

**Висновки.** 1. Після проведених досліджень можна стверджувати, що найкращим в якості силової установки для випробувального стенда запобіжних механізмів є гідравлічна силова установка, яка дає можливість плавного регулювання крутного моменту, швидкості обертання вихідного вала, реверс обертання.

2. Досліджувана конусна фрикційно-запобіжна муфта залежно від співвідношення величини кута нахилу твірної конуса і кута тертя, може бути самогальмівною.

3. Кут нахилу твірної конуса півмуфти повинен знаходитися в межах  $\alpha \geq 7-16^\circ$ , залежно від матеріалу фрикційних частин, наявності змащувальних матеріалів у зоні контакту, кутової швидкості муфти та жорсткості підтискної пружини.

1. Павлице В.Т. *Основи конструювання та розрахунок деталей машин.* – К.: Вища шк., 1993. – 556 с. 2. Малащенко В.О. *Муфти приводів. Конструкції та приклади розрахунку: Навч. посібник.* – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2006. – 196 с. 3. *Машиностроительный гидропривод / Л.А. Кондаков, Г.А. Никитин, В.Н. Прокофьев и др.; Под ред. В.Н. Прокофьева.* – М.: Машиностроение, 1978. – 495 с.

УДК 621.302:621.314.1

І.А. Вікович, Б.М. Дівесв. О.М. Дубневич, Я.П. Яворський  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра транспортних технологій

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗРІВНОВАЖЕННЯ РОТОРА ЗА ДОПОМОГОЮ ВІБРАЦІЙНИХ ДЕМПФЕРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПРОГРАМИ SOLID WORKS І МОДУЛЯ MOTION

© Вікович І.А., Дівесв Б.М., Дубневич О.М., Яворський Я.П., 2007

**Використано підпрограму Solid Motion для моделювання динаміки зрівноважування ротора на симетричних пружних опорах двома вібраційними демпферами.**

**Solid Motion subprogram is used for the design of dynamics of balancing of rotor on symmetric resilient supports by two oscillation dampers.**

**Вступ.** Ротори, які застосовують в машинах, переважно не є абсолютно зрівноважені, отже, є джерелом шкідливих вібрацій. Для зрівноважування роторів, в яких під час обертання змінюється дисбаланс, використовують пасивні балансири. Конструкцію, принцип дії і динаміку пасивних автобалансирів досліджували в [1–6]. Однак через проведення досліджень в аналітичному вигляді в роботах не вдалось дослідити низку задач, пов'язаних із дослідженням перехідних процесів системи, підбором величин параметрів системи, що забезпечують настання балансування за мінімальний проміжок часу тощо.

У цій роботі розглянуто комп'ютерне моделювання й аналіз динаміки ротора з конструктивною особливістю, що зрівноважується на ходу двома вібраційними демпферами (рис. 1 і 2). При цьому досліджується вплив функціонування вібраційних демпферів на швидкість настання автобалансування. Для цього використовується програма Solid Works (SW) корпорації Dassault Systemes (США) і її модуль, Motion.

Зазначимо, що програма Solid Works дає змогу моделювати динаміку зв'язаних абсолютно твердих тіл, зокрема підйомних механізмів, жорстких роторів разом з демпферами.

Наприклад, ця програма дає змогу в єдиному інтерфейсі користувача: проектувати об'єкт, що складається з безлічі деталей; досліджувати його динаміку в припущенні про абсолютну жорсткість окремих деталей; досліджувати міцність окремих деталей у припущенні про їх деформівність.

Необхідно також зазначити, що подібні задачі можна розв'язати із використанням програм Matlab/Simulink, Adams, Pro/ENGINEER, UNIGRAPHICS, CATIA тощо.

**Опис моделі автобалансування ротора з демпферами.** Розрахункова схема системи автобалансування вала-барабана показана на рис. 1. Система автобалансування складається з вала 1, барабана 2, двох втулок 3, двох демпферів 4. На рис. 2 наочно показано систему автобалансування вала-ротора. Нижче наведено основні характеристики та параметри головних деталей системи автобалансування:

1. Вал: довжина – 450 мм; діаметр – 12 мм; маса – 0,051 г; координати центра мас стосовно власної системи координат  $x=0$  мм,  $y=0$  мм,  $z=0$  мм. Вал вибраний з таких міркувань: мінімальні маса і розміри забезпечать якнайменший вплив на результати досліджень.

2. Барабан: довжина – 150 мм; діаметр – 160 мм; маса – 2,33 кг; координати центра мас стосовно власної системи координат  $x=0$  мм,  $y=-13,65$  мм,  $z=0$  мм. Незрівноважена маса становить 30 %.

3. Втулки: довжина, висота, ширина – 40 мм, маса – 0,054 кг, координати центра мас стосовно власної системи координат  $x=0$  мм,  $y=0$  мм,  $z=0$  мм.

4. Демпфери: довжина, висота, ширина, – 20 мм, маса – 0,2 кг, координати центра мас стосовно власної системи координат  $x=0$  мм,  $y=0$  мм,  $z=0$  мм.

