

коливань в МКС порівняно з традиційними конструкціями. Це дозволяє створювати цілу низку високоефективних вібраційних машин з електромагнітним приводом.

1. Ланець О.С. Теорія синфазних коливань у вібраційних машинах з електромагнітним приводом // Вібрації в техніці та технологіях. – 2005. – № 2(40). – С. 46–59. 2. Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В. Теорія вібраційних машин з електромагнітним приводом та синфазним рухом коливальних мас з врахуванням жорсткості віброізоляторів // Машинознавство. – 2005. – № 9. – С. 19–26. 3. Ланець О.С. Розрахунок тримасових механічних коливальних систем вібраційних машин з електромагнітним приводом та синфазним рухом коливальних мас // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Український міжвід. наук.-техн. зб. – 2005. – Вип. 39. – С. 76–82.

УДК 534.1:62.83

Т.С. ЯРОШЕВИЧ

Луцький державний технічний університет

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ДЕБАЛАНСНИМ ЗБУДНИКОМ КОЛИВАНЬ ЗА РІЗНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГУНА

© Ярошевич Т.С., 2008

*Наведено результати моделювання розбігу та усталеного режиму руху вібраційної машини з дебалансним збудником, що приводиться в обертання від трифазного асинхронного двигуна, з використанням статичної та динамічної механічних характеристик*

*Quoted the results of modeling of the process of acceleration and stationary regime of motion of vibrating machine with unbalanced vibroexciter which put in rotation from asynchronous motor in the case of using static and dynamic mechanical characteristics.*

Вібраційні машини від початку минулого століття все ширше використовуються в різних галузях промисловості. Натепер вібраційна техніка продовжує інтенсивно розвиватися, виникають усе нові галузі її ефективного використання. Створення нових і вдосконалення існуючих вібромашин, в яких робочий орган здійснює коливальний рух, є неможливим без детального дослідження їхньої динаміки.

**Постановка проблеми.** У багатьох вібраційних машинах та пристроях коливання збуджуються механічними дебалансними віброзбудниками, що приводяться в обертання трифазними електродвигунами асинхронного типу. Частоти власних коливань пружно підвішеного робочого органа, зазвичай, є в кілька разів нижчими за частоту вимушених коливань. Тому у вібромашинах з дебалансними збудниками під час розбігу та вибігу за збігу власних частот із вимушеною виникають інтенсивні резонансні коливання. Амплітуди цих коливань залежать від швидкості проходження резонансної області. До того ж вони у багато разів перевищують амплітуди усталеного режиму руху. Відповідно, зростають динамічні навантаження на елементи конструкції вібраційних машин. Крім того, для проходження ротором електродвигуна резонансної зони необхідно істотно завищувати його потужність.

Двигуни реальних вібраційних машин, звичайно, мають обмежену потужність і тому їх можна зарахувати до „неідеальних” джерел енергії. Отже, може проявлятися взаємодія коливальних рухів тримкого тіла й обертального руху ротора електродвигуна. Машинні агрегати з електроприводом необхідно розглядати як електромеханічні системи. Для дослідження їхньої динаміки методично найправильнішим є використання рівнянь Лагранжа-Максвелла, які мають форму рівнянь Лагранжа другого роду та дозволяють отримувати поряд з рівняннями руху механічної частини системи пов’язані з ними рівняння електричної частини. Однак через складність математичних моделей, а також проблеми з визначенням коефіцієнтів її нелінійних диференціальних рівнянь, для дослідження динаміки машин з електроприводом переважно використовують статичну характеристику двигуна [1–3]. У такому разі для реалізації моделі потрібні лише паспортні дані електродвигуна з довідкової літератури. Навіть для дослідження перехідних режимів в електромеханічних системах з асинхронним двигуном, зазвичай, рекомендують нехтувати електромагнітними перехідними процесами й користуватися статичною характеристикою, а в уточнених розрахунках враховувати нелінійність за допомогою формули Клосса [1, 2, 4]. Більше того, найчастіше використовується лінійна модель статичної характеристики електродвигуна [3, 4, 9, 10]. Водночас у деяких роботах, наприклад [5, 6], для дослідження процесів розбігу, вибігу й навіть усталеного режиму руху в разі коливального навантаження, рекомендують розглядати динамічні моделі.

