

УДК 528.21

О.М. Марченко, Н.П. Третяк

Національний університет “Львівська політехніка”

## ПРО ВСТАНОВЛЕННЯ СИСТЕМИ ВИСОТ НА РЕГІОН АНТАРКТИКИ

© Марченко О.М., Третяк Н.П., 2007

*Розв’язано задачу приведення висот гравіметричного квазігеоїда до середнього рівня океану в регіоні Антарктики, заданого усередненими даними CorSSH шести альтиметричних місій (1992 – 2007 рр). У результаті побудови альтиметро-гравіметричного квазігеоїда отримано значення потенціалу  $W_0$ . Сукупність цих результатів може використовуватись для введення регіональної системи висот, яка зв’язана з гравітаційним полем Землі.*

*The construction of the regional altimetry-gravimetry quasigeoid is considered. This problem was solved via the regional gravimetry quasigeoid transformation to the mean sea level given by six satellite altimetry missions at time-period 1992-2007. Then the altimetry-gravimetry quasigeoid solution was selected for further computation of the gravity potential  $W_0$  for the Antarctic area. By this, a version of the vertical heights system in accordance with the gravity regional field is proposed.*

**Постановка проблеми та її зв’язок з важливими науковими завданнями.** Геодезичне вивчення Антарктики вимагає практичного розв’язування основної задачі геодезії з урахуванням специфіки цього складного у кліматичному та географічному аспектах регіону. GNSS-технології дають можливість знайти тривимірні координати  $X, Y, Z$  пунктів, які трансформуються лише в геодезичну широту  $B$ , довготу  $L$  і висоту  $H$  відносно загальноземного еліпсоїда з початком відліку в центрі мас Землі. Зауважимо, що геодезичні (модельні) висоти, хоча і характеризують наше поняття “висоти”, але вони якісно відрізняються від ортометричних (природних) і нормальних (наближених до природних) висот, які пов’язані відповідно з геоїдом і квазігеоїдом та отримані на основі нівелювання і гравіметричного знімання. Оскільки нормальну систему висот офіційно прийнято у більшості країн, передусім згадаємо, що для обчислення висот точок земної поверхні найбільше використовуються такі основні відлікові поверхні: 1) референц-еліпсоїд, відносно якого задаються геодезичні координати  $B, L$  і  $H$  точок земної поверхні; 2) гіпсометрична поверхня (телуроїд), яка відображена на топографічних картах або у вигляді нормальних висот  $H^g$ , або задається так званими DTM – “цифровими моделями висот відносно середнього рівня моря”; 3) аномалія висоти  $Z$ , або висота квазігеода.

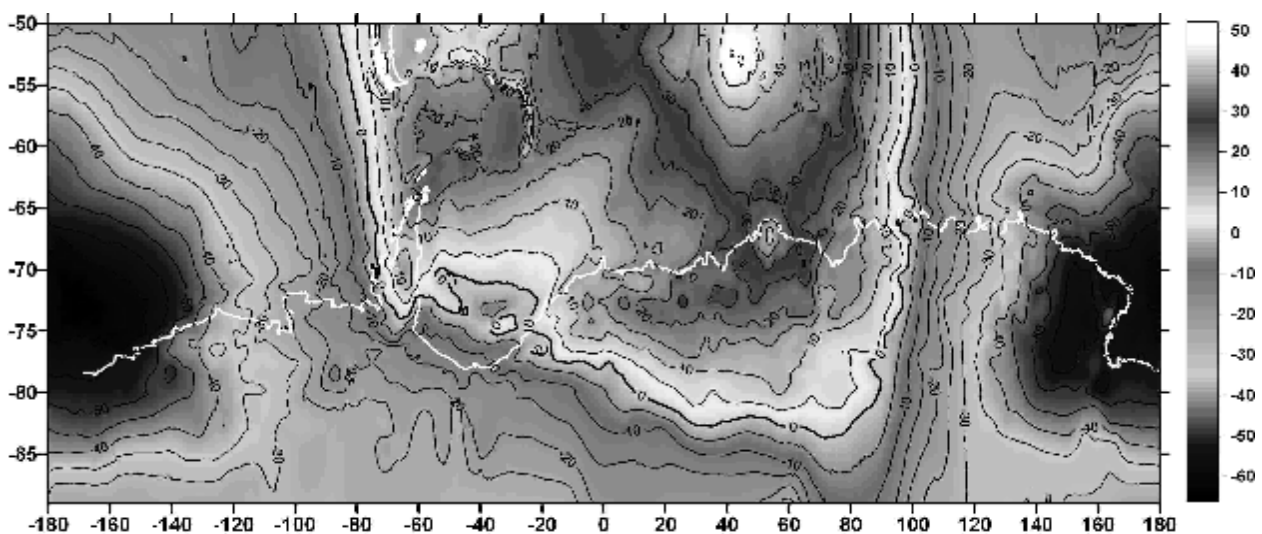


Рис. 1. Висоти квазігеоїда  $z_G$  на регіон Антарктики (ізолінії проведено через 5 м)