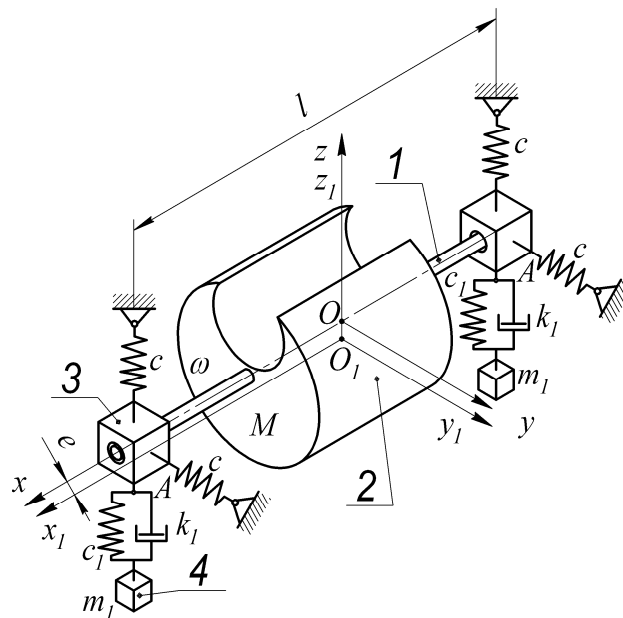


Рис. 1. Розрахункова схема системи автобалансування вала (незрівноваженого ротора)

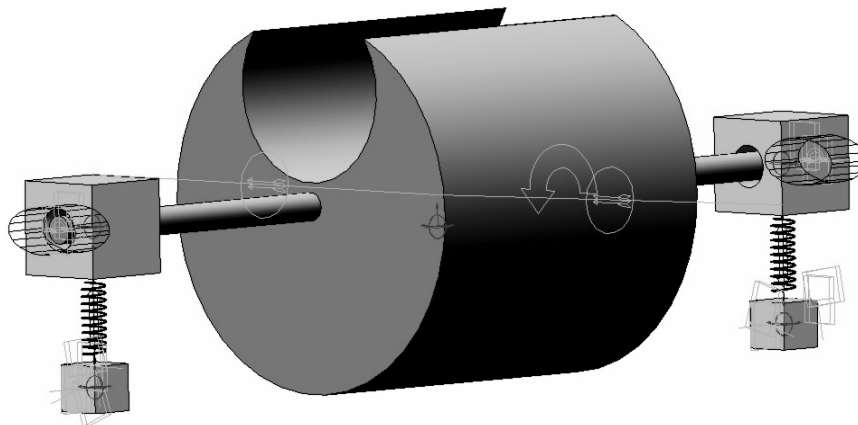


Рис. 2. Моделювання системи автобалансування вала (незрівноваженого ротора) підпрограмою Motion пакета Solid Works

**Комп'ютерне моделювання системи автобалансування підпрограмою Motions.** Систему автобалансування вала-барабана обробляли додатком підпрограми Motion пакета Solid Works (на рис. 1 зображена розрахункова схема та на рис. 2 – робоче вікно програми). Прогин вала від сил ваги під час моделювання не враховували. Кінці вала встановлювали на симетричні пружні втулки з коефіцієнтом пружності по осях  $Y, Z, c = 3 \text{ Н/м}$ . У підпрограмі Motion зв'язок між втулкою і валом імітують втулки з відповідними жорсткостями. До втулок і демпферів симетрично приєднані пружини і амортизатори, які імітують пружну і демпфувальну складові. Пружини: діаметр витка –  $10 \text{ мм}$ ; діаметр дроту –  $1 \text{ мм}$ ; кількість витків –  $10$ ; жорсткість –  $0,2 \text{ Н/мм}$ . Коефіцієнт демпфування амортизатора  $\kappa=0,02 \text{ Н}\cdot\text{с/мм}$ . Демпфери мали можливість переміщатись тільки вертикально. Інші параметри системи: швидкість обертання ротора –  $\Omega=2000 \text{ град/с}$ ,  $l=390 \text{ мм}$ . Як основний досліджуваний параметр було вибрано відстань  $r$  між нерухомою статичною віссю обертання ротора і центром мас системи вал-барабан (у стані спокою дорівнює  $13,46 \text{ мм}$ ). У роботі застосовано дві зв'язані з ротором системи декартових координат  $oxyz$  і  $o_1x_1y_1z_1$ . Система координат  $o_1x_1y_1z_1$  зміщена щодо системи  $oxyz$  вздовж вертикалі на величину ексцентриситету  $e$ . Система координат  $oxyz$  проходить через центри опор вала-барабана (ротора). Переміщення в напрямі осей  $x$  і  $x_1$  є незначні і ними нехтуємо. Переміщення осей  $oxyz$  в напрямках  $y$  і  $z$  визначаються величинами  $u_y$  і  $u_z$ , а повороти довкола цих осей – величинами  $\varphi_y$  і  $\varphi_z$ . Відповідно для осей  $o_1x_1y_1z_1$  лінійні і кутові переміщення визначаються величинами  $u_{y1}, u_{x1}, \varphi_{y1}, \varphi_{z1}$ .

