

ваних значень вихідної величини на кінцях інтервалу апроксимації (діапазону перетворення): дисперсія менша приблизно на 21% у разі апроксимації першого порядку, 42% – другого порядку і 53% – третього порядку.

4. Крім того, застосуванням многочленів Чебишова забезпечується гранично простий спосіб (35) розрахунку коефіцієнтів апроксимації, який не спричиняє проблеми поганої зумовленості матриці $f_c^T f_c$ системи рівнянь МНК, яка може відзначатися у разі апроксимації звичайними алгебраїчними многочленами.

5. Певною практичною проблемою використання многочленів Чебишова є точне задавання значень вхідної величини в точках ортогональності, порушення якого може спричинити погіршення якості апроксимації.

6. Якщо стандартна непевність результатів вимірювань вихідної величини ЗВТ невідома, то її значення можна оцінити безпосередньо із результатів вимірювань [3].

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К.: Вища школа.

1984.– 455 с. 2. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, 1990.– 288 с. 3. Дорожовець М., Стадник Б., Мотало В., Василюк В., Ковальчик А., Борек Р. Основи метрології. Підручник. Основи метрології і вимірювальна техніка. Том 1. – Львів: Видавництво НУ “Львівська політехніка”, 2005.–532 с. 4. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений. – М.: Энергоатомиздат, 1988. –88 с. 5. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975, – 648 с. 6. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Высшая школа, 1988. – 239 с. 7. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькуляторах / Ф.Ф.Костылев, П.В.Миляев, Ю.Д.Дорский и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1991.– 304 с. 8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 832 с. 9. Guide of the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO 1993, 1995.

УДК 681.5.015.75

ОПТИМАЛЬНИЙ ІНТЕРВАЛ ІНТЕГРУВАННЯ ПРИ ПОБУДОВІ ВЗАЄМНОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ СИГНАЛІВ ВІД РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

@ Заяць Олександр, 2008

Державне підприємство "Науково-дослідний інститут "Система", Львів, Україна,
krich@dndi-systema.lviv.ua

Розглянуто проблеми оцінки і підвищення відношення сигнал/шум на виході кореляційного вимірювача часової затримки у пасивній локації рухомих джерел стаціонарних сигналів. Запропонована методика визначення оптимального інтервалу інтегрування при побудові взаємної кореляційної функції сигналів від цих джерел, що забезпечує максимальне відношення сигнал/шум.

Рассмотрены проблемы оценки и повышения отношения сигнал/шум на выходе корреляционного измерителя задержки в пассивной локации движущихся источников стационарных сигналов. Предложена методика определения оптимального интервала интегрирования при построении взаимной корреляционной функции сигналов от этих источников, обеспечивающего максимальное отношение сигнал/шум.

Considered are the problems of estimating and increasing the signal-to-noise ratio at the output of the correlation meter of delay during the passive location of moving sources of stationary signals. Suggested is the method for determining the optimal integration interval in forming a mutual correlation function of the signals from these sources, which allows obtaining a maximum signal-to-noise ratio.

Одним з основних вимірюваних параметрів у кореляційних системах пасивної локації є часова затримка надходження сигналів від джерела до

рознесених приймачів, яка визначається положенням максимуму взаємної кореляційної функції (ВКФ) прийнятих сигналів. Для таких систем важлива

правильна оцінка вихідного відношення сигнал/шум (С/Ш) (відношення максимуму ВКФ до величини бокових піків). Якщо $C/Ш < 1$, кореляційна система непрацездатна. Для стаціонарних сигналів необхідне підвищення С/Ш досягається збільшенням інтервалу інтегрування T при побудові ВКФ [1]. Проте у разі взаємного руху джерела і приймачів відбувається зміна часового масштабу (ЗЧМ) сигналів. Внаслідок ЗЧМ прийняті на віддаленні від стаціонарного джерела сигнали $x_i(t)$ дестаціонаризуються, їхня ВКФ є функцією двох змінних [2]. На практиці при кореляційному аналізі таких сигналів $x_i(t)$, прийнятих на фоні перешкод $B_i(t)$, вважається, що залежна від однієї змінної оцінка "ВКФ"