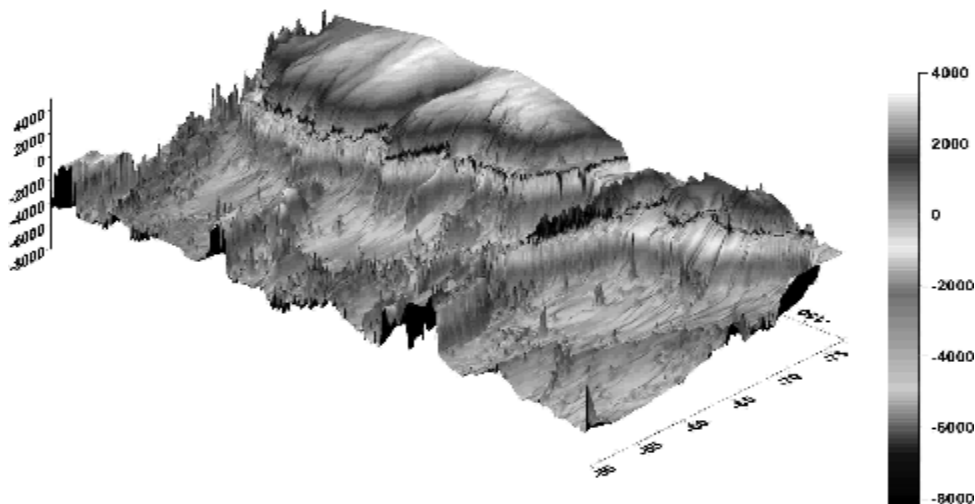


Рис 2. Висоти/глибини [м] на регіон Антарктики згідно з DTM-моделлю GEBCO

Отже, коли йдеться про геодезичне вивчення Антарктичного материка, то GPS-виміряні геодезичні координати традиційно задаються відносно поверхні загальноземного еліпсоїда WGS84 [11], а висоти квазігеоїда є визначеними, наприклад в [5], на підставі відомих даних гравіметрії (рис. 1). Однак головною особливістю цього регіону, пов'язаною з його географічним розташуванням, є порівняно слабка геодезична вивченість континенту як в плановому, так і у висотному аспектах (що відзначається лише в окремих локальних ділянках у вигляді достатньо рідких нівелірних мереж), за рахунок чого основними даними про його топографію/батиметрію стає інформація саме у вигляді DTM. Рис. 2. ілюструє висоти/глибини згідно з цифровою моделлю GEBCO з роздільною здатністю ( $1' \times 1'$ ), яка побудована в цьому регіоні на основі супутникових даних. Проблема побудови DTM з більшою роздільною здатністю і точністю, ніж модель GEBCO, відповідає, мабуть, одній з найактуальніших тут геодезичних задач і потребує передовсім вибору такої системи висот для Антарктичного континенту, яка була б пов'язана як з гравітаційним полем області, що вивчається, так із відомими припливними станціями. Оскільки зазначені вище висоти квазігеоїда і нормальні висоти є величинами відносними, то для їх приведення в єдину систему нижче і розглянуто розв'язання задачі встановлення системи висот для Антарктичного материка, яка була б пов'язана з гравітаційним полем регіону.

**Постановка завдання та його розв'язок.** Фактична реалізація і ортометричних, і нормальних висот традиційно пов'язана з прийнятим середнім рівнем моря. В умовах або практичної відсутності, або доступу до інформації про зазначені нівелірні мережі, які завжди прив'язані до певного футштока, однією з альтернатив вибору системи висот є пряме використання визначення геоїда як рівневої поверхні, що ототожнюється з незбуреною поверхнею морів і океанів (квазігеоїд  $z$  збігається з геоїдом на морі) та його безпосередньої прив'язки до середнього рівня моря в регіоні, що вивчається. Зауважимо, що навіть в період Міжнародного полярного року (2007–2008 рр.) ми можемо використати для розв'язання геодезичних задач лише близько 50 доступних GPS-станцій з вимірними геодезичними координатами, які задані відносно іншої – модельної поверхні еліпсоїда WGS84. Однак, хоча результати і отримуються в тривимірній геодезичній системі  $B, L, H$ , але висоти  $H$  не пов'язані з реальним гравітаційним полем Землі й тому не можуть мати великого практичного значення, поки не будуть перетворені, наприклад, у певну систему нормальних висот  $H^g$  за допомогою відомої формули Молоденського [1,3]:

$$H = H^g + z . \quad (1)$$

Побудований гравіметричний квазігеоїд  $z$  [5] може мати високу відносну точність, але не може бути безпосередньо використаним у формулі (1) через невисоку абсолютну точність, що є загальною характерною рисою для гравіметричних розв'язків. Оскільки в акваторіях Світового океану геоїд

почали вимірювати методом супутникової альтиметрії після використання гідродинамічної моделі океану або спеціального опрацювання даних альтиметрії [2], то саме тому головною проблемою стає трансформація гравіметричного квазігеоїда до рівня моря або побудова альтиметро-гравіметричного квазігеоїда в цьому регіоні на підставі великої кількості даних супутникової альтиметрії (рис. 3). Її практичне розв'язування дає змогу не тільки привести гравіметричний квазігеоїд до абсолютного рівня, але й гарантує визначення за формулою (1) нормальних висот  $H^g$  на всіх відомих GNSS-пунктах Антарктичного континенту в побудованій таким способом єдиній системі висот, яка буде пов'язана з гравітаційним полем регіону після додаткового визначення потенціалу сили ваги  $W_0$  для приведення окремих футштоків в єдину систему, що пропонується.

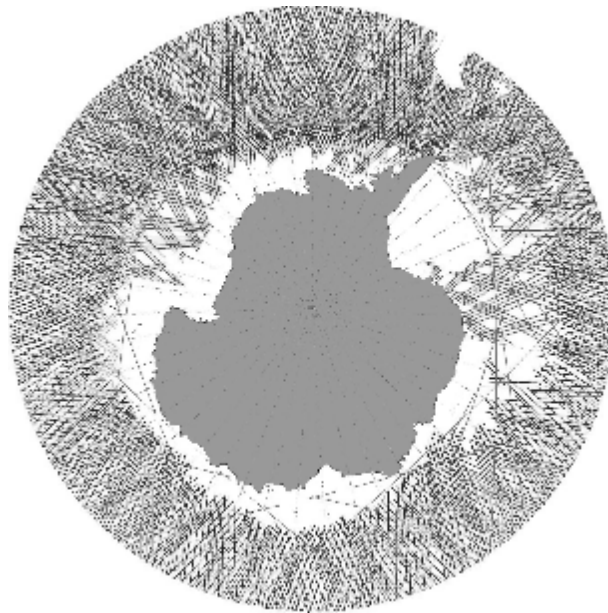


Рис. 3. Розподіл вихідної альтиметричної інформації на досліджуваний регіон

Другорядним, але важливим з погляду подальших практичних робіт питанням, що виникає при розв'язанні поставленої задачі, є оцінка можливих систематичних похибок в аномаліях сили ваги, які були використані в роботі [5] для побудови гравіметричного квазігеоїда. Враховуючи зазначене вище, ми зупиняємось спочатку на результатах визначення гравіметричного розв'язку.