Для малих параметрів лінійних і кутових переміщень зв'язок між переміщеннями осей  $oxyz$  і  $o_1x_1y_1z_1$  мають вигляд

$$\begin{aligned} u_{y1} &= u_y + e \sin \varphi; & u_{z1} &= u_z + e \sin \varphi; \\ \varphi_{y1} &= \varphi_y + \gamma \cos \varphi; & \varphi_{z1} &= \varphi_z + \gamma \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\gamma$  – параметр, який характеризує кутове зміщення між осями координат  $oxyz$  і  $o_1x_1y_1z_1$ .

Диференціальні рівняння руху дебалансного вала-барабана (незрівноваженого ротора) щодо осей  $oxyz$

$$\begin{aligned} M\ddot{u}_y + cu_y &= P_y + M\omega^2 e \cos \omega t; \\ M\ddot{u}_z + cu_z &= P_z + M\omega^2 e \sin \omega t; \\ I\ddot{\varphi}_y + I_1\omega\dot{\varphi}_z &= L_{y1} + \omega^2 (I - I_1)\gamma \cos \omega t; \\ I\ddot{\varphi}_z - I_1\omega\dot{\varphi}_y &= L_{z1} + \omega^2 (I - I_1)\gamma \sin \omega t; \end{aligned} \quad (2)$$

де  $M$  – маса вала-барабана;  $P_y$  і  $P_z$  – відповідні проекції прикладених до вала-барабана зовнішніх сил;  $I, I_1$  – моменти інерції вала (незрівноваженого ротора) довкола осей  $ox$  і  $o_1x_1$ ;  $L_{y1}$  і  $L_{z1}$  – вектори моментів зовнішніх навантажень довкола центра інерції вала-барабана.

На коливання системи незрівноваженого ротора впливає динамічний гасник коливань масою  $m_l$  з коефіцієнтами жорсткості  $c_l$  і демпфування  $\kappa_l$ .

Позначимо через  $l_A(P)$  оператор динамічної податливості вала (незрівноваженого ротора) у місцях його пружного закріплення (точки  $A$ ). Дія динамічного гасника коливань зводиться до появи додаткової реактивної сили  $R(t)$ , яка передається від нього до місць пружного закріплення вала (незрівноваженого ротора) (точки  $A$ ).

Переміщення вала (незрівноваженого ротора)  $z(t)$  у місцях його пружного закріплення з урахуванням дії динамічного гасника коливань

$$z(t) = z_0(t) + l_A(P)R(t), \quad (3)$$

де  $z_0(t)$  – вібраційне переміщення точок пружного кріплення вала (незрівноваженого ротора) під дією зовнішнього обертального навантаження. Коливання цих самих точок, як точок кріплення динамічних гасників коливань, можуть бути виражені через динамічну податливість  $l_A(P)$  цих же точок динамічних гасників коливань

$$z(t) = -l_1(P)R(t). \quad (4)$$

Виключаючи з (3), (4) величину  $R(t)$ , одержимо

$$z(t) = \frac{l_1(P)}{l_1(P) + l_A(P)} z_0(t) = h(p)z_0(t), \quad (5)$$

де  $h(p)$  – оператор, який зв'язує вібраційне переміщення точки  $A$  до і після встановлення динамічного гасника коливань.

Нехай точки пружного кріплення вала (незрівноваженого ротора) коливаються за моногармонічним законом  $z_0(t) = h_0 e^{i\omega t}$  і  $y_0(t) = h_0 e^{i\omega t}$  з відомою амплітудою  $h_0$  і частотою  $\omega$ , то коливання у вертикальній площині мас  $m_1$  динамічних гасників коливань з деякою амплітудою  $h_1$  і цією ж частотою  $\omega$  можна записати у вигляді

$$m_1(h_0 + h_1)\omega^2 e^{i\omega t} + (c_1 + ib_1\omega)h_1 e^{i\omega t} = 0, \quad (6)$$

де  $b_1 = 2k_1$ .

Звідки

$$h_1 = \frac{m_1\omega^2}{c_1 - m_1\omega^2 + ib_1\omega} h_0. \quad (7)$$

Реакція динамічного гасника коливань

$$R(t) = R_0 e^{i\omega t} = -(c_1 + ib_1\omega)h_0 e^{i\omega t} \quad (8)$$

Для визначення ефективності гасіння коливань на заданій частоті  $\omega$  знаходимо співвідношення

$$l_1(i\omega) = \frac{h_1}{R_0} = -\frac{c_1 - m_1\omega^2 + ib_1\omega}{(c_1 + ib_1\omega)m_1\omega^2}. \quad (9)$$

Нехтуючи квадратами малих величин – коефіцієнта в'язкого демпфування  $b_1$  можна записати [2]:

$$l_1(i\omega) \approx \frac{\omega^2 - \omega_1^2 + i2b_1\omega^2}{m_1\omega^2\omega_1},$$

де  $\omega_1^2 = \frac{c_1}{m_1}$ .

