

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕПЕВНОСТІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ АПРОКСИМАЦІЙ ФУНКЦІЙ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

© Дорожовець Михайло, 2008

Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна
dorozhovets@polynet.lviv.ua

Ряшівська політехніка, вул. В.Поля, 2В, 35-959, Ряшів, Польща
michdor@prz.rzeszow.pl

Подано результати досліджень стандартної непевності значень апроксимувальних залежностей функцій перетворення засобів вимірювальної техніки, коефіцієнти яких знайдено на основі опрацювання методом найменших квадратів результатів вимірювальних експериментів. Досліджено апроксимації на основі алгебраїчних многочленів та многочленів Чебишова. Наведено аналітичні вирази для обчислення стандартних непевностей цих функцій.

Представлены результаты исследования стандартной неопределенности значений аппроксимирующих выражений функций преобразования средств измерительной техники, коэффициенты которых определены на основании обработки методом наименьших квадратов результатов измерительных экспериментов. Исследованы аппроксимации на основе алгебраических многочленов и многочленов Чебышева. Приведены аналитические выражения для вычисления стандартных неопределенностей этих функций.

In the article the results of investigating the standard uncertainty of the approximating expressions of the transformation functions of the measurement technique means, whose coefficients are determined on the basis of working by the least squares method of the measuring experiment results are represented. Algebraic and Chebyshev approximation polynomials are investigated. Analytical expressions for enumerating the standard uncertainties of these functions are given.

1. Вступ. Для визначення функції перетворення засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) – залежності між вихідною (y) та вхідною (x) величинами, наприклад, вимірювального перетворювача, використовують сукупні вимірювання з подальшим опрацюванням їхніх результатів за методом найменших квадратів [1–4]. Вхідними даними для такої апроксимації є задані n значень вхідної величини (вектор $\mathbf{X}^T = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})^T$) та знайдені внаслідок вимірювань n значень вихідної величини (вектор $\mathbf{Y}^T = (y_0, y_1, \dots, y_{n-1})^T$). Безпосередньо для апроксимації функції перетворення використовують m відомих базових функцій $j_j(x)$ ($j=0, \dots, m-1$), які утворюють вектор розміром m :

$$\mathbf{j} = (j_0(x), j_1(x), j_2(x), \dots, j_{m-1}(x)). \quad (1)$$

За умови застосування лінійного МНК сама апроксимаційна функція описується многочленом

$$y_{apr}(x) = \sum_{j=0}^{m-1} a_j j_j(x) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}, \quad (2)$$

де $\mathbf{A}^T = (a_0, a_1, \dots, a_{m-1})^T$ – є вектором значень коефіцієнтів при базових апроксимаційних функціях, які

необхідно знайти в результаті застосування МНК: очевидно, що кількість цих коефіцієнтів також дорівнює m .

У подальших дослідженнях використано засади звичайного лінійного МНК [3–7], приймаючи, що модель апроксимаційної функції (2) є адекватною, результати вимірювань вихідної величини є рівноточними, характеризуються однаковими стандартними непевностями $u(y_i) = u(y)$, а значення вхідної величини задані з нехтовною непевністю (порівняно з непевністю вихідної величини). За таких умов згідно з МНК значення шуканих коефіцієнтів $\mathbf{A}^T = (a_0, a_1, \dots, a_{m-1})^T$ знаходять на підставі мінімізації суми квадратів відхилень v_i результатів вимірювань вихідної величини y_i від значень $y_a(x_i)$ апроксимаційної функції (2) для відповідних значень аргументів x_i

$$\text{MIN} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} v_i^2 \right\} = \text{MIN} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\sum_{j=0}^{m-1} a_j j_j(x_i) - y_i \right)^2 \right\}. \quad (3)$$