**Аналіз останніх досліджень.** Детальні аналітичні дослідження динамічних процесів у коливальних системах з інерційним приводом та двигуном обмеженої потужності наводяться в роботах В.О. Кононенка та його учнів [1]. Докладніші бібліографічні відомості щодо досліджень у цьому напрямку наведено в монографії А.А. Аліфова та К.В. Фролова [7]. У роботах [8, 9] наведено чисельне моделювання задачі пуску незрівноваженого ротора, усталеного на пружно закріпленій платформі, з урахуванням взаємного впливу асинхронного двигуна та коливальної системи. З останніх робіт, що стосуються моделювання динамічних процесів у вібраційних машинах із дебалансним приводом у разі обмеженого збудження, відмітимо роботи [6, 11]. Експериментальне дослідження перехідних процесів у вібраторах з інерційним збудником та асинхронним електродвигуном викладено в [12].

**Метою роботи** є порівняльний аналіз процесів розбігу та усталеного режиму руху зарезонансної вібраційної машини з дебалансним приводом для випадків використання як статичної, так і динамічної характеристик трифазного асинхронного електродвигуна.

Динамічні моделі багатьох вібраційних машин можуть бути подані у вигляді одномасової системи, коливання якої збуджується дебалансним збудником. Схему розглядуваної коливальної системи показано на рис. 1. Тримке тверде тіло (вібуючий робочий орган машини) з’єднане з нерухоною основою за допомогою м’яких пружних та демпфуючих елементів і може зміщуватися щодо нерухокої основи вздовж деякого фіксованого напрямку  $Ox$ . На тримкому тілі встановлено дебалансний віброзбудник, що приводиться в рух від трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором, який є в розглядуваному випадку „неідеальним” джерелом енергії.

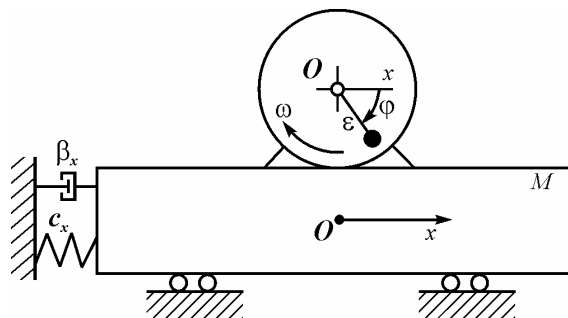


Рис. 1. Схема коливальної системи

Нехай незрівноважена маса віброзбудника обертається в горизонтальній площині (тобто дію моменту сил ваги на динаміку ротора збудника не враховуємо). У результаті обертання незрівноваженої маси виникає відцентрова сила інерції, яка збуджує малі вимушені коливання тримкого тіла. Узагальненими координатами розглядуваної системи є кут повороту ротора віброзбудника  $j$  та горизонтальне зміщення тримкого тіла  $x$ . Опір коливанням тримкого тіла врахуємо у вигляді лінійної сили  $b_x \dot{x}$ , пропорційної узагальненій швидкості. Рух механічної частини коливальної системи описується рівняннями [1–3]

$$I \ddot{j} = L - R + me \ddot{x} \sin j, \tag{1}$$

$$M \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = me (\ddot{j} \sin j + j^2 \cos j), \tag{2}$$

де  $I$  – сумарний момент інерції ротора віброзбудника щодо осі обертання;  $m, e$  – відповідно маса віброзбудника та його ексцентриситет;  $M$  – маса тримкого тіла з урахуванням маси збудника;  $b_x$  – коефіцієнт демпфування;  $c_x$  – поздовжня жорсткість пружини;  $L, R$  – відповідно електромагнітний обертальний момент двигуна та момент сил опору обертанню.