Розв'язуючи систему диференціальних рівнянь (2) з урахуванням (7) і (8), можемо знайти оптимальні параметри динамічних гасників коливань для зменшення вібрації вала (незрівноваженого ротора).

**Тестування моделі і задачі дослідження.** Побудовану модель перевірено такими тестами:

- перевірка статичного прогину вала за відсутності обертання ротора та без і за наявності демпферів;
- вивчення динаміки ротора без демпферів та за наявності і відсутності сил від власної ваги ротора;
- вивчення роботи системи з демпферами за наявності і відсутності сил від власної ваги ротора.

Отримані результати комп'ютерного моделювання цілком узгоджуються з відомими результатами теорії роторних систем. Відмітимо, що вплив сил від великої ваги актуальний для горизонтально розташованого ротора і для вертикального ротора з одним консольно закріпленим кінцем.

**Результати комп'ютерного моделювання системи автобалансування вала (незрівноваженого ротора) підпрограмою Motions. Відсутність сил від власної ваги ротора.**

Досліджували залежність відстані  $r$  від часу  $t$  обертання ротора без врахування сили його ваги. На рис. 3 зображено коливання ротора при непрацюючих демпферах. Видно їх явно виражений квазіперіодичний характер.

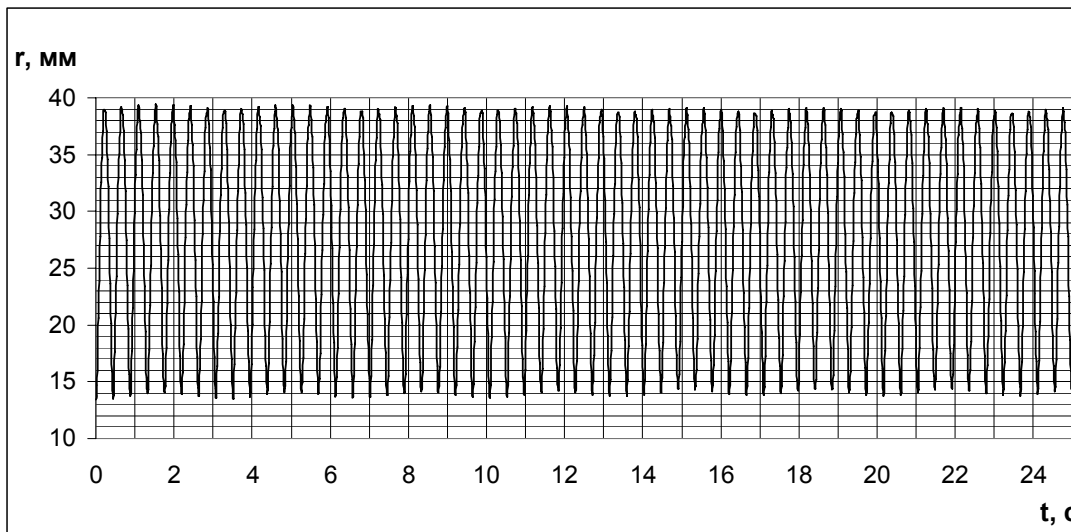


Рис. 3. Коливання ротора при непрацюючих демпферах без врахування його власної ваги

У разі працюючих демпферів (рис. 4) коливання ротора без урахування його власної ваги гасяться ефективно, що пояснюється високою ефективністю роботи демпферів. Основний спад коливань системи відбувся за час  $t = 9$  с.

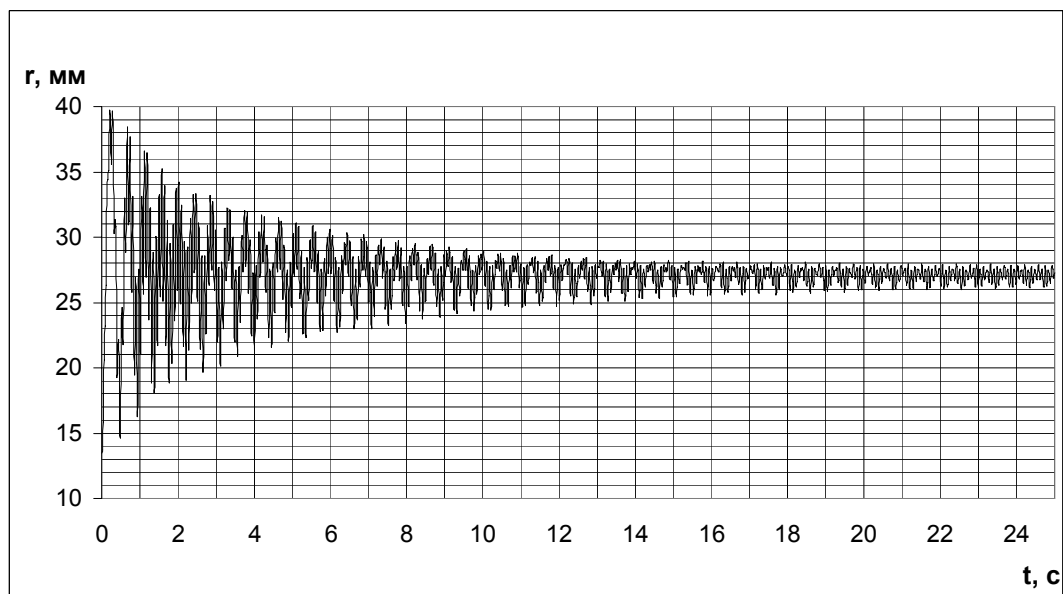


Рис. 4. Коливання ротора при працюючих демпферах без врахування його власної ваги