**Результати побудови гравіметричного квазігеоїда.** Вихідною інформацією для визначення квазігеоїда [5] було прийнято як прямі гравіметричні виміри, так і аномалії сили ваги, що отримані інверсією альтиметричних даних. Апроксимація поля аномалій сили ваги в регіоні Антарктики виконувалась на основі таких гравіметричних даних, що були усереднені на грід ( $6' \times 9'$ ):

- 303 486 точкових даних аномалій сили ваги BGI (Міжнародне гравіметричне бюро);
- ~20 000 000 даних аномалій сили ваги KMS99 і KMS2001 (KMS, Данія) отриманих на гріді ( $2' \times 2'$ ) за даними альтиметрії методом швидкого перетворення Фур'є.

Треба відзначити, що гравіметрична інформація BGI була взята до обробки для покращання розподілу даних KMS [6, 9], особливо у високих широтах. Вихідні дані пройшли попереднє оброблення і були усереднені на рівномірний грід з роздільною здатністю ( $6' \times 9'$ ) з використанням рекурсивного методу найменших квадратів [12]. Замість традиційного методу середньої квадратичної колокації [4], який приводить до обертання матриць за кількістю вимірів, для розв'язання поставленої задачі з апроксимації збурювального потенціалу  $T$  за даними  $\Delta g$  було застосовано послідовний мультипольний аналіз [10] в межах відомої процедури видалення–відновлення з такою послідовністю операцій:

- на точки даних  $\Delta g$  були обчислені модельні значення аномалій сили ваги  $\Delta g_{\text{EIGE-CG01C}}$  на основі прийнятої моделі гравітаційного поля EIGEN-CG01C, до 360-го порядку/степеня;

- отримано залишкові значення аномалій сили ваги  $d\Delta g = \Delta g - \Delta g_{\text{EIGEN-CG01C}}$ ;
- методом послідовного мультипольного аналізу [10] побудована відповідна регіональна модель залишкових значень збурювального потенціалу  $d\Gamma$  на базі залишкових значень  $d\Delta g$ ;
- спрогнозовано значення залишкових висот квазігеоїда  $dz$  на основі таких формул:

$$dz(P) = \frac{1}{g_P} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^n}{r^{n+1}} \cdot v_n^i(P), \quad dDg(P) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_i^n}{r^{n+2}} \cdot g_n^i(P), \quad (1)$$

$$v_n^i(P) = \left(\frac{r}{r_i}\right)^{n+1} P_n(\cos j_i), \quad \cos j_i = \frac{r \cos y_i - d_i}{r_i}, \quad r_i = \sqrt{r^2 + d_i^2 - 2rd_i \cos y_i}, \quad (2)$$

де  $\{m_i^n\}$  – коефіцієнти розкладу у ряд за потенціалами радіальних мультиполів  $v_n^i$ ;  $r$  – геоцентрична відстань від початку координат  $O$  до поточної точки  $P$ ;  $d_i$  – геоцентрична відстань до мультиполя, що розміщена у точці  $i$ ;  $P_n(\cos j_i)$  – поліном Лежандра степеня  $n$ , на основі властивостей якого можна достатньо просто вивести рекурсивні формули для обчислень  $d\Delta g$  і  $dx$  та  $dh$  і, зокрема,  $dz$ ,

- відновлено висоти квазігеоїда за допомогою прийнятої моделі глобального гравітаційного поля EIGEN-CG01C.

У результаті апроксимації 724330 усереднених на ґріді (6'×9') значень  $\Delta g$  була побудована модель A20249 регіонального гравітаційного поля з 20249 радіальних мультиполів в регіоні Антарктики, яка наближає вихідні дані аномалій сили ваги з точністю  $\pm 5 \text{ мГал}$ . На основі цієї аналітичної моделі A20249 гравітаційного поля були отримані висоти квазігеоїда (рис. 1) на досліджуваній регіон.

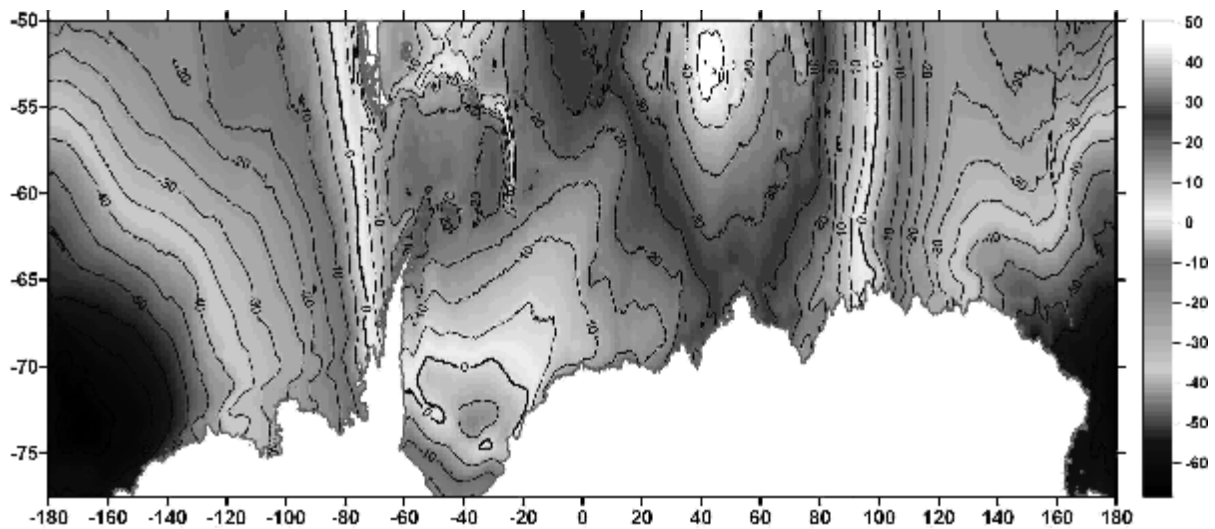


Рис. 4. Висоти поверхні моря CorSSH на регіон Антарктики (ізолінії проведено через 5 м)

Таблиця 1

Статистичні характеристики полів  $Z_G$  і CorSSH (рис. 3, рис. 4)

СТАТИСТИКИ	CorSSH, м	$Z_G$ , м
Мінімальне відхилення	-68.53	-66.26
Максимальне відхилення	50.54	52.08
Середнє відхилення	-8.81	-7.23
Стандартне відхилення	28.48	28.52