Оскільки значення вхідної величини $\mathbf{X}^T = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})^T$ задані, то можна заздалегідь розрахувати значення базових апроксимаційних функцій $j_j(x_i)$, які утворюють матрицю Φ розміром $m \times n$:

$$\Phi = \begin{bmatrix} j_0(x_0) & j_1(x_0) & \dots & j_{m-1}(x_0) \\ j_0(x_1) & j_1(x_1) & \dots & j_{m-1}(x_1) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ j_0(x_{n-1}) & j_1(x_{n-1}) & \dots & j_{m-1}(x_{n-1}) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

У такому разі умові мінімуму виразу (3) відповідає матричне рівняння

$$\frac{(\Phi^T \Phi)}{n} \cdot \mathbf{A} = \frac{\Phi^T \mathbf{Y}}{n}, \text{ або } \mathbf{f}^T \mathbf{f} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{f}^T \mathbf{Y}, \quad (5)$$

де

$$\mathbf{f}^T \mathbf{f} = \frac{\Phi^T \Phi}{n}, \quad (\mathbf{f}^T \mathbf{f})_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} [j_k(x_i) j_l(x_i)];$$

$$\mathbf{f}^T \mathbf{Y} = \frac{\Phi^T \mathbf{Y}}{n}, \quad (\mathbf{f}^T \mathbf{Y})_k = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i j_k(x_i). \quad (6)$$

У матричних виразах (5) та (6) застосовано усереднення значень коефіцієнтів на кількість експериментальних точок n , це зроблено з метою обмеження діапазону значень коефіцієнтів цих матриць.

Тоді вектор \mathbf{A} шуканих коефіцієнтів визначають із матричного виразу:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{Y}. \quad (7)$$

Найчастіше для апроксимації функції перетворення ЗВТ застосовують алгебраїчні многочлени, для яких базові функції описуються відповідними ступенями вхідної величини

$$j_j(x) = x^j, \quad (8)$$

тобто у такому разі вектор базових функцій має вигляд

$$\mathbf{j} = (1, x, x^2, \dots, x^{m-1}). \quad (9)$$

Іншими, також алгебраїчними, є многочлени Чебишова $T_j(\chi)$, які можна подавати як в тригонометричній, так і в алгебраїчній формах [8]

$$j_{\text{чєб},j}(c) = T_j(c) = \cos(\arccos(jc)) = \sum_{k=0}^{\lfloor j/2 \rfloor} C_j^{2k} c^{j-2k} (c^2 - 1)^k, \quad -1 \leq c \leq 1. \quad (10)$$

У (10) значення аргументу c (вхідної величини) повинно лежати в симетричних межах $-1 \leq c \leq 1$,

тобто має бути центрованим та пронормованим. Оскільки вхідна величина ЗВТ зазвичай лежить в іншому діапазоні, скажімо від x_a до x_b , то за допомогою простого лінійного перетворення

$$c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{V} \quad (11)$$

де $\bar{x} = (x_b + x_a)/2$ – є серединою розмаху значень вхідної величини, а $V = (x_b - x_a)/2$ є половиною розмаху цього інтервалу) її можна звести до нормованих значень.

Зауважимо, що якщо під час реалізації вимірювального експерименту є можливість задавати довільні значення вхідної величини, зокрема, значення, які відповідають вузлам ортогональності многочленів Чебишова [8], тоді можна отримати граничне спрощення матриці (4) до діагонального вигляду, завдяки чому розв'язки системи рівнянь (5) можна знайти відразу [3].

Традиційно використання МНК має на меті знаходження коефіцієнтів при базових апроксимаційних функціях і в кращому випадку оцінювання характеристик точності цих коефіцієнтів. Однак сама апроксимація функції перетворення ЗВТ здійснюється не з метою знаходження коефіцієнтів при апроксимаційних функціях, а з метою можливості подальшого використання цієї функції.

Метою досліджень є отримання явних аналітичних виразів для стандартних непевностей прогнозованих значень функції перетворення ЗВТ, знайденої за допомогою її апроксимації звичайними алгебраїчними многочленами та многочленами Чебишова, а також порівняння отриманих результатів для встановлення ефективності застосування того чи іншого апроксимаційного многочлена.