**Наявність сил від власної ваги ротора.** Досліджувалась залежність відстані  $r$  від часу  $t$  обертання ротора з урахуванням його сили ваги. Напрямок гравітації становив  $x=0, y=-1, z=0$ . На рис. 5 зображено коливання ротора при непрацюючих демпферах з урахуванням його власної ваги.

При дії сили від власної ваги ротора (рис. 5) характер коливань дещо змінюється і амплітуда коливань є більшою.

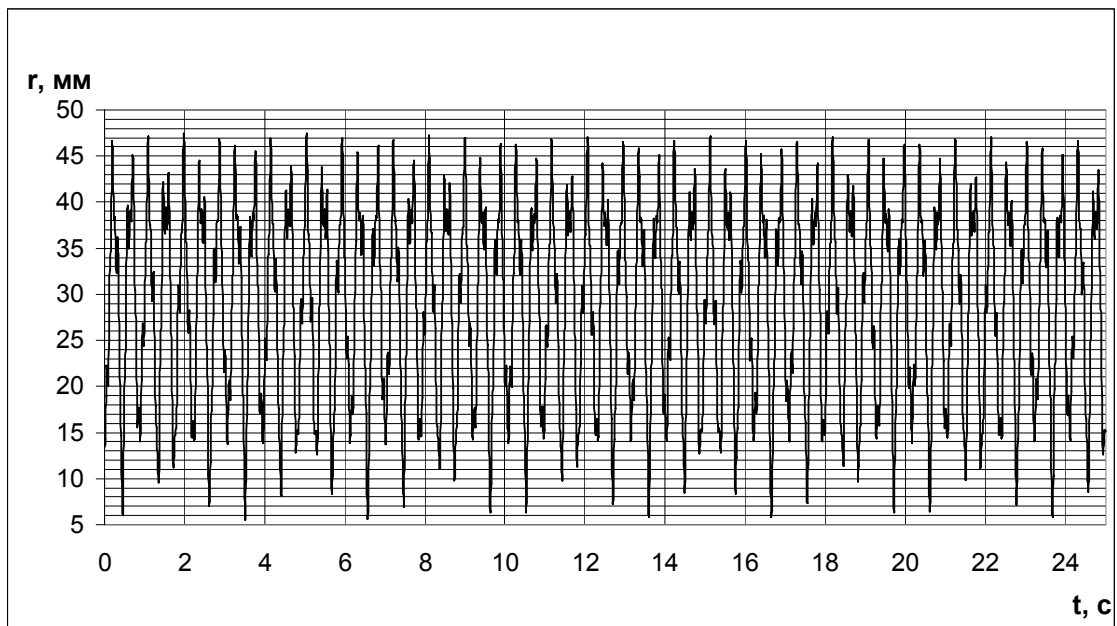


Рис. 5. Коливання ротора при непрацюючих демпферах з урахуванням його власної ваги