Таблиця 2

**Розподіл даних CorSSH за циклами на акваторію Світового океану**

Рік	Супутник, номери циклів					
	TOPEX-POSEIDON	ERS-1	ERS-2	GFO	ENVISAT	JASON-1
1992	2-10	1-2	–	–	–	–
1993	11-47	3-13	–	–	–	–
1994	48-83	14-20	–	–	–	–
1995	84-120	21-32	1-6	–	–	–
1996	121-157	33-36	7-17	–	–	–
1997	158-194	–	18-28	–	–	–
1998	195-231	–	29-38	–	–	–
1999	232-267	–	39-48	–	–	–
2000	267-304	–	49-58	37-58	–	–
2001	305-341	–	59-69	59-79	–	–
2002	342-378	–	70-79	80-100	9-12	1-36
2003	379-415	–	80-85	101-122	13-23	37-73
2004	416-453	–	–	123-143	24-33	74-110
2005	454-481	–	–	144-163	34-40	111-135
2006	–	–	–	164-184	41-52	136-171
2007	–	–	–	185-186	–	172-187
Кількість вимірів в околі Антарктики	43 160870	4 373300	19 323610	18 429307	6 749593	19 391749

Для перевірки отриманого гравіметричного розв'язку висот квазігеоїда було взято виправлені від різного роду впливів і похибок в CSL AVISO [7] альтиметричні дані CorSSH по 6 супутникових місяях: ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1 (рис. 3, рис. 4, табл. 2). Статистики поля CorSSH, приведеного до еліпсоїда WGS84 та гравіметричного квазігеоїда  $z_G$  в акваторії подано у табл. 1. Враховуючи визначення геоїда, тепер виникає задача з обчислення відхилень гравіметричного квазігеоїда (рис. 1) від поверхні CorSSH, наведеної на рис.4 в системі WGS84, яка нижче приймається за поверхню геоїда  $N \approx \text{CorSSH}$ .

**Результати побудови альтиметро-гравіметричного квазігеоїда.** Порівняння висот поля CorSSH, приведеного до еліпсоїда WGS84, з побудованим в системі WGS84 гравіметричним квазігеоїдом  $z_G$  привело до середнього відхилення  $-1.6$  м, що свідчить про наявність великих систематичних різниць в довгих і середніх хвилях. Оскільки гравіметричний квазігеоїд  $z_G$  переважно зв'язаний з набором аномалій сили ваги KMS, то додаткове вивчення методики і результатів розв'язків KMS1999 і KMS2001 привело, наприклад, до висновку, що при інверсії даних супутникової альтиметрії SSH в аномалії сили ваги інститутом KMS [6, 9] була використана так звана система "TOPEX/AVISO", велика піввісь еліпсоїда якої відрізняється від еліпсоїда WGS84 на  $-0.7$  м. З огляду на останнє було вирішено привести вихідний квазігеоїд до усередненої поверхні CorSSH. Для цього висоти  $z_G$  обчислено на сітці з роздільною здатністю ( $6' \times 9'$ ), яка, своєю чергою, мала бути ідентичною з сіткою ( $6' \times 9'$ ) даних CorSSH. Як було зазначено вище, усереднені висоти CorSSH нижче прийнято за "вимірний геоїд":

$$z_{AG} \approx \text{CorSSH}, \tag{3}$$

де  $z_{AG}$  – висоти альтиметро-гравіметричного квазігеоїда. Альтиметро-гравіметричним квазігеоїдом будемо називати вихідний гравіметричний квазігеоїд  $z_G$ , приведений у систему CorSSH:

$$z_G + h = z_{AG}, \tag{4}$$

де  $z_G$  – висоти вихідного квазігеоїда, а  $h$  – поправка за приведення. Враховуючи розміри регіону та велике значення середнього відхилення, замість перевіреноваження регіональної моделі поля на

основі лише CorSSH ми застосовуємо перетворення Гельмерта з визначенням лише параметрів  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  зсуву однієї системи відносно іншої [8]:

$$\text{CorSSH} - z_G = h + n, \quad h = \cos B \cos LDx + \cos B \sin LDy + \sin BDz, \quad (5)$$

та обчисленням  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  за умови мінімізації похибок  $[pnn] = \min$  в (5).

З урахуванням вищенаведених формул запишемо, що

$$\text{CorSSH} - z_{AG} = \text{CorSSH} - (z_G + h), \quad (6)$$

де  $z_{AG}$  – висоти альтиметро-гравіметричного або приведеного у систему CorSSH квазігеоїда  $z_G$ .

З метою оптимального підбору параметрів трансформації для вихідного квазігеоїда  $z_G$  було розв'язано проміжну задачу із дослідження зміни параметрів перетворення Гельмерта залежно від широтного поясу. Тобто дані з інтерпольованими висотами квазігеоїда ділили на частини, за широтними поясами, а саме (50°S – 55°S), (50°S – 56°S) ... (50°S – 79°S). Далі такі фрагментовані дані були взяті до оброблення для визначення параметрів перетворення. В результаті отримано параметри, які наведено у табл. 3 і побудовано графіки залежності параметрів зсуву від використаного широтного поясу (рис. 5 і рис. 6).

Таблиця 3

**Параметри зсуву  $Dx, Dy, Dz$  та зміни середнього квадратичного відхилення  $\sigma_{rms}$  і середнього значення  $A$  до ( $\sigma_{rmsb}, A_b$ ) і після ( $\sigma_{rmsa}, A_a$ ) перетворення Гельмерта (5), обчислені для різниць ( $\text{CorSSH} - z_{AG}$ ) залежно від широтного поясу**

Широтний пояс, °S	$\sigma_{rmsb}$ , м	$\sigma_{rmsa}$ , м	$A_b$ , м	$A_a$ , м	$Dx$ , м	$Dy$ , м	$Dz$ , м
50-55	1.173	0.296	-1.037	0.002	-0.9247	-0.5051	1.3216
50-57	1.250	0.324	-1.124	0.004	-0.8760	-0.5122	1.4146
50-60	1.372	0.363	-1.259	0.007	-0.8156	-0.4696	1.5566
50-65	1.548	0.396	-1.449	0.013	-0.7081	-0.3961	1.7448
50-70	1.640	0.407	-1.549	0.016	-0.6315	-0.3280	1.8354
50-75	1.674	0.439	-1.579	0.016	-0.5970	-0.3101	1.8626
50-79	1.680	0.447	-1.583	0.016	-0.5920	-0.3125	1.8656