2. Загальна математична модель стандартної непевності прогнозованих значень функції перетворення. Мірою якості знайденої апроксимаційної залежності функції перетворення ЗВТ є її стандартна непевність $u(y_{\text{apr}}(x))$, а також однозначно пов'язана з нею розширена непевність $U_p(y_{\text{apr}}(x)) = k_p \cdot u(y_{\text{apr}}(x))$, де k_p – коефіцієнт розширення, значення якого залежить від рівня довір'я P [9]. Тому далі будемо аналізувати лише стандартну непевність чи її квадрат $u^2(y_{\text{apr}}(x))$.

Загалом для довільних значень вхідної величини згідно з (1) та (7) значення апроксимованої функції перетворення можна знайти за виразом

$$Y_{apr}(x) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{j} \cdot (\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{Y}. \quad (12)$$

Звідси коваріаційну матрицю $\mathbf{R}(\mathbf{Y})$ апроксимованих значень, яка дає найповнішу інформацію про стандартну непевність цих значень та їхній взаємний зв'язок, можна знайти, застосовуючи стандартну процедуру [8]

$$\mathbf{R}(\mathbf{Y}) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{A}) \cdot \mathbf{j}^T, \quad (13)$$

де

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}) = (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi})^{-1} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{R}_y \mathbf{\Phi} (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi})^{-1} \quad (14)$$

коваріаційна матриця коефіцієнтів при базових апроксимаційних функціях, а \mathbf{R}_y – коваріаційна матриця результатів вимірювань вихідної величини.

У разі рівноточних вимірювань вихідної величини (взаємно некорельованих з однаковою стандартною непевністю $u^2(y)$) коваріаційна матриця результатів вимірювань описується залежністю $\mathbf{R}_y = u^2(y) \cdot \mathbf{I}$ (де \mathbf{I} – одинкова діагональна матриця), тому вираз для коваріаційної матриці коефіцієнтів (14) спрощується

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}) = u^2(y) \cdot \frac{(\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1}}{n} = \frac{u^2(y)}{n} \cdot \mathbf{M}_R, \quad (15)$$

де

$$\mathbf{M}_R = (\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1}. \quad (16)$$

обернена матриця системи рівнянь (5), яка є коефіцієнтом перерахунку стандартної непевності результатів вимірювань вихідної величини у стандартні непевності коефіцієнтів.

Після підстановки (15) у (13) отримуємо

$$\mathbf{R}(\mathbf{Y}) = \frac{u^2(y)}{n} \mathbf{j} \cdot (\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1} \mathbf{j}^T. \quad (17)$$

а значення стандартної непевності апроксимаційної функції є діагональними елементами цієї матриці

$$u^2(y_{apr}(x)) = \frac{u^2(y)}{n} \left[\mathbf{j} \cdot (\mathbf{f}^T \mathbf{f})^{-1} \mathbf{j}^T \right]_{diag}. \quad (18)$$

3. Дослідження стандартної непевності значень функції перетворення у разі застосування апроксимації алгебраїчними многочленами

3.1. Матричні компоненти системи рівнянь.

Якщо застосувати лінійне перетворення вхідної величини згідно з (11), то значення елементів матриць (6) системи рівнянь МНК (5) описуються залежностями

$$(\mathbf{f}^T \mathbf{f})_{c,kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} c_i^{k+l} = \overline{c^{k+l}},$$

$$(\mathbf{f}^T \mathbf{Y})_{c,k} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} c_i^k y_i = \overline{c^k y_i}. \quad (19)$$