Отже, розглядувана коливальна система належить до класу динамічних систем, для дослідження як усталених, так і неусталених коливань яких за функцію  $L$  можна взяти статичну характеристику електродвигуна [1–4]. Таке припущення є цілком виправданим, оскільки для вібраційних машин з дебалансним приводом з-поміж неусталених режимів руху найбільше цікавим і детально досліджуваним є період розбігу (вибігу), в якому проявляється ефект Зоммерфельда. У цей проміжок часу швидкість розгону ротора зростає доволі повільно, тобто  $dj/dt$  незначно змінюється протягом періоду коливань. Отже, спостерігається так званий режим руху, близький до усталеного. У роботі використано лінійну модель статичної характеристики [4, 11]. При цьому функцію  $L$  на робочій ділянці апроксимуємо прямою, яка проходить через точки  $(w_n, L_n)$  і  $(w_c, 0)$ , де  $w_c, w_n$  – синхронна та номінальна кутові швидкості двигуна;  $L_n$  – номінальний момент двигуна.

З іншого боку, для врахування динамічної характеристики асинхронного електродвигуна використано підхід, який ґрунтується на сумісному розв'язанні диференціальних рівнянь руху механічної частини системи (1), (2) та рівняння електромагнітних явищ в асинхронному двигуні [6, 13]

$$T_D^2 \ddot{x} + T_D \dot{x} \left( 2 - \frac{T_D}{s} \right) + \left( 1 - \frac{T_D x}{s} \right) L = 2x L_{\max} s_\epsilon, \tag{3}$$

де  $T_D = \frac{1}{100p s_{кр}}$  – електромагнітна стала часу;  $x = \frac{1}{1 + s_\epsilon}$ ;  $s_\epsilon = \frac{w_s - j}{w_c}$  – відносне ковзання;

$s = w_c - j$  – поточне ковзання;  $s_{кр} = \frac{s_n + \sqrt{As_n}}{1 + \sqrt{As_n}}$  – критичне ковзання;  $s_n = \frac{w_c - w_n}{w_c}$  – номінальне

ковзання;  $A = \frac{I_n (I_{\max} - 1)}{I_{\max} - I_n}$ ;  $I_n = \frac{L_n}{L_H}$ ;  $I_{\max} = \frac{L_{\max}}{L_H}$ ;  $L_{\max}, L_n$  – максимальний (критичний) та пусковий моменти двигуна.

Момент сил опору обертанню ротора збудника зумовлюється, переважно, опором у підшипниках і визначається за формулою  $R = R(j) = 0,5 f^* m e j^2 d$ , де  $f^*$  – зведений коефіцієнт тертя в підшипнику;  $d$  – його внутрішній діаметр.

Модельовання процесу розбігу дебалансного віброзбудника зводиться до чисельного інтегрування рівнянь руху електромеханічної системи (1), (2) або (1), (2), (3) за допомогою програмного продукту Maple за таких значень параметрів:  $m = 4 \text{ кг}$ ;  $e = 0,037 \text{ м}$ ;  $I = 0,006 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $M = 39 \text{ кг}$ ;  $c_x = 4,5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ;  $f^* = 0,003$ ;  $d = 0,02 \text{ м}$ ;  $b_x = 135 \text{ кг/с}$ ;  $p = 33,9 \text{ с}^{-1}$  – частота власних

коливань системи; при тому використовувалися трифазні асинхронні короткозамкнені двигуни серії 4А із синхронною частотою обертання  $n_c = 1500 \text{ об/хв}$  і номінальними потужностями  $N = 0,09 \text{ кВт}$  та  $N = 0,12 \text{ кВт}$ .

