac{B_{jl2}}{2^1} \quad \frac{B_{jl1}}{2^0} \quad \frac{B_{j(l+1)g}}{2^0} /$$

Коефіцієнт  $K_l$  при цьому може набувати одне із таких значень:

$$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots, \pm 2^{g-1}.$$

З аналізу можливих значень коефіцієнтів  $K_j$  випливає, що для формування часткових добутоків  $P_{jl} = K_{jl}A_l$  необхідно попередньо виконати  $2^{g-2} - 1$  додавань.

Паралельне обчислення сум парних добутоків на базі баготооперандного вертикального підходу з врахуванням вищенаведених викладок здійснюватиметься за такою формулою:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = \sum_{l=1}^r 2^{g(l-1)} \sum_{h=1}^s 2^{-(h-1)} \sum_{j=1}^m P_{jlh},$$

де  $P_{jlh} - h - \text{й розряд } P_{jl}$  часткового добутку.

Основними етапами паралельно-вертикального методу обчислення сум парних добутоків є:

- формування розрядів часткових добутоків для пари операндів;
- отримання частин макрочасткових добутоків шляхом паралельного однорозрядного додавання розрядів часткових добутоків пар операндів;
- формування макрочасткових добутоків шляхом підсумовування частин макрочасткових добутоків із зсувом на один розряд праворуч;
- утворення результату обчислення сум парних добутоків шляхом підсумовування макрочасткових добутоків із зсувом праворуч на кількість розрядів, які аналізуються для отримання часткових добутоків пар операндів.

**Принципи та базова структура паралельного пристрою для вертикального обчислення сум парних добутоків.** Для найповнішого використання переваг сучасної НВІС-технології та базису елементарних арифметичних операцій в основу побудови паралельного пристрою вертикального обчислення сум парних добутоків доцільно покласти такі принципи [5,8]:

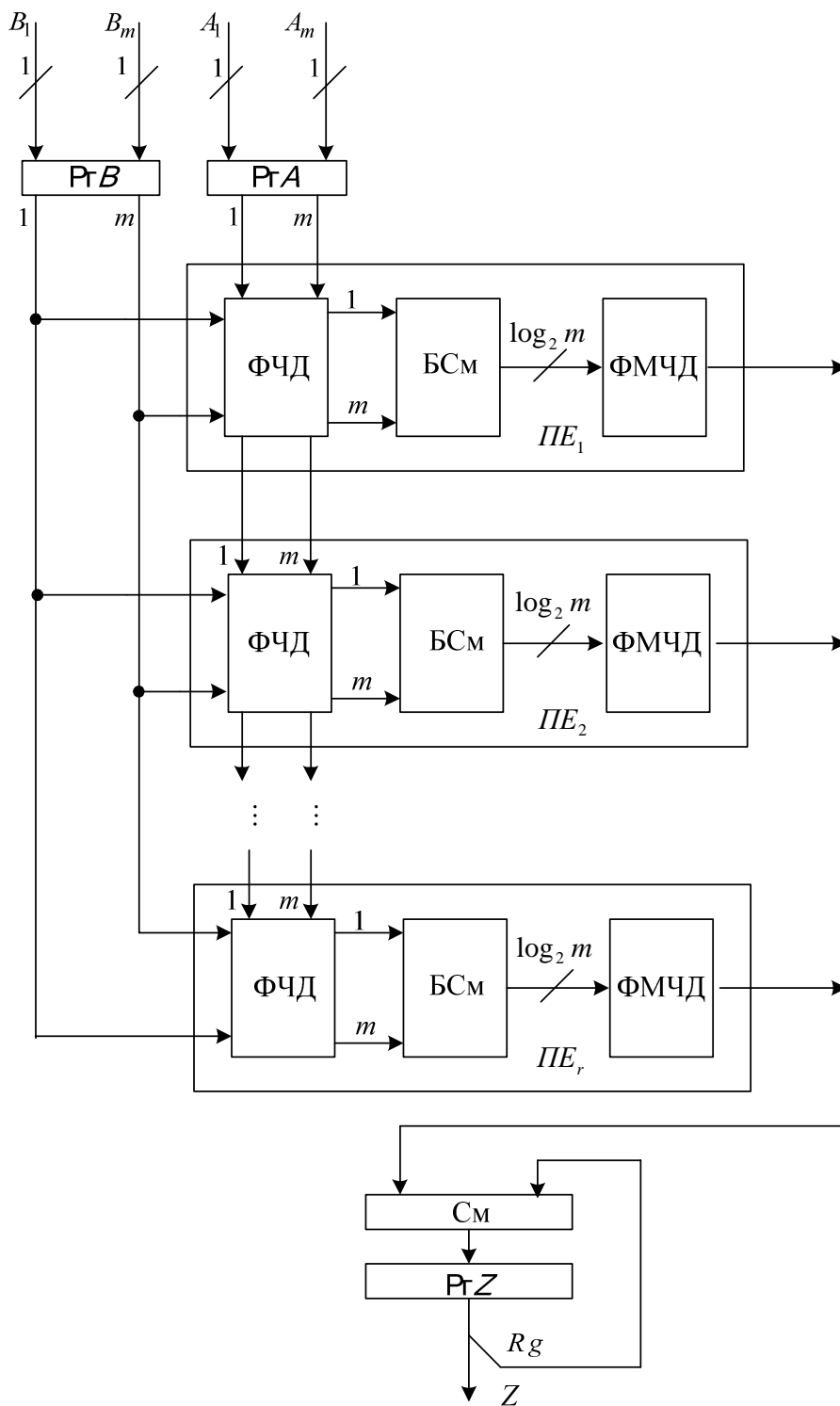
- узгодженості інтенсивності надходження даних з обчислювальною інтенсивністю пристрою;
- конвеєризації та просторового паралелізму;
- регулярності, модульності та широкого використання стандартних елементів;
- локалізації та зменшення кількості зв'язків між елементами пристрою.