Часто значення вхідної величини можна сформувати рівновіддаленими між собою з кроком $h = (x_b - x_a)/(n-1)$, тобто $x_i = x_a + h \cdot i$, тоді пронормовані значення вхідної величини (11) можна обчислити згідно з виразом

$$c_i = \frac{2 \cdot i}{n-1} - 1, \quad (i=0, 1, \dots, n-1). \quad (20)$$

Завдяки симетрії (щодо середини інтервалу) пронормованих значень вхідної величини χ_i у матриці $\mathbf{f}_c^T \mathbf{f}_c$ (6) усі коефіцієнти з непарними степенями $k+l = 2p+1$ дорівнюють нулеві: $\overline{c^{2p+1}} = 0$, тобто вона має вигляд

$$\mathbf{f}_c^T \mathbf{f}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \overline{c^2} & 0 & \mathbf{M} \\ 0 & \overline{c^2} & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ \overline{c^2} & 0 & \overline{c^4} & 0 & \mathbf{M} \\ 0 & \overline{c^4} & 0 & \mathbf{O} & 0 \\ \mathbf{K} & 0 & \mathbf{L} & 0 & \overline{c^{2(m-1)}} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Середні значення ненульових коефіцієнтів матриці (21) залежать лише від кількості експериментальних точок, а саме

$$\overline{c^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i^2 = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{n-1} \right) \rightarrow \frac{1}{3}; \quad (22)$$

$$\overline{c^4} = \frac{1}{5} \left(1 + \frac{4(3n^2 - 4n - 1)}{3(n-1)^3} \right) \rightarrow \frac{1}{5}; \quad (23)$$

$$\overline{c^6} = \frac{1}{7} \left(1 + \frac{2(9n^4 - 24n^3 + 6n^2 + 8n + 17)}{3(n-1)^5} \right) \rightarrow \frac{1}{7}; \quad (24)$$

$$\overline{c^8} = \frac{1}{9} \left(1 + \frac{8(5n^6 - 20n^5 + 15n^4 + 8n^3 + 43n^2 - 52n - 47)}{5(n-1)^7} \right) \rightarrow \frac{1}{9}. \quad (25)$$

На рис. 1 показано пронормовані до відповідних асимптотичних границь: $1/3$; $1/5$; $1/7$; $1/9$ значення коефіцієнтів матриці (21): $3 \cdot \overline{c^2}$; $5 \cdot \overline{c^4}$; $7 \cdot \overline{c^6}$; $9 \cdot \overline{c^8}$ залежно від кількості експериментальних точок n .

Матриці (21) відповідають обернені матриці (16), для перших трьох з яких явні вирази мають такий вигляд

$$\mathbf{M}_{R(1)} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} \overline{c^2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (26)$$

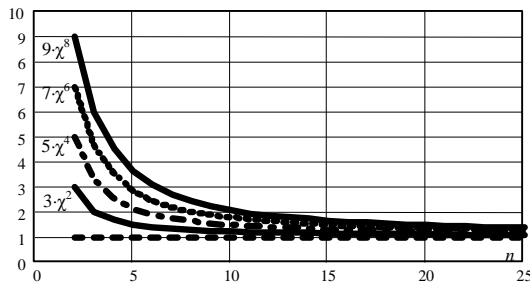


Рис. 1. Залежності середніх значень ступенів пронормованої вхідної величини від кількості експериментальних точок n

$$M_{R(2)} = \frac{1}{c^4 - (\bar{c}^2)^2} \begin{pmatrix} \bar{c}^4 & 0 & -\bar{c}^2 \\ 0 & \bar{c}^4 - (\bar{c}^2)^2 & 0 \\ -\bar{c}^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (27)$$

$$M_{R(3)} = \frac{1}{c^4 - (\bar{c}^2)^2} \begin{pmatrix} \bar{c}^4 & 0 & -\bar{c}^2 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{c}^6 \cdot (\bar{c}^4 - (\bar{c}^2)^2)}{\bar{c}^2 \cdot \bar{c}^6 - (\bar{c}^4)^2} & 0 & \frac{\bar{c}^4 \cdot (\bar{c}^4 - (\bar{c}^2)^2)}{\bar{c}^2 \cdot \bar{c}^6 - (\bar{c}^4)^2} \\ -\bar{c}^2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{c}^4 \cdot (\bar{c}^4 - (\bar{c}^2)^2)}{\bar{c}^2 \cdot \bar{c}^6 - (\bar{c}^4)^2} & 0 & \frac{\bar{c}^2 \cdot (\bar{c}^4 - (\bar{c}^2)^2)}{\bar{c}^2 \cdot \bar{c}^6 - (\bar{c}^4)^2} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