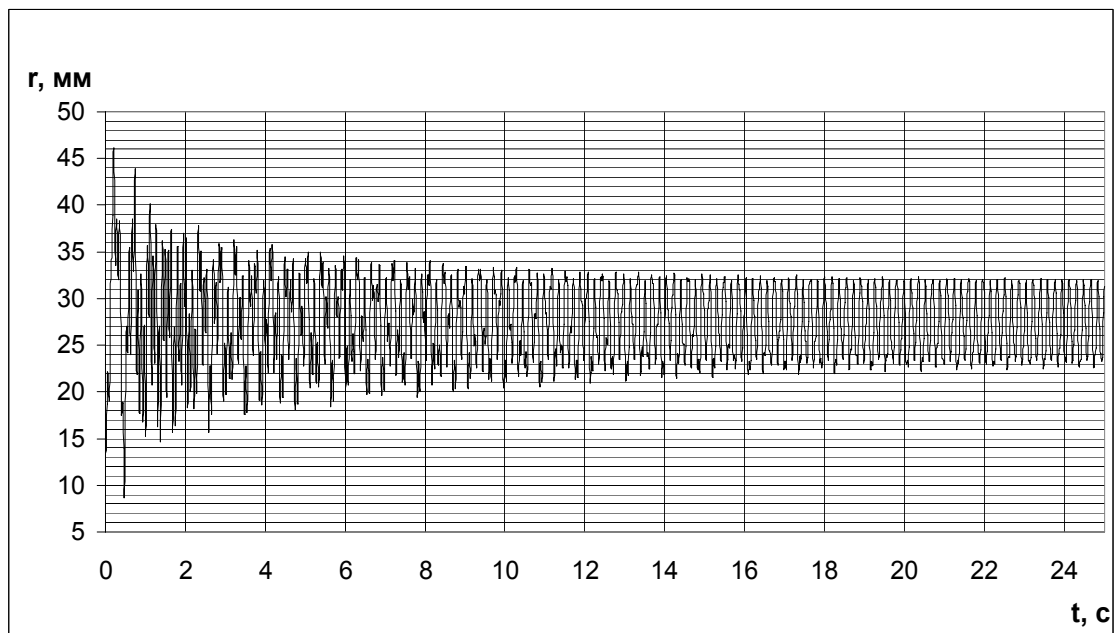
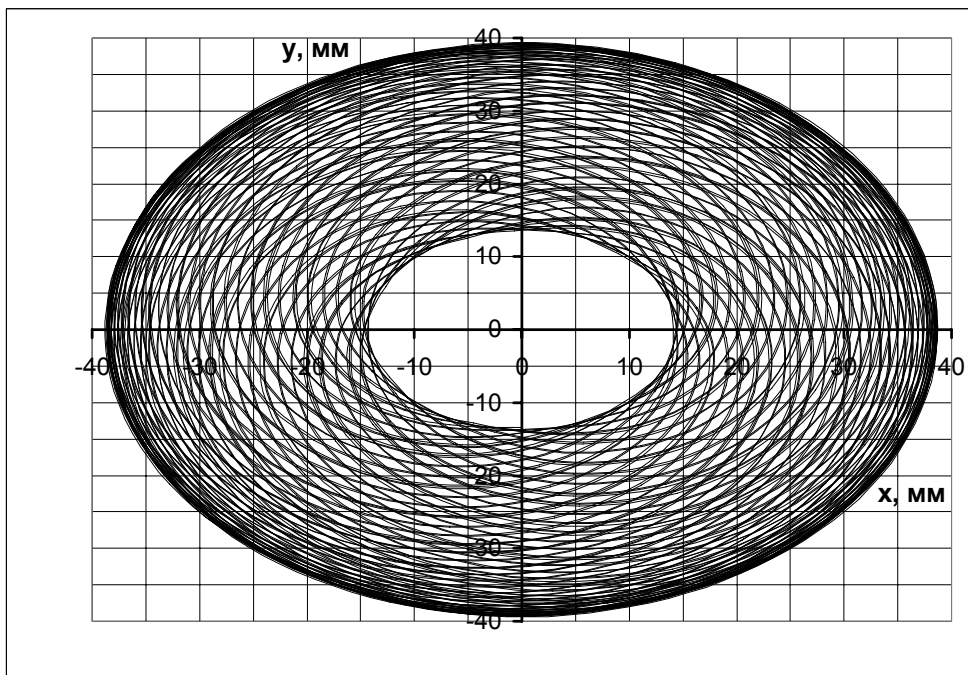


Рис. 6. Коливання ротора при працюючих демпферах з урахуванням його власної ваги

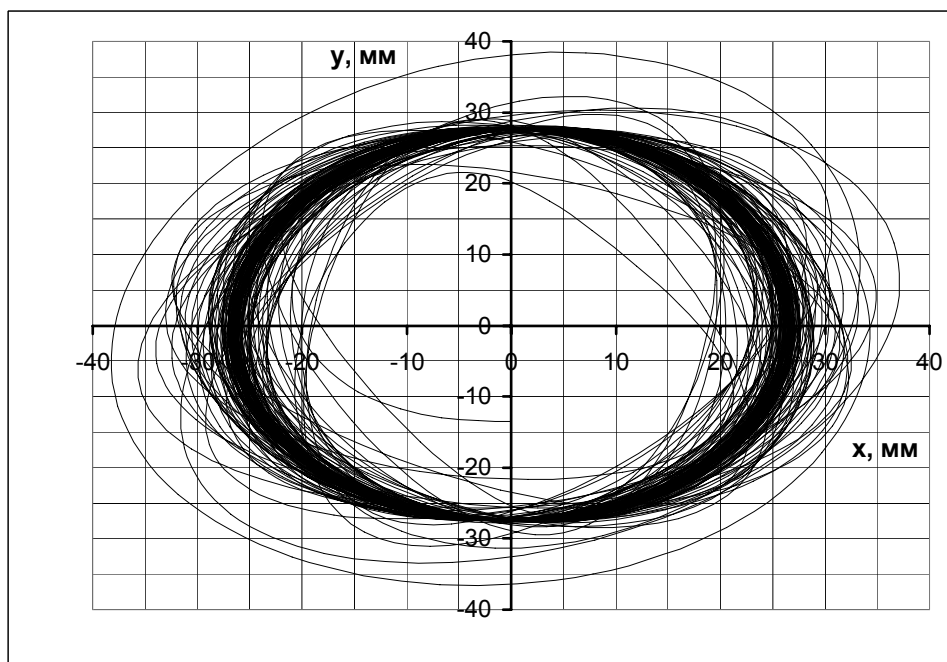
При працюючих демпферах (рис. 6) коливання відповідно гасяться, що пояснюється високою ефективністю роботи демпферів. Основний спад коливань системи відбувся за час  $t=9c$ .