$$\hat{R}_{z_1 z_2}^{(T)}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T z_1(t) \cdot z_2(t-t) dt ;$$

$$z_i(t) = x_i(t) + B_i(t) ; \quad i=1,2; \quad (1)$$

з урахуванням впливу перешкод і зсуву $t \rightarrow t - t_{ij}$, неістотно відрізняється від оцінки автокореляційної функції (АКФ) випромінюваного джерелом сигналу $y(t)$, недоступного експериментатору. Для сигналів ЗЧМ вихідне С/Ш досягає максимуму за деякого оптимального T і зменшується при подальшому збільшенні T . Отже, для сигналів ЗЧМ, крім проблеми вибору смуги аналізованих частот, існує проблема визначення оптимального інтервалу інтегрування T при побудові оцінки "ВКФ" (1). У цій роботі розглядається загальний підхід до вирішення цієї проблеми. Випромінюваний сигнал $y(t)$ із спектральною щільністю потужності (СЩП) $Y(n)$ і перешкоди $B_i(n)$ з СЩП $b_i(n)$ вважаємо випадковими, взаємно некорельованими, центрованими, стаціонарними, гауссовими. Для узагальнення і формалізації подальших викладок вважаємо, що кожному з прийнятих сигналів $x_i(t)$ відповідає свій випромінюваний сигнал $y_i(t)$, приймаючи в остаточних викладках $y_1(t) = y_2(t) = y(t)$. Для вказаних сигналів і перешкод справедливо ($\langle \rangle$ – символ усереднення)

$$\langle y_1(t_1) \cdot y_2(t_2) \rangle = R_{Y_1 Y_2}(t_1 - t_2)$$

$$R_{Y_i B_j}(t) = R_{B_i Y_j}(t) = R_{B_i B_j}(t) = 0, \quad i \neq j \quad (2)$$

Без урахування впливу каналів поширення сигнали зв'язані співвідношеннями:

$$x_i(t) = y_i[\psi_i(t)] = x_j[t - \tau_{ji}(t)] ;$$

$$y_i(t) = t - x_i(t) = y_j[t - t_{ij}(t)] ;$$

$$t_{ji}(t) = t - \Lambda_i[\psi_j(t)] \quad (3)$$

де $x_i(t)$, $t_{ji}(t)$ – часові затримки сигналу $x_i(t)$, відповідно, щодо сигналів $y_i(t)$ і $x_j(t)$; $\Lambda_i(t)$ – функція, зворотна до $\psi_i(t)$; тут і далі $i=1,2$; $j=1,2$.

З використанням (2), (3) залежна від двох змінних ВКФ прийнятих сигналів $x_i(t)$ виражається через ВКФ випромінюваних стаціонарних сигналів $y_i(t)$

$$R_{x_1 x_2}(u, v) = \langle x_1(u) \cdot x_2(v) \rangle = \langle y_1[\psi_1(u)] \cdot y_2[\psi_2(v)] \rangle = R_{Y_1 Y_2}[\psi_1(u) - \psi_2(v)] \quad (4)$$

Здійснюючи в (4) для одного або обох сигналів $x_i(t)$ підстановку

$$x_i(t) = B_i(t), \quad \psi_i(t) = t ; \quad (5)$$

з урахуванням (2) отримуємо також:

$$R_{x_i B_j}(u, v) = R_{B_i X_j}(u, v) = R_{B_i B_j}(u, v) = 0 \quad (6)$$

З урахуванням (4), (6) одержуємо вираз для математичного очікування оцінки (1) через ВКФ $R_{Y_1 Y_2}(t)$

$$\begin{aligned} R_{z_1 z_2}^{(T)}(t) &= \langle \hat{R}_{z_1 z_2}^{(T)}(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \langle x_1(t) \cdot x_2(t-t) \rangle dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T R_{Y_1 Y_2}[\psi_1(t) - \psi_2(t-t)] dt \end{aligned} \quad (7)$$

Як випливає з (7), стандартного урахування [1] тільки змінної затримки $\tau_{ij}(t)$ між сигналами $x_1(t)$, $x_2(t)$ недостатньо для дослідження впливу ЗЧМ. Необхідно розглядати якусь пару з трьох функцій, наприклад, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ або $\psi_2(t)$, $\tau_{21}(t)$.