3.2. Стандартна непевність значень функцій перетворення. Після підстановки цих матриць у вираз (18), а також враховуючи аналітичний опис алгебраїчних базових функцій (9), отримуємо явні вирази для квадрата стандартної непевності апроксимаційної функції:

– для многочлена першого ступеня:

$$u_{(1)}^2(y_{apr}(c)) = \frac{u^2(y)}{n} \cdot \left(1 + \frac{c^2}{c^2} \right); \quad (29)$$

– для многочлена другого ступеня:

$$u_{(2)}^2(y_{apr}(c)) = \frac{u^2(y)}{n} \cdot \left(1 + \frac{x^2}{c^2} + \frac{(x^2 - \bar{c}^2)^2}{c^4 - (\bar{c}^2)^2} \right); \quad (30)$$

– для многочлена третього ступеня:

$$u_{(3)}^2(y_{apr}(c)) = \frac{u^2(y)}{n} \cdot \left(1 + \frac{(x^2 - \bar{c}^2)^2}{c^4 - (\bar{c}^2)^2} + \frac{\bar{c}^6 - 2 \cdot \bar{c}^4 \cdot x^2 + \bar{c}^2 \cdot x^4}{c^2 \bar{c}^6 - (\bar{c}^4)^2} x^2 \right) \quad (31)$$

Залежності квадратів стандартної непевності апроксимованих значень функції перетворення ЗВТ, розрахованих згідно з (29)–(31) при n=16 та одиничній стандартній непевності результатів вимірювань вихідної величини u(y)=1 показані суцільними лініями на рис. 2 (а – лінійна апроксимація, б – параболічна апроксимація та в – кубічна апроксимація).

Аналізуючи вирази (29)–(31) та графіки на рис. 2, можна зауважити істотне симетричне зростання стандартної непевності функції в околі кінців інтервалу зміни вхідної величини порівняно з непевністю у середній частині цього інтервалу.

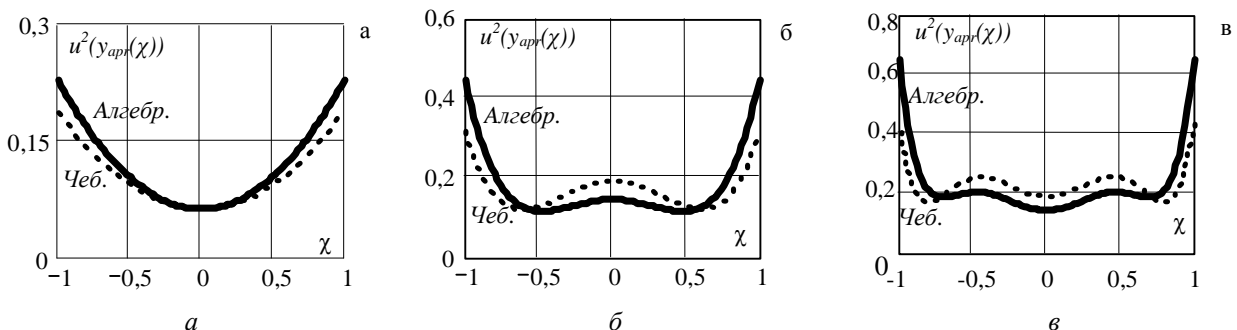


Рис. 2. Квадрати стандартної непевності апроксимованих значень функції перетворення ЗВТ при апроксимації алгебраїчними многочленами (суцільні лінії) та многочленами Чебишова (пунктирні лінії) при n=16 та одиничній стандартній непевності результатів вимірювань вихідної величини многочленами: а – першого ступеня, б – другого ступеня та в – третього ступеня

4. Дослідження стандартної непевності значень функції перетворення у разі застосування апроксимації многочленами Чебишова

4.1. Матричні компоненти системи рівнянь.