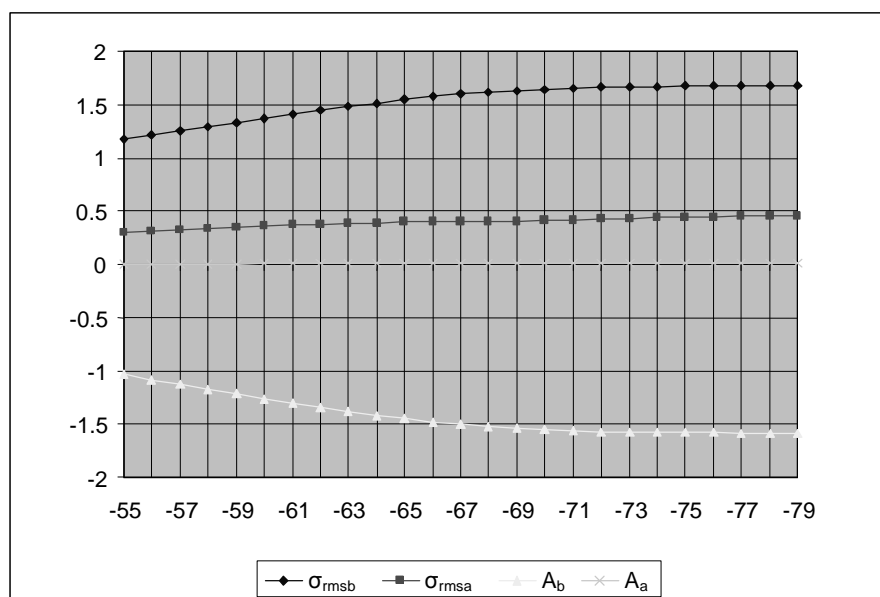


Рис. 5. Зміни середнього квадратичного відхилення  $\sigma_{rms}$  і середнього значення  $A$  різниць ( $\text{CorSSH} - z_{AG}$ ) залежно від широтного поясу

Для впевненішої оцінки вибраних параметрів додатково враховано дані топографії/батиметрії для досліджуваного регіону (висоти/глибини). Відзначимо, що впевнений вибір широтного поясу океанічної поверхні в регіоні Антарктики є не зовсім простим. З одного боку, добре відомо, що в прибережних зонах альтиметричні дані, як правило, сильно спотворюються. З іншого боку, ще більшого спотворення даних альтиметрії можна очікувати в тих морях Антарктичного континенту, які замерзають повністю, частково або насичені льодовиками. Тому як додаткову інформацію використано батиметричну модель Світового океану – GEBCO з роздільною здатністю (1'×1'). Вихідні дані було приведено в потрібний для оброблення формат і прогрідовано в регіоні, аналогічному нашому квазігеоїду. Як можна побачити з рис. 2 і рис. 7, "небезпечною" зоною тут є протока Дрейка, однак 57-ма паралель проходить посередині останньої. Це дає надійнішу гарантію того, що ми уникнемо спотворень, пов'язаних з особливостями географії та клімату Антарктики, якщо як основний широтний пояс виберемо широтну зону (50°S – 57°S) та відповідні дані CorSSH, попередньо приведені в систему WGS84.

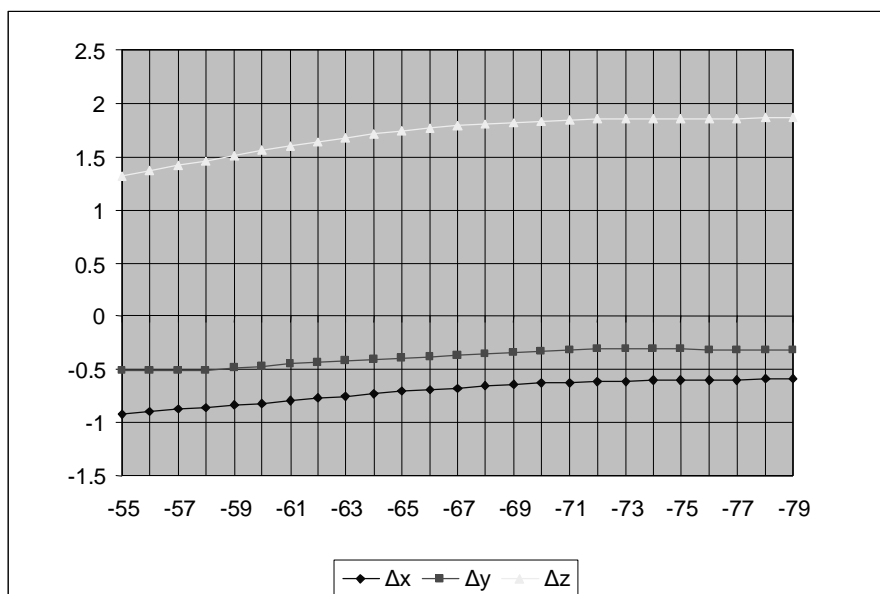


Рис. 6. Зміни значень параметрів перетворення Гельмерта залежно від широтного поясу