Дисперсія оцінки (1) відносно математичного очікування (7) містить 4 складові:

$$\begin{aligned} D[\hat{R}_{z_1 z_2}^{(T)}(t)] &= D[\hat{R}_{x_1 x_2}^{(T)}(t)] + D[\hat{R}_{B_1 X_2}^{(T)}(t)] + \\ &+ D[\hat{R}_{X_1 B_2}^{(T)}(t)] + D[\hat{R}_{B_1 B_2}^{(T)}(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

Ці складові визначаються статистичними моментами 4-го порядку, які для центрованих гауссових сигналів і перешкод виражаються через статистичні моменти 2-го порядку [2], тобто через їхні АКФ і ВКФ. Для 1-го доданка (8) отримаємо

$$\begin{aligned} D[\hat{R}_{x_1 x_2}^{(T)}(t)] &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \{ R_{Y_1 Y_1}[\psi_1(u) - \psi_1(v)] \cdot \\ &R_{Y_2 Y_2}[\psi_2(u-t) - \psi_2(v-t)] + \end{aligned} \quad (9)$$

$$+ R_{Y_1 Y_2}[\psi_1(u) - \psi_2(v-t)] \cdot R_{Y_2 Y_1}[\psi_2(u-t) - \psi_1(v)] \} du dv$$

Інші три складові дисперсії (8) визначаються згідно з (9) із заміною (5).

У (7)–(9) не враховано загасання сигналів $x_i(t)$ при поширенні у середовищі. Крім того, зазвичай апріорно відома інформація про СПМ джерела $Y(n)$ і перешкод $b_i(v)$, а не про їхні ВКФ. Тому в (7)–(9) потрібно перейти з часової до частотної області з використанням співвідношень типу

$$R_{Y_j Y_j}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{ij}(n) \exp(j2\pi n f) dn \quad (10)$$

де $G_{ij}(n)$ – взаємна СЦП (ВСЦП) сигналів $y_i(t), y_j(t)$; $j = \sqrt{-1}$. Загасання враховується перемноженням СЦП випромінюваного сигналу $Y(n)$ на передатні функції $P_i(n)$ каналів поширення:

$$G_{ij}(n) = P_i(n) \cdot P_j(n) \cdot Y(n); \quad P_i(n) = b(r_i) \cdot \exp[-r(n) \cdot r_i] \quad (11)$$

де r_i – відстань від джерела до приймача "і", $b(r_i)$, $r(n)$ – коефіцієнти загасання, відповідно, внаслідок розширення хвильового фронту і поглинання в середовищі.

У частотній області математичне очікування (7) і складові дисперсії (8) мають вигляд

$$R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(n) P_2(n) Y(n) g_T(t, n, -n) dn;$$

$$g_T(t, n_1, n_2) = \frac{1}{T} \int_0^T \exp\{j2\pi [n_1 \psi_1(t) + n_2 \psi_2(t-t)]\} dt \quad (12)$$

$$D[\hat{R}_{X_1 X_2}^{(T)}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [G_{11}(n_1) G_{22}(n_2) |g_T(t, n_1, n_2)|^2 + g_T(t, n_1, n_2) g_T^*(t, n_2, n_1)] dn_1 dn_2; \quad (13)$$

$$D[\hat{R}_{X_1 B_j}^{(T)}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{ii}(v_i) b_j(v_j) \mu_T^{(j)}(t, n_1, v_2) dv_1 dv_2;$$

$$D[\hat{R}_{B_1 B_2}^{(T)}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b_1(n_1) b_2(n_2) I_T^2(n_1 + n_2) dn_1 dn_2 \quad (14)$$