Якщо значення вхідної величини задати в точках, для яких нормовані згідно з (11) значення (рис. 3) відповідають вузлам ортогональності многочленів Чебишова

$$c_i = -\cos\left(\frac{p}{n} \cdot \frac{2i+1}{2}\right), \quad i = 0, 1, \dots, n-1, \quad (32)$$

тоді у (6) значення коефіцієнтів матриці системи рівнянь МНК становлять

$$(\mathbf{f}^T \mathbf{f})_{c,kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} T_k(c_i) T_l(c_i) = \begin{cases} 1, & k=l=0, \\ 0,5 & k=l \neq 0, \\ 0, & k \neq l. \end{cases} \quad (33)$$

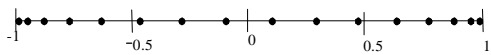


Рис. 3. Розміщення пронормованих значень вхідної величини, які забезпечують умову ортогональності многочленів Чебишова (n=16)

Отже, завдяки відповідному вибору значень вхідної величини $x_i = c_i \cdot V + \bar{x}$ матриці $\mathbf{f}_c^T \mathbf{f}_c$ та $\mathbf{f}^T \mathbf{Y}$ системи рівнянь (7) набувають вигляду

$$\mathbf{f}^T \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ 0 & 0,5 & \mathbf{L} & 0 \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}^T \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i T_0(c_i) \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i T_1(c_i) \\ \mathbf{M} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i T_{m-1}(c_i) \end{bmatrix}. \quad (34)$$

З цього випливає, що значення коефіцієнтів апроксимації $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1}$ можна знайти безпосередньо згідно з простими залежностями

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i T_0(c_i), \quad a_1 = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i T_1(c_i),$$

$$a_2 = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i T_2(c_i), \quad a_{m-1} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i T_{m-1}(c_i). \quad (35)$$

4.2. Стандартна непевність значень функції перетворення. У разі використання многочленів Чебишова апроксимація функції перетворення описується залежністю

$$y_{Чев.апр}(c) = \mathbf{T}(c) \cdot \mathbf{A} = \sum_{j=0}^{m-1} a_j T_j(c), \quad (36)$$

Оскільки обернена матриця системи рівнянь у такому разі є діагональною

$$\mathbf{M}_{D(Чев)} = \frac{(\mathbf{f}_c^T \mathbf{f}_c)^{-1}}{n} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ 0 & 2 & \mathbf{L} & 0 \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & 2 \end{bmatrix}, \quad (37)$$

то коефіцієнти апроксимації (35) взаємно некорельовані, завдяки чому квадрат стандартної непевності апроксимаційної функції (17), (18) описується залежністю

$$u^2(y_{Чев}(c)) = \frac{u^2(y)}{n} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{m-1} T_j^2(c) \right). \quad (38)$$

Залежності квадратів стандартної непевності, апроксимованих многочленами Чебишова значень функції перетворення ЗВТ, розрахованих згідно з (38) при n=16 та одиничній стандартній непевності результатів вимірювань вихідної величини $u(y)=1$ показані пунктирними лініями на рис. 2 (а – лінійна апроксимація, б – параболічна апроксимація та в – кубічна апроксимація).

5. Аналіз результатів досліджень

1. Отримані у роботі загальні вирази (18) та (38), а також (29)–(31) дають можливість ще на етапі підготовки вимірювального експерименту та апроксимації оцінити очікувану непевність прогнозованої залежності між вхідною та вихідною величинами досліджуваного ЗВТ.