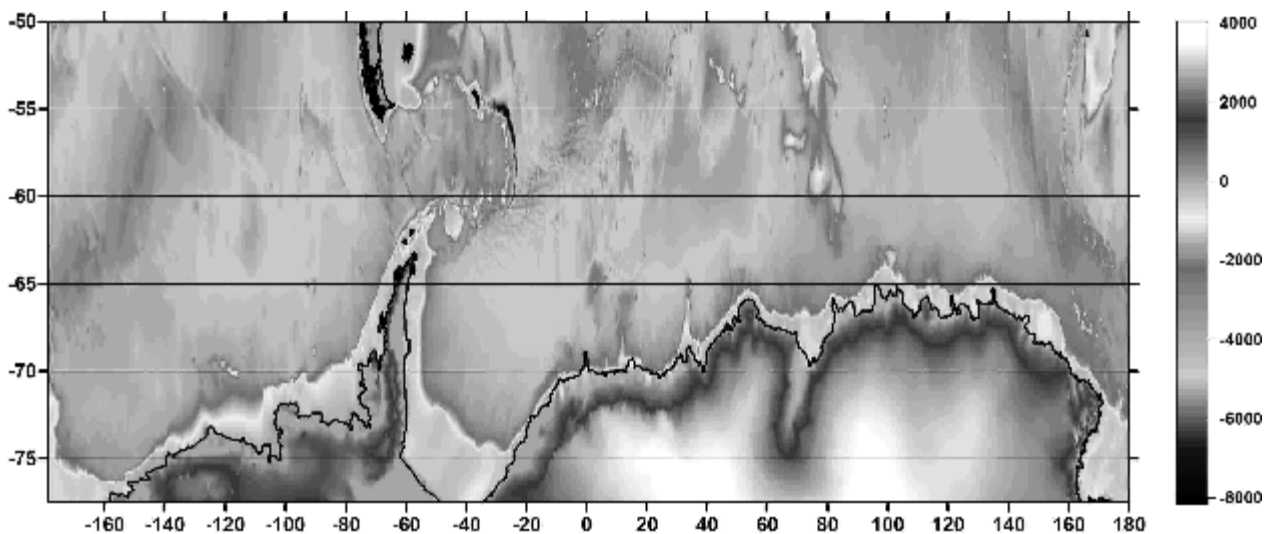


Рис. 7. Двовимірна схема висот/глибин на регіон Антарктики на основі моделі GEBCO

**Статистики трансформованого  $Z_{AG}$  та його співвідношення  
з вихідними поверхнями**

СТАТИСТИКИ	$Z_{AG}$ , м	CorSSH- $Z_{AG}$ , м	$Z_G - Z_{AG}$ , м
Мінімальне відхилення	-67.341	-4.232	0.434
Максимальне відхилення	50.354	5.851	1.741
Середнє відхилення	-10.084	-0.385	1.269
Стандартне відхилення	27.857	0.478	0.327

Отже, враховуючи дослідження щодо зміни параметрів перетворення, остаточно для трансформації вихідного квазігеоїда було вибрано значення CorSSH на гріді  $6' \times 9'$ , які відповідають зазначеному широтному поясу від  $50^\circ S$  до  $57^\circ S$ . Після використання відповідних параметрів Гельмерта з табл. 3 ми отримуємо таким способом трансформований у систему CorSSH альтиметро-гравіметричний квазігеоїд  $Z_{AG}$  (рис. 8) із статистиками, наведеними у табл. 4.

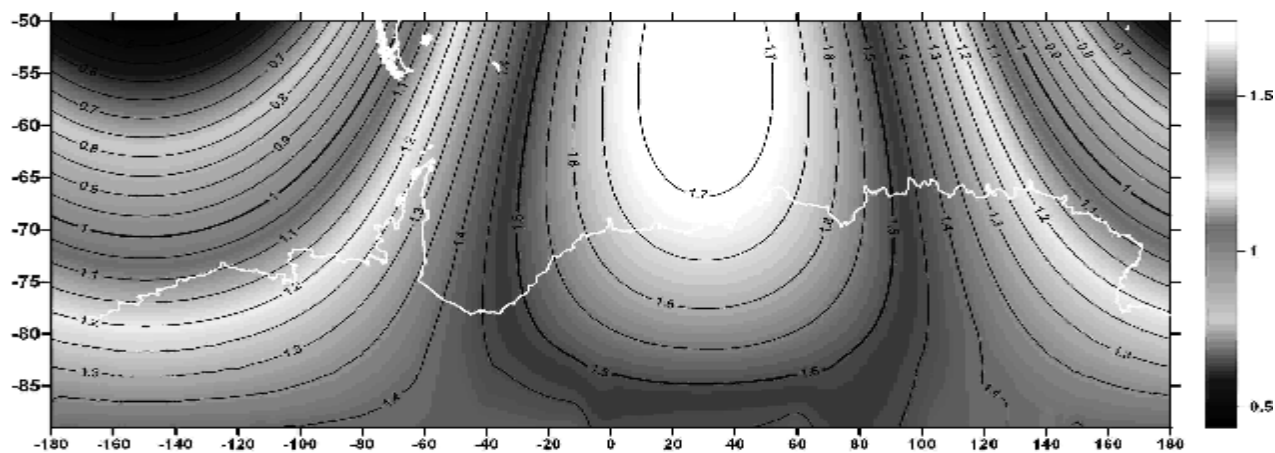


Рис. 8. Різниця ( $Z_G - Z_{AG}$ ) між двома квазігеоїдами (ізолінії проведено через 0.1 м)

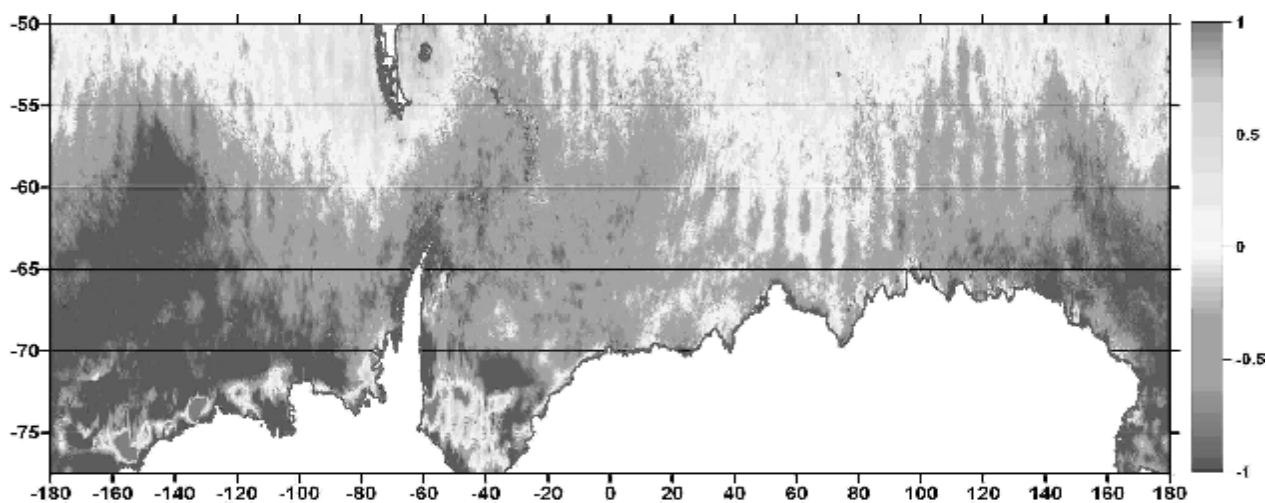


Рис. 9. Різниця ( $CorSSH - Z_{AG}$ ) між поверхнею CorSSH та трансформованим квазігеоїдом