Підвищення ефективності використання обладнання паралельно-вертикальними пристроями обчислення сум парних добутоків можна досягти такими шляхами:

- зменшенням часу формування макрочасткових добутоків;
- зменшенням кількості всіх макрочасткових добутоків;
- зменшенням часу підсумовування макрочасткових добутоків.

Залежно від алгоритмів формування часткових добутоків для пар операндів та вимог конкретного застосування можна синтезувати багато структур пристроїв паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків, які відрізняються як організацією обчислень, так і технічними характеристиками. Тому доцільно розробити та дослідити базову структуру пристрою паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків, яка буде основою для синтезу конкретного пристрою обчислення сум парних добутоків з заданими характеристиками.

Базова структура пристрою паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків наведена на рисунку, де Рг – регістри; ФЧД – формувач часткових добутоків пар операндів; БСм – однорозрядний  $m$ -вхідний суматор; ФМЧД – формувач макрочасткових добутоків; См – суматор; ПЕ – процесорний елемент.



Базова структура пристрою паралельно-вертикального обчислення сум парних добутків

Під час кожного такту роботи на входи пристрою надходять розрядні зрізи операндів  $A_{ji}$  і  $B_{ji}$ , які записуються в регістри відповідно  $PrA$  і  $PrB$ . Дані з виходів регістрів  $PrB$  надходять на входи всіх ПЕ, а з виходів  $PrA$  – тільки на вхід ПЕ<sub>1</sub>. В ПЕ<sub>1</sub> за допомогою ФЧД формуються розряди часткових добутків пар операндів шляхом множення операндів  $A_j$  на коефіцієнти  $K_{jl}$ , які визначаються під час аналізу  $l$ -х груп із  $g$  розрядів операндів  $B_j$ . На  $j$ -му виході ФЧД отримуємо  $h$ -ті

розряди часткового добутку для  $j$ -ї пари операндів, які розраховують так:  $P_{jl} = A_j K_{jl}$ , де  $K_{jl}$  коефіцієнт, який визначається аналізом  $l$ -х груп із  $g$  розрядів операнда  $B_j$ . Паралельним додаванням  $h$ -х розрядів часткових добутків на БСм отримуємо  $h$ -ту частину макрочасткового добутку  $P_{lh}$ , яка надходить на входи ФМЧД, де виконується підсумовування за такою формулою:

$$P_{lk} = 2^{-1} P_{l(k-1)} + P_{lh},$$

де  $k=1, \dots, s$ ,  $P_{l0} = 0$ .

Отримані на виходах ПЕ макрочасткові добути за допомогою СМ підсумовуються відповідно до формули:

$$Z_l = 2^{-g} Z_{l-1} + P_l,$$

де  $Z_0=0$ .

Пристрій паралельно-вертикального обчислення сум парних добутків працює за конвеєрним принципом і орієнтований на опрацювання неперервних потоків даних. Конвеєрний такт роботи такого пристрою визначається так:

$$T_k = t_{P_2} + t_{C_M},$$

де  $t_{P_2}$  – час спрацювання регістра,  $t_{C_M}$  – час додавання. Обчислення суми парних добутків здійснюється за  $n$  конвеєрних тактів.

### Висновки

1. Метод паралельно-вертикального обчислення сум парних добутків ґрунтується на формуванні і підсумовуванні макрочасткових добутків, кількість яких залежить від їхньої розрядності та алгоритму формування часткових добутків для пар операндів.

2. Запропонований метод та базова структура пристрою для паралельно-вертикального обчислення сум парних добутків забезпечує однотипність і простоту ПЕ, зменшення кількості зовнішніх виводів, досягнення високої продуктивності за рахунок глибокого розпаралелювання до бітового рівня та використання конвеєризації.

3. Час обчислення парних сум за паралельно-вертикальним методом визначається розрядністю чисел, а не їхньою кількістю.

4. Представлення алгоритмів обчислення сум парних добутків у базисі елементарних операцій дає змогу повною мірою використати можливості НВІС-технології.

5. Підвищення ефективності пристроїв паралельно-вертикального обчислення сум парних добутків можна досягти роздільним або комплексним використанням методів, які дадуть змогу зменшити: кількість макрочасткових добутків, час формування та підсумовування макрочасткових добутків.

1. Кун С. Матричные процессоры на СБИС. – М.: Мир, 1991. – 672 с.
2. Палагин А.В., Опанасенко В.Н. Реконфигурируемые вычислительные системы. – К.: Просвіта, 2006. – 280 с.
3. Самофалов К.Г. и др. Прикладная теория цифровых автоматов. – К: Вища шк., 1987. – 375 с.
4. Цмоць І.Г. Інформаційні технології та спеціалізовані засоби обробки сигналів і зображень у реальному часі. – Львів: УАД, 2005. – 227с.
5. Стрямець С.П, Цмоць І.Г. Паралельні алгоритми та НВІС-структури обчислення суми парних добутків // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”. – 2003. – № 496. – С. 255–263.
6. Карцев М.А., Брик В.А. Вычислительные системы и синхронная арифметика. – М., 1981. – 359 с.
7. Цмоць І.Г. Паралельні алгоритми та матричні НВІС-структури пристроїв множення для комп’ютерних систем реального часу // Науково-технічний журнал “Інформаційні технології і системи”. Том 7, 2004. – №1. – С. 5–16.
8. Березький О., Цмоць І. Методи та НВІС-структури для множення матриці на матрицю у реальному часі. Вісник НУ “Львівська політехніка” “Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика”. – 2007. – № 591. – С. 63–76.