де $I_T(n) = \sin(\pi n T) / (\pi n T)$; * – символ комплексного спряження; функції $\mu_T^{(j)}(t, n_1, n_2)$ отримуються з $g_T(t, n_1, n_2)$ підстановкою $\psi_j(t) = t$; справедливо також

$$D[\hat{R}_{B_j X_i}^{(T)}(t)] = D[\hat{R}_{X_i B_j}^{(T)}(t)]. \quad (15)$$

Вирази (3), (8), (12)–(14) є вихідними для дослідження впливу ЗЧМ-сигналів при пасивній локації

рухомих об'єктів. Розглянемо спочатку простіший, але практично важливий випадок лінійного ЗЧМ (ЛЗЧМ)

$$y_i(t) = w_i + a_i \cdot t \quad (16)$$

При цьому часові затримки $\tau_{ij}(t)$ між прийнятими сигналами також лінійні, з (3), (16) маємо

$$t_{21}(t) = k_0 + k_1 \cdot t; \quad k_0 = (w_2 - w_1) / a_2; \quad k_1 = (a_2 - a_1) / a_2; \quad (17)$$

З (12), (16), (17), одержуємо

$$R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(n) P_2(n) Y(n) I_T(k_1 a_2 n) \exp[j2\pi n (t - k_0 - k_1 T / 2)] dn \quad (18)$$

З (18) випливає, що "ВКФ" сигналів $x_1(t)$ з ЛЗЧМ симетрична відносно точки $t_m = k_0 + k_1 T / 2$ і має в цій точці максимум. Розташування максимуму відповідає часовій затримці $t_{21}(t)$ (17) сигналу $x_1(t)$ відносно $x_2(t)$ в момент $t = T / 2$.

Складові (13,14) дисперсії (8) приводяться до вигляду

$$D[\hat{R}_{X_1 X_2}^{(T)}(t)] = \frac{1}{T \cdot |a_1 a_2|} \int_{-\infty}^{\infty} \{G_{11}(n/a_1) G_{22}(n/a_2) + G_{12}(n/a_1) G_{21}(n/a_2) I_T(k_1 k_2 n) \exp[j2\pi k_1 n (t - t_m)]\} dn; \quad (19)$$

$$D[\hat{R}_{X_i B_j}^{(T)}(t)] = D[\hat{R}_{B_j X_i}^{(T)}(t)] = \frac{1}{T |a_i|} \int_{-\infty}^{\infty} G_{ii}(n/a_i) b_j(n) dn;$$

$$D[\hat{R}_{B_1 B_2}^{(T)}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} b_1(n) b_2(n) dn; \quad k_2 = (a_1 + a_2) / a_1$$

Підсумовуючи всі складові (8), (19), одержуємо дисперсію оцінки "ВКФ" (1) відносно математичного сподівання (18)

$$D[\hat{R}_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t)] = \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(n) dn + R_\Phi [k_2 (t - t_m)] \right] / T \quad (20)$$

$$q(n) = [P_1^2(n/a_1) \cdot Y(n/a_1) / a_1 + b_1(n)] \cdot [P_2^2(n/a_2) \cdot Y(n/a_2) / a_2 + b_2(n)], \quad (21)$$

де $R_\Phi(t)$ – АКФ сигналу $\Phi(t)$ із СЦП

$$G_\Phi(n) = G_{12}(n/a_1) G_{21}(n/a_2) \sin(\pi T k_1 k_2 n) / (\pi T k_1 k_2 n)$$

Оскільки ширина смуги частот сигналів $\Phi(t)$ і $y(t)$ приблизно однакова, одержуємо: дисперсія сигнального піка "ВКФ" (18) визначається виразом (20) при $t = t_m$, а дисперсія шуму визначається першим доданком (20).