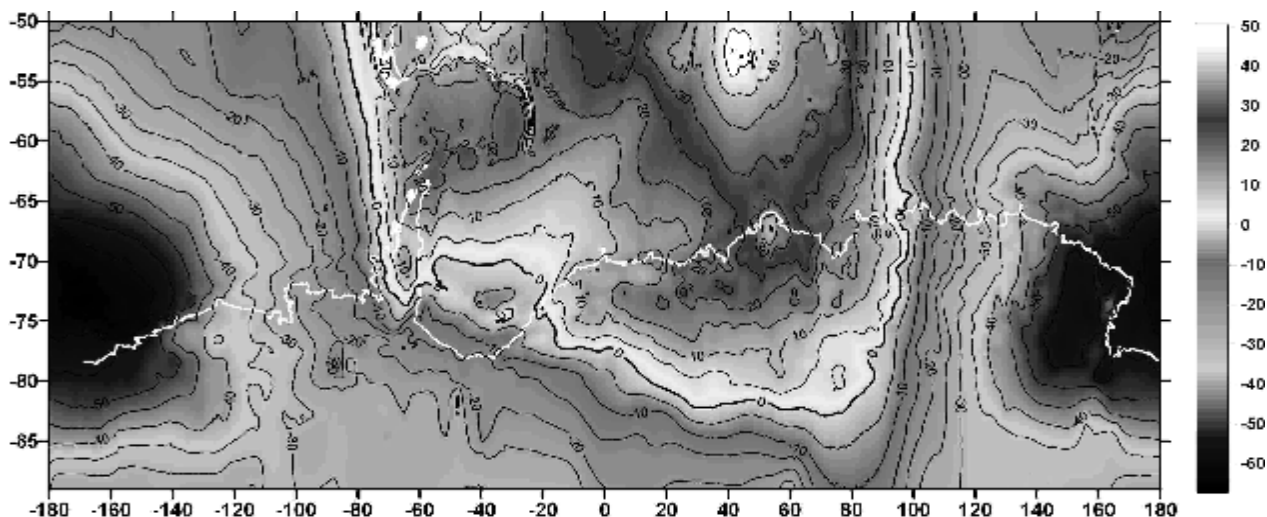


Рис. 10. Альтиметро-гравіметричний квазігеоїд  $z_{AG}$  (ізолінії проведено через 5 м)

Рис. 8 демонструє зазначені розходження в довгих та середніх хвилях між вихідним гравіметричним квазігеоїдом  $z_G$  (рис. 1) і альтиметро-гравіметричним квазігеоїдом  $z_{AG}$  (рис. 10). Після побудови  $z_{AG}$  було виконано порівняння між даними CorSSH (рис. 4) та альтиметро-гравіметричним квазігеоїдом  $z_{AG}$ . Статистики отриманих різниць ( $CorSSH - z_{AG}$ ) подано в табл. 4. Оскільки і гравіметричний квазігеоїд  $z_G$ , і альтиметро-гравіметричний квазігеоїд  $z_{AG}$  переважно є зв'язаними з набором даних  $\Delta g$  KMS, то рис. 9 з різницями ( $CorSSH - z_{AG}$ ) фактично, ілюструє окремі невизначеності в середніх і коротких хвилях відносно поля CorSSH. Ще раз зауважимо, що як вихідну інформацію для побудови  $z_G$  було прийнято [5] усереднені за трапеціями ( $6' \times 9'$ ) аномалії сили ваги KMS. Останнє дало змогу уникнути специфічних невизначеностей прийнятого в KMS підходу незалежної обробки даних за трапеціями ( $1^\circ \times 5^\circ$ ) без додаткового їхнього узгодження на стиках трапецій [6, 9], яка призводить до різниць в окремих місцях більше за 10 мГал, однак за рахунок усереднення не знайшла відповідного відображення у висотах  $z_{AG}$  і  $z_G$ . Остаточні невизначеності в середніх і коротких хвилях тепер зумовлені як різними наборами вихідних даних, прийнятими в KMS та цій роботі, так і істотною *неоднорідністю* розподілу альтиметричної інформації, яка відзначається в усереднених за тими самими трапеціями CorSSH.

**Результати визначення потенціалу сили ваги  $W_0$ .** Згідно з узагальненою теоремою Брунса [8] та стандартним поданням зовнішнього гравітаційного потенціалу  $V$  Землі висоти квазігеоїда  $z$  можуть бути обчисленими за формулами [2]:

$$z = z_0 + \frac{GM_M}{rg} \sum_{n=2}^{K^*} \left( \frac{a_M}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (D\bar{C}_{nm} \cos ml + \bar{S}_{nm} \sin ml) \bar{P}_{nm}(\cos J), \quad (7)$$

$$D\bar{C}_{nm} = \bar{C}_{nm} - \frac{GM}{GM_M} \left( \frac{a}{a_M} \right)^n \bar{C}_{nm}^e, \quad z_0 = \frac{GM_M - GM}{rg} - \frac{W_0 - U_0}{g}, \quad (8)$$

в яких  $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$  і  $\bar{C}_{nm}^e$  – повністю нормовані гармонічні коефіцієнти гравітаційного потенціалу Землі та потенціалу нормального еліпсоїда відповідно;  $\bar{P}_{nm}(\cos J)$  – повністю нормовані приєднані функції Лежандра;  $GM_M$  – добуток гравітаційної сталої на масу Землі прийнятої моделі гравітаційного поля;  $a_M$  – велика піввісь земного еліпсоїда, до якої віднесені коефіцієнти  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ ;  $GM$  та  $a$  – відповідні константи нормального еліпсоїда;  $K^*$  – максимальний порядок розкладу потенціалу  $V$  в ряд;  $W_0$  – потенціал сили ваги на поверхні квазігеоїда  $z$  в акваторії;  $U_0$  – нормальний потенціал сили ваги на поверхні прийнятого рівневого еліпсоїда ( $U = \text{const} = U_0$ );  $z_0$  – так звана ондуляція нульового порядку.