**Дослідження переміщення центра мас вала (незрівноваженого ротора). Відсутність сил від власної ваги ротора.** Досліджувалось переміщення центра мас системи вал (незрівноважений ротор) відносно нерухомої статичної осі обертання ротора без урахування його сили ваги. На рис. 7 зображено переміщення центра мас при непрацюючих демпферах без урахування його власної ваги.

При працюючих демпферах (рис. 8) добре видно, що переміщення центра мас відбувається за сталішими траєкторіями, які незначно відрізняються між собою.



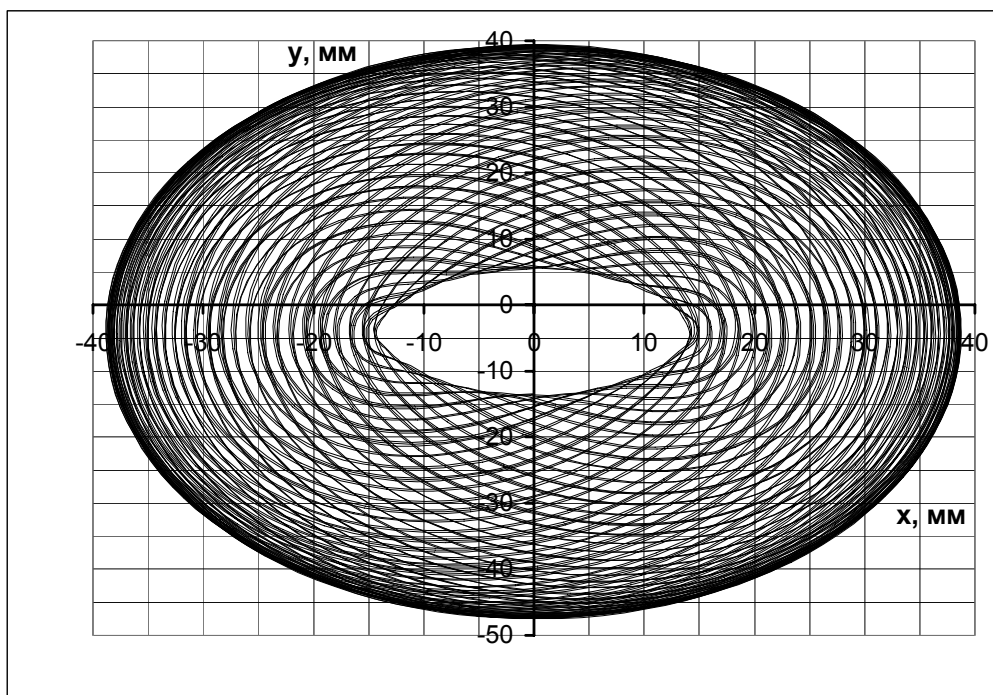
*Рис. 7. Переміщення центра мас вала (незрівноваженого ротора) при непрацюючих демпферах без урахування його власної ваги*



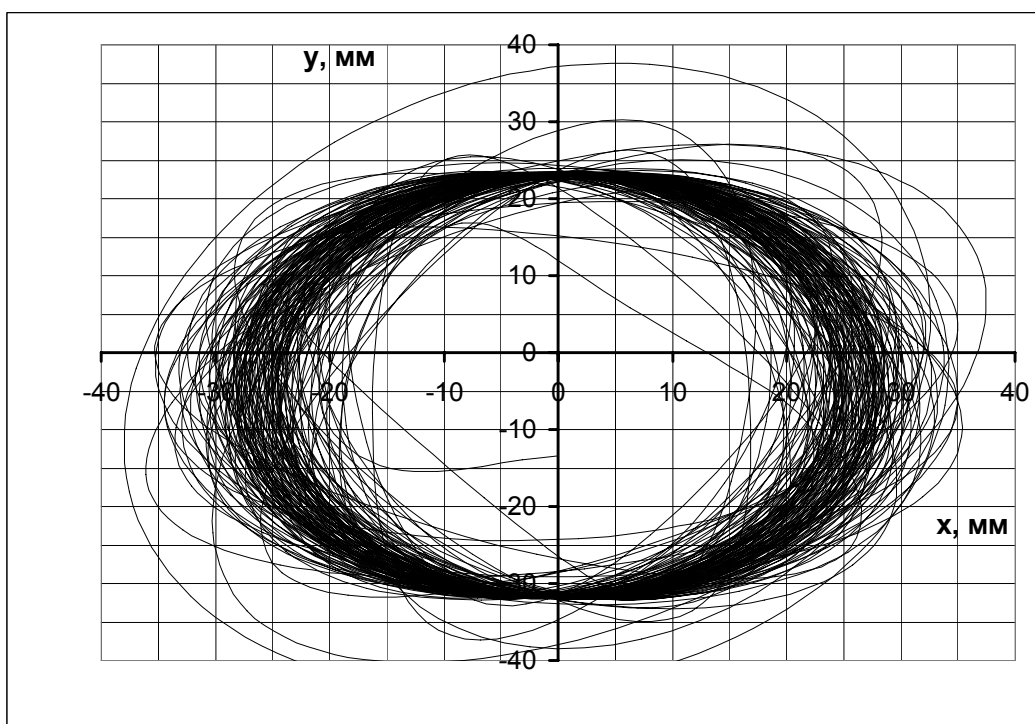
*Рис. 8. Переміщення центра мас вала (незрівноваженого ротора) при працюючих демпферах без урахування його власної ваги*