2. У разі адекватної моделі апроксимаційної функції та некорельованих результатів вимірювань стандартна непевність прогнозованих значень функції (діапазону перетворення) зменшується обернено пропорційно до квадратного кореня з кількості експериментальних точок (\sqrt{n}), що є типовим для оцінок статистичних параметрів [5].

3. За тієї самої кількості експериментальних точок та стандартної непевності результатів вимірювань застосування многочленів Чебишова порівняно із звичайними алгебраїчними многочленами того самого порядку забезпечується менша непевність прогнозо-

ваних значень вихідної величини на кінцях інтервалу апроксимації (діапазону перетворення): дисперсія менша приблизно на 21% у разі апроксимації першого порядку, 42% – другого порядку і 53% – третього порядку.

4. Крім того, застосуванням многочленів Чебишова забезпечується гранично простий спосіб (35) розрахунку коефіцієнтів апроксимації, який не спричиняє проблеми поганої зумовленості матриці $f_c^T f_c$ системи рівнянь МНК, яка може відзначатися у разі апроксимації звичайними алгебраїчними многочленами.

5. Певною практичною проблемою використання многочленів Чебишова є точне задавання значень вхідної величини в точках ортогональності, порушення якого може спричинити погіршення якості апроксимації.

6. Якщо стандартна непевність результатів вимірювань вихідної величини ЗВТ невідома, то її значення можна оцінити безпосередньо із результатів вимірювань [3].

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К.: Вища школа.

1984.– 455 с. 2. Грановский В.А., Сирия Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, 1990.– 288 с. 3. Дорожовець М., Стадник Б., Мотало В., Василюк В., Ковальчик А., Борек Р. Основи метрології. Підручник. Основи метрології і вимірювальна техніка. Том 1. – Львів: Видавництво НУ “Львівська політехніка”, 2005.–532 с. 4. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений. – М.: Энергоатомиздат, 1988. –88 с. 5. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975, – 648 с. 6. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Высшая школа, 1988. – 239 с. 7. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькуляторах / Ф.Ф.Костылев, П.В.Миляев, Ю.Д.Дорский и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1991.– 304 с. 8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 832 с. 9. Guide of the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO 1993, 1995.

УДК 681.5.015.75

ОПТИМАЛЬНИЙ ІНТЕРВАЛ ІНТЕГРУВАННЯ ПРИ ПОБУДОВІ ВЗАЄМНОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ СИГНАЛІВ ВІД РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

@ Заяць Олександр, 2008

Державне підприємство "Науково-дослідний інститут "Система", Львів, Україна,
krich@dndi-systema.lviv.ua

Розглянуто проблеми оцінки і підвищення відношення сигнал/шум на виході кореляційного вимірювача часової затримки у пасивній локації рухомих джерел стаціонарних сигналів. Запропонована методика визначення оптимального інтервалу інтегрування при побудові взаємної кореляційної функції сигналів від цих джерел, що забезпечує максимальне відношення сигнал/шум.

Рассмотрены проблемы оценки и повышения отношения сигнал/шум на выходе корреляционного измерителя задержки в пассивной локации движущихся источников стационарных сигналов. Предложена методика определения оптимального интервала интегрирования при построении взаимной корреляционной функции сигналов от этих источников, обеспечивающего максимальное отношение сигнал/шум.

Considered are the problems of estimating and increasing the signal-to-noise ratio at the output of the correlation meter of delay during the passive location of moving sources of stationary signals. Suggested is the method for determining the optimal integration interval in forming a mutual correlation function of the signals from these sources, which allows obtaining a maximum signal-to-noise ratio.

Одним з основних вимірюваних параметрів у кореляційних системах пасивної локації є часова затримка надходження сигналів від джерела до

рознесених приймачів, яка визначається положенням максимуму взаємної кореляційної функції (ВКФ) прийнятих сигналів. Для таких систем важлива