Отже, оскільки в нашому випадку поверхня квазігеоїда  $Z_{AG}$  збігається у широтному поясі ( $50^{\circ}\text{S} - 57^{\circ}\text{S}$ ) з середньою топографічною поверхнею Світового океану з стандартним відхиленням  $\sigma=0.3$  м (при нульовому середньому відхиленні), то висоти  $Z_{AG}$  можуть бути прийнятими як “виміряні” висоти геоїда, а вибір моделі гравітаційного поля Землі високої роздільної здатності дає просту можливість оцінювання  $z_0$  і – згідно з (8) – середнього значення  $W_0$  потенціалу сили ваги для акваторії Світового океану у зазначеному широтному поясі ( $50^{\circ}\text{S} - 57^{\circ}\text{S}$ ). Обчислення  $z_0$  та  $W_0$  було виконано на основі (7) – (8), моделі EIGEN-CG01C та референцної системи WGS84. На першому етапі було отримано поле залишкових висот геоїда та  $z_0=-1.133$  м для моделі EIGEN-CG01C. Після підстановки одержаних значень  $z_0$  в (8) тепер не становить труднощів і обчислення  $W_0$  для акваторії, яке набуває для регіону Антарктики значення  $W_{0\text{Antarctic}}=62636862.80$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Обчислення  $z_0$  на основі безпосереднього використання CorSSH замість  $Z_{AG}$  дає відповідні величини  $z_0=-1.129$  м і  $W_{0\text{Antarctic}}=62636862.76$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Зауважимо, що обчислене  $W_0$  для всієї акваторії Світового океану становить значення  $W_0=62636855.77\pm 0.4$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> [2] і дає змогу зробити висновок про оцінку різниці між такими двома рівнями близько  $(W_0 - W_{0\text{Antarctic}})/g = -0.71$  м.

**Висновки.** Отже, на основі визначення геоїда як рівневої поверхні, що ототожнюється з незбуреною поверхнею морів і океанів, в роботі отримано альтиметро-гравіметричний квазігеоїд на регіон Антарктики за допомогою безпосередньої прив’язки гравіметричного розв’язку до середнього рівня моря. Для цього модель регіонального гравіметричного квазігеоїда була узгоджена у вибраному широтному поясі ( $50^{\circ}\text{S} - 57^{\circ}\text{S}$ ) з середньою топографічною поверхнею CorSSH Світового океану, яка задана сукупністю усереднених на гріді ( $6' \times 9'$ ) даних альтиметрії CorSSH з шести альтиметричних місій. Точність такого узгодження характеризується стандартним відхиленням близько  $\pm 0.3$  м між CorSSH та результуючим квазігеоїдом. На наступному етапі додатково оцінено регіональне значення потенціалу сили ваги  $W_{0\text{Antarctic}}=62636862.76$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Сукупність результатів, що обговорюються, уможливує тепер введення регіональної висотної системи, пов’язаної з гравітаційним полем Землі через отримане значення  $W_{0\text{Antarctic}}=62636862.76$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> потенціалу сили ваги і гарантує як визначення за формулою Молоденського нормальних висот  $H^{\#}$  на всіх відомих GPS-пунктах Антарктичного континента в побудованій системі висот, так і приведення окремих футштоків в єдину систему, що пропонується.

1. Марченко О. М. Про перетворення висот і пов’язаних із ними величин // Вісник геодезії та картографії. – Київ, 2007, №3. – С.3–12. 2. Марченко О.М. Ярема Н.П. Визначення середніх рівнів Балтійського і Чорного морів та їх змін у часі // Вісник геодезії та картографії. – Київ, 2006, №6. – С.2–9. 3. Молоденский М.С., Еремеев В.Ф., Юркина М.И. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли. - Тр. ЦНИИГАуК. - М., 1960. - Вып. 131. - 251 с. 4. Морш Г. Современная физическая геодезия. – М. – Недра. – 1983. – 392 с. 5. Третьяк Н.П. Моделирование поля аномалий силы ваги, висот геоїда та складових відхилень прямої лінії на регіон Антарктики // Геодезія, картографія і аерофотознімання. Вип. 68. 2007. Львів – 2007. – С. 109–114. 6. Andersen O.B. and P. Knudsen, Geodetic marine gravity field from the ERS-1 and Geosat geodetic mission altimetry. Journal of Geophysical Research, Vol.103, No C4, pp. 8129-8137. 7. CSL AVISO: [http://www.jason.oceanobs.com/html/donnees/produits/gdr\\_uk.html#dt](http://www.jason.oceanobs.com/html/donnees/produits/gdr_uk.html#dt). 8. Hofmann-Wellenhof B. and H. Moritz, Physical Geodesy. Springer, Wien New York, 2005, 403 p. 9. Knudsen, P., and O. B. Andersen, Global marine gravity and mean sea surface from multimission satellite altimetry // In: "Geodesy on the Move, Gravity, geoid, geodynamics and Antarctica", IAG scientific assembly, Rio de Janeiro, Brazil, sept 3-9 1997, Eds, Forsberg, Feissel and Dietrich., IAG symposia, 119, 132-138, Springer Verlag, Berlin, 1998. 10. Marchenko A.N., Parameterization of the Earth's Gravity Field. – Lviv: Lviv Astronomical and Geodetic Society, 1998. – 208 p. 11. NIMA WGS84 Update Committee (1997) Department of Defense World Geodetic System 1984 Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems // National Imagery and Mapping Agency (NIMA) . - technical report 8350.2. - Third Edition. - 1997. - 171 p. 12. Strang G., Borre K. Linear algebra, geodesy and GPS // Wellesley-Cambridge Press, 1997. – 624 p.