**Результати дослідження.** Встановлено, що мінімальна потужність двигуна, за якої можливий його розбіг і робота в зарезонансному усталеному режимі, становить  $N = 0,09 \text{ кВт}$ , як у разі моделювання за допомогою статичної характеристики асинхронного електродвигуна (назвемо це першим варіантом), так і в разі використання рівняння електромагнітних явищ в асинхронному двигуні (другий варіант). Зазначимо, якщо номінальна потужність двигуна могла б набувати будь-якого значення з проміжку потужностей стандартних електродвигунів  $N = 0,09 \dots 0,06 \text{ кВт}$ , то його запуск з подальшим виходом на режим обертання з кутовою швидкістю, близькою до номінальної, можна було б здійснити за  $N = 0,075 \text{ кВт}$  у першому та за  $N = 0,074 \text{ кВт}$  у другому варіанті. Отже, обидва досліджувані варіанти дають доволі близькі результати.

На рис. 2 показано часові залежності кутової швидкості ротора вібробудника. Порівнюючи обидва графіки, можна стверджувати про якісно однакове відтворення розбігу ротора вібробудника в обох досліджуваних випадках.

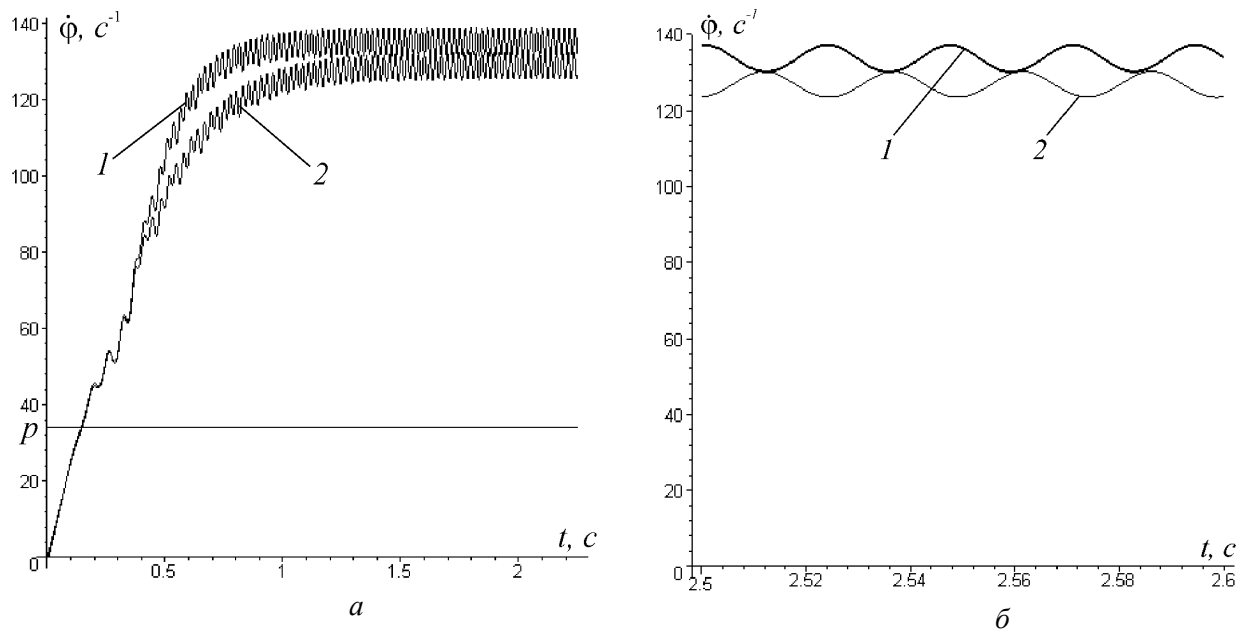


Рис. 2. Часові залежності кутової швидкості ротора для періоду розбігу (а) та усталеного режиму (б) в разі використання:

1 – статичної характеристики двигуна; 2 – рівняння електромагнітних явищ у двигуні

Відповідно до наведених графіків, на першому етапі розгону, починаючи з моменту вмикання двигуна до досягнення кутовою швидкістю ротора величини, що дорівнює критичній швидкості (у розглядуваному випадку  $w_{кр} = 100,08 \text{ c}^{-1}$ ), обидві криві практично збігаються.