С/Ш визначається виразом

$$S(T) = R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t_m) / \sqrt{D[\hat{R}_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t \neq t_m)]} \quad (22)$$

З (18), (20)–(22) отримуємо для ЛЗЧМ-сигналів оцінку вихідного С/Ш

$$S(T) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(n) \cdot P_2(n) \cdot Y(n) \cdot \sin(pk_1 a_2 n T) / (pk_1 a_2 n \sqrt{T}) dn \left/ \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(n) dn \right]^{1/2} \right. \quad (23)$$

Диференціюючи інтеграл в чисельнику (23) за параметром Т, одержуємо рівняння для визначення оптимального значення Т в (1), що максимізує С/Ш.

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_1(n) P_2(n) Y(n) [\cos(pk_1 a_2 T n) - \sin(pk_1 a_2 T n) / (2pk_1 a_2 T n)] dn = 0 \quad (24)$$

Як конкретний приклад розглянемо випромінюваний сигнал і перешкоди типу "білого шуму" $Y(n) = Y_0$, $b_i(n) = b_i$, $P_i(n) = P_i$ в смузі частот $q \cdot F \leq |n| \leq F$, $0 \leq q \leq 1$.

ВКФ (18) має вигляд (де Si(x) – інтегральний синус)

$$R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t) = \frac{P_1 P_2 Y_0}{p a_2 k_1 T} [Si(d_+) - Si(d_-) + Si(q \cdot d_-) - Si(q \cdot d_+)];$$

$$d_{\pm} = 2p a_2 F (t - t_m \pm k_1 T / 2) \quad (25)$$

Функція $q(n) = (P_1^2 Y_0 / a_1 + b_1) (P_2^2 Y_0 / a_2 + b_2) = q_0$ постійна в смузі частот $q \cdot F \leq |n| \leq F$. Тоді з (21), (23), (25) одержуємо для вихідного С/Ш

$$S(f) = \sqrt{2Q} [Si(p \cdot f) - Si(q \cdot p \cdot f)] / (p \sqrt{(1-q) f k_1 a_2});$$

$$f = a_2 k_1 T F; \quad Q = P_1 P_2 Y_0 / \sqrt{q_0} \quad (26)$$

З (26) одержуємо рівняння для оптимального значення параметра $f_0 = f_0(q)$, що забезпечує max С/Ш

$$Si(x) - Si(q \cdot x) = 2[\sin(x) - \sin(q \cdot x)];$$

$$x = p f_0(q) \quad (27)$$

Результати (26)–(27) цікаві тим, що для сигналів ЛЗЧМ максимальне С/Ш не залежить від смуги аналізованих частот F. Збільшення F приводить до зменшення оптимального Т і навпаки. Водночас для стаціонарних сигналів С/Ш $\sim \sqrt{F \cdot T}$. Суперечності тут немає; для стаціонарних сигналів, як і сигналів ЛЗЧМ, співвідношення С/Ш однозначно визначається добутком $D = F \cdot T$, так званою "базою" сигналів [1], а не окремо величинами Т і F. Але для ЛЗЧМ-сигналів максимальне С/Ш отримується за деякого оптимального значення D.

На рис. 1 наведена отримана з (26) залежність S(T) відношення С/Ш (в одиницях $Q_1 = Q / \sqrt{k_1 a_2}$) від величини Т (в одиницях $1/a_2 k_1 F$). На рис. 2 наведені залежності оптимального значення $f_0(q)$ (у безрозмірних одиницях) і відповідні максимальні значення С/Ш $S_0(q)$ (в одиницях Q_1), одержані з (27), (26).