**Урахування сил, зумовлених власною вагою ротора.** Досліджувалось переміщення центра мас системи вал (незрівноважений ротор) відносно нерухомої статичної осі обертання ротора з урахуванням його сили ваги. На рис. 9 зображено переміщення центра мас при непрацюючих демпферах з урахуванням його власної ваги. Траєкторії руху є дещо zdeформованими у вертикальному напрямі внаслідок дії сили тяжіння, зумовленої власною вагою вала (незрівноваженого ротора).

При працюючих демпферах (рис. 10) видно, що переміщення центра мас відбувається по більш сталих траєкторіях, але вони більше розсіяні, ніж без урахування власної ваги вала.



*Рис. 9. Переміщення центра мас вала (незрівноваженого ротора) при непрацюючих демпферах з урахуванням його власної ваги*



*Рис. 10. Переміщення центра мас вала (незрівноваженого ротора) при працюючих демпферах з урахуванням його власної ваги*

Створена модель ротора дає змогу проводити числові експерименти з симетричним, статично незрівноваженим ротором, встановленим на ізотропних пружних опорах.

**Висновки.** 1. Створено модель вала (незрівноваженого ротора) на пружних опорах, що зрівноважується на ходу двома вібраційними демпферами, і показано можливість моделювання динаміки системи в модулі Motion програми SW.



2. Встановлено, що сили тяжіння, зумовлені власною вагою, негативно впливають на зрівноваження системи вала (незрівноваженого ротора) у разі горизонтально розташованого ротора.

Програма SOLID WORKS з модулем MOTION дає змогу досліджувати незрівноважені ротори, центр мас яких зміщений відносно двох осей  $oz$  і  $ou$  і є предметом наших подальших досліджень.

1. Браузенс Р., Кренделл С. Об устойчивости вращения ротора обладающего несимметрией инерции и несимметрией жесткости вала // Прикладная механика. – М.: Мир, 1961. – № 4.  
2. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6: Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.Ф. Фролова, 1981. – 456 с.  
3. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. – М.: Наука, 2002. – 119 с.  
4. Кравцов Е.В., Позняк Э.Л. Об эффективности пассивных виброгасителей в роторных системах // Машиностроение. – 1977. – № 4.  
5. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами: Монографія (за спеціальністю 05.02.09 “Динаміка та міцність машин”). – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.  
6. Thearle E. L. Automatic dynamic balancers Part 2 – Ring, pendulum and ball balancers // Machine Design. – 1950. – Vol. 22. – No 10. – P. 103–106.

УДК 539.3.

**М.І. Войтович, Б.С. Воробець\*\*, Р.В. Лампіка\***  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра опору матеріалів,  
\*кафедра електронного машинобудування,

\*\* Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

## **ДО РОЗРАХУНКУ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПРОСТОРОВО-КРИВОЛІНІЙНИХ СТРИЖНІВ**

© Войтович М.І., Воробець Б.С., Лампіка Р.В., 2007

**Стосовно розрахунку термонапруженого стану ізотропних просторово криволінійних стрижнів довільного поперечного перерізу виведена система диференціальних рівнянь на температурні аналоги поздовжньої сили і згинальних моментів, коли на бічній поверхні стрижня теплообмін із зовнішнім середовищем відбувається за законом Ньютона.**

**In relation to research of the termoelastic state of spatially-curvilinear bar arbitrary cut the system of differential equalizations is got on the temperature analogues of longitudinal force and bend moments, when on lateral surface of bar a heat exchange with an external environment takes a place by law of Newton.**

**Вступ.** Аналіз напружень і деформацій у різних конструктивних елементах, які працюють при високих температурах, має велике значення. Від інтенсивності і характеру розподілу цих напружень і деформацій залежить термоміцність, термовтома, термічне випучування і інші подібні явища. Підвищення робочих температур деталей транспортних і енергетичних установок, а також і інших машин, посилило інтерес до дослідження температурних напружень і в стрижневих елементах різної геометрії – прямолінійних, криволінійних, закручених тощо; причому як при пружному їх деформуванні, так і на стадії пластичності і повзучості [1–5, 9]. Характерною особливістю вказаних робіт є те, що температурні поля досліджуваних елементів вважаються відомими (заданими). Очевидно, що детальніше дослідження термонапруженого стану можливе на основі підходу, який передбачає (на першому етапі) розв’язання відповідної задачі теплопровідності; тобто, визначення температурних аналогів поздовжньої сили і згинальних моментів, які входять в рівняння термо-