На другому етапі розбігу ротора (з моменту досягнення ротором критичного значення швидкості до встановлення усталеного руху) існують незначні розбіжності. Загалом вони зводяться до деякого відставання швидкості розгону ротора для моделі з динамічною характеристикою двигуна й, у підсумку, дещо меншій швидкості усталеного обертання. З наведених графіків видно, що найістотніші відмінності між значеннями кутових швидкостей ротора спостерігаються на ділянці, яка відповідає точці розриву кусково-лінійної функції статичної характеристики електро-

двигуна. В усталеному режимі руху кутові швидкості ротора збудника в обох досліджуваних випадках, відповідно, дорівнюють  $w_{ст} = 133,8 \text{ c}^{-1}$ ,  $w_{дин} = 126,9 \text{ c}^{-1}$ , тобто різниця становить близько 5 %. При цьому спостерігаються практично однакові коливання швидкості.

На рис. 3, а подано часові залежності узагальненої координати зміщення тримкого тіла для найцікавішого періоду розбігу – проходження резонансної зони. Відповідно до наведених графіків, амплітуди коливань тримкого тіла практично однакові для обох розглянутих випадків як за величиною, так і за характером зміни. Такий висновок однаково стосується і перехідного, і усталеного режимів руху (рис. 3, б).

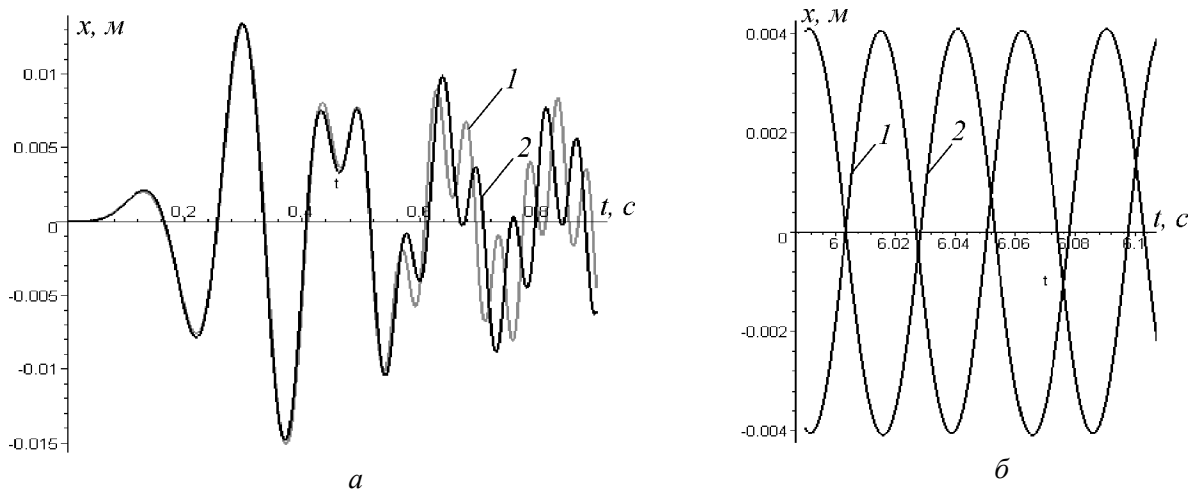


Рис. 3. Часові залежності узагальненої координати зміщення тримкого тіла для періоду розбігу (а) та усталеного режиму (б) в разі використання: 1 – статичної характеристики двигуна; 2 – рівняння електромагнітних явищ у двигуні