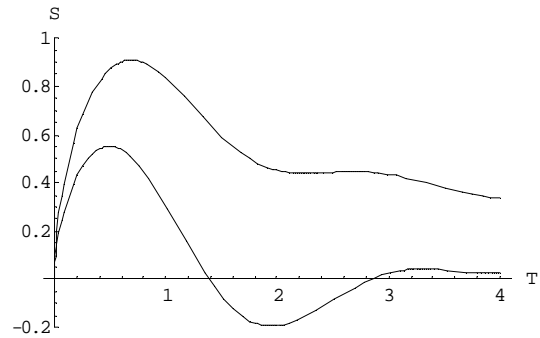


Рис.1. Залежність вихідного С/Ш S від величини інтервалу інтегрування Т для сигналів ЛЗЧМ типу "білого шуму" при $\theta=0$ и $\theta=0.5$

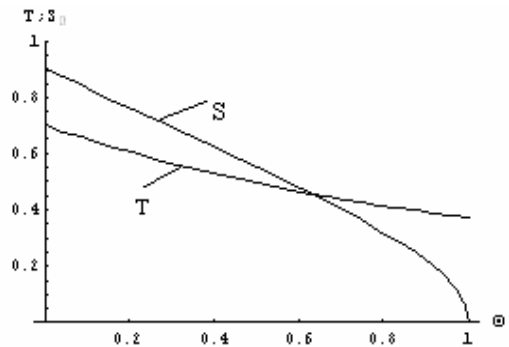


Рис.2. Залежність оптимального Т (в одиницях $1/a_2 k_1 F$) і відповідного максимального С/Ш S_0 (в одиницях Q_1) від величини θ

Якщо $q \geq 0.9$, сигнали стають вузькосмуговими, що позначається на поведінці $S_0(\theta)$. Становить інтерес поведінка $f_0(q)$, $S_0(q)$ при $q \rightarrow 1$ для високочастотних вузькосмугових сигналів, що застосовуються в радіолокації [1]. Подавши функції від $q \cdot x$ в (26,27) як $\Phi(q \cdot x) \approx \Phi(x) - (1-q)x \cdot \partial\Phi/\partial x$, при $q \rightarrow 1$ приводимо ці вирази до вигляду

$$2p f_0 = tg(\tilde{p} f_0); \quad \tilde{f}_0 = \lim_{q \rightarrow 1} f(q) = 0.371;$$

$$\lim_{q \rightarrow 1} S_0(q) = \sqrt{2(1-q)/(k_1 a_2 \tilde{f})} \sin(\tilde{p} f_0) Q / p = 1.1 \sqrt{D} \cdot Q,$$

де $D = (1-q)FT = \Delta F \cdot T$ – "база" сигналів (обмежена знизу нерівністю $D \gg 1$).

Спробуємо тепер узагальнити отримані результати на випадок довільної ЗЧМ. Знайдемо вигляд функцій $\psi_i(t)$. Момент t приймання сигналу пов'язаний з моментом t' його випромінювання рівнянням

$$\Lambda_i(t') = t' - r_i(t') / c = t \tag{28}$$

де: $r_i(t')$ – відстань у момент часу t' ; c – швидкість поширення сигналу.

Функція $\psi_i(t)$ є зворотною до функції $\Lambda_i(t)$ і визначається як розв'язок $t'(t) = \psi_i(t)$ рівняння (28). Оскільки інтервал інтегрування T у (1) малий, допустимо вважати, що об'єкт випромінювання в проміжку часу $[0, T]$ рухається рівномірно і прямолинійно. Розглянемо вигляд функцій $\psi_i(t)$ для цього стандартного варіанта (на площині), коли об'єкт в точці (x, y) рухається із швидкістю $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$, а початок системи координат пов'язаний з приймачем. Рівняння (28) має вигляд

$$t = t' - \sqrt{(x + v_x \cdot t')^2 + (y + v_y \cdot t')^2} / c = t' - \sqrt{t_c^2 + b^2 \cdot t'^2 + 2t_c \cdot b \cdot t' \cdot \cos(a)} / c \tag{29}$$

де: $t_c = \sqrt{x^2 + y^2} / c = r / c$; $b = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} / c = v / c$; \mathbf{r} – вектор швидкості об'єкта; \mathbf{r} – радіус-вектор точки (x, y) ; a – кут між векторами \mathbf{v} і \mathbf{r} ; $(-p/2 \leq a \leq p/2)$.

Рівняння (29) зводиться до квадратного і має розв'язок