На рис. 4 зображені залежності від часу обертового моменту електродвигуна та вібраційного моменту, що діє на ротор збудника для випадків використання статичної характеристики та рівняння електромагнітних явищ у двигуні. Зазначимо, що під вібраційним моментом розуміють додатковий момент, що діє на ротор збудника у разі коливань його осі та який призводить до різних вібраційних ефектів [3]. Звернемо увагу, що на першому етапі розбігу вібраційний момент практично дорівнює нулю (існує ніби пуск електродвигуна без навантаження). На початку другого етапу вібраційний момент стрімко зростає. Оскільки в резонансній області вібраційний момент практично повністю є гальмівним, у цей проміжок часу пришвидшення ротора є порівняно невеликим. Відразу після виходу з резонансної зони вібраційний момент стає здебільшого обертовим і швидко зменшується, натомість частота та амплітуда його коливань неперервно зростають до встановлення усталеного режиму руху. Різниця між значеннями, яких набуває вібраційний момент в обох порівнюваних варіантах, як під час розбігу ротора, так і для усталеного періоду руху, не перевищує 5–7 %.

Аналогічну незначну розбіжність можна констатувати й між величинами обертового моменту електродвигуна для випадків використання різних механічних характеристик. Це пояснює той факт, що результати моделювання динамічних процесів із використанням обох характеристик є достатньо близькими. При тому для першого досліджуваного варіанта в усталеному режимі руху спостерігаються дещо більші коливання величини моменту двигуна (рис. 4, б). Звернемо увагу, що ці коливання через високу частоту зміни навантаження та наявність значної механічної інерції віброзбудника та обертових частин електродвигуна є малими порівняно з коливаннями вібраційного моменту, і на рис. 4, б їхнє графічне зображення має вигляд практично прямої лінії.

Зазначимо, що виконані дослідження розгону ротора вібробудника, який приводиться в обертання двигуном завищеної потужності ( $N = 0,12 \text{ кВт}$ ), дають аналогічні результати – існує лише дещо менша розбіжність між значеннями досліджуваних параметрів; якщо функцію  $L$  на робочій ділянці апроксимувати параболою, яка проходить через точки  $(w_H, L_H)$  і  $(w_C, 0)$  [14], дістаємо практично такий самий результат. Це пов'язано, перш за все, з тим, що коливання вібраційного моменту є на порядок більшими, ніж коливання моменту електродвигуна. Тим самим нівелюється вплив останнього.

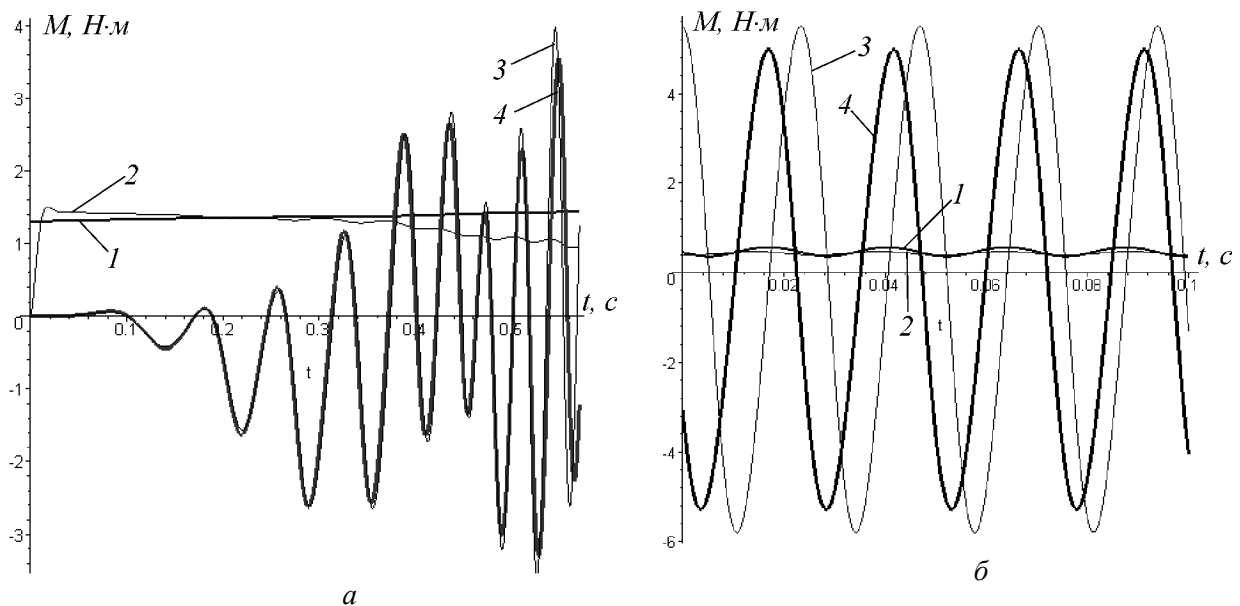


Рис. 4. Часові залежності моменту двигуна (1, 2) та вібраційного моменту (3, 4) для періоду розбігу (а) та усталеного режиму (б) в разі використання: 1, 3 – статичної характеристики двигуна; 2, 4 – рівняння електромагнітних явищ у двигуні

На підставі чисельного моделювання розбігу та усталеного режиму руху ротора вібробудника для випадків використання статичної та динамічної характеристик електродвигуна, а також беручи до уваги існуючі результати аналітичних та експериментальних досліджень, можна зробити такі **висновки**:

- моделі з обома характеристиками практично однаково та адекватно описують рух вібраційної машини;
- твердження про те, що використання лінеаризованих статичних характеристик електродвигуна призводить до істотного завищення величини його обертального моменту для розглядуваних коливальних систем не відповідає реальності – різниця між значеннями моментів в обох випадках є незначною.

Отже, для моделювання динаміки вібраційних машин з дебалансним вібробудником (принаймні розглядуваного типорозміру), що приводяться в рух від трифазного асинхронного електродвигуна, можна використовувати як статичну, так і динамічну характеристики двигуна, і для усталеного періоду руху, і для розбігу. При тому доцільнішим є моделювання з використанням рівняння електромагнітних явищ у асинхронному двигуні.

1. Кононенко В.О. Колебательная система с ограниченным возбуждением. – М.: Наука, 1964. – 324 с. 2. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. – М.: Наука, 1988. – 336 с. 3. Блехман И.И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с. 4. Румянцев С.А. Динамика переходных процессов и самосинхронизация движений вибрационных машин. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. –

134 с. 5. Коловский М.З. Динамика машин. – Л.: Машиностроение, 1989. – 263 с. 6. Зайцев О.И., Шатохин В.М., Чернов А.М. Моделирование динамических процессов у вибрационных аппаратах с инерционным вибратором та асинхронним двигуном // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Укр. міжвід. наук.-техн. зб. – 2006. – № 40. – С. 116–126. 7. Алифов Ф.Ф., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М.: Наука, 1985. – 328 с. 8. Андриевский Б.Р., Блехман И.И., Борцов Ю.А. и др. Управление мехатронными вибрационными установками. – СПб.: Наука, 2001. – 278 с. 9. Гортинский В.В., Хвалов Б.Г. Об одном способе управления запуском колебательной системы с инерционным возбудителем. Механика машин. – М.: Наука, 1991. – Вып. 58. – С. 42–46. 10. Вуколов Э.А., Гончаревич И.Ф. Некоторые вопросы динамики вибрационной машины с приводом для возбуждения эллиптических колебаний. – В кн.: Нелинейные колебания и переходные процессы в машинах. – М.: Наука, 1972. – С. 56–66. 11. Ярошевич Т.С. Дослідження пуску вібраційної машини з дебалансним приводом / Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2007. – № 557. – С. 94–102. 12. Берник П.С., Чубик Р.В., Таянов С.А. Перехідні процеси у вібраційних технологічних машинах із дебалансним приводом // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Укр. міжвід. наук.-техн. зб. – 2006. – № 40. – С. 25–34. 13. Левин А.И. Математическое моделирование в исследованиях и проектировании станков. – М.: Машиностроение, 1978. – 184 с. 14. Заблоцкий В.П., Изюмский В.П. К исследованию движения машинного агрегата, имеющего асинхронных электродвигатель // Теория механизмов и машин: Республ. межвед. науч.-техн. сб. – 1967. – Вып. 4. – С. 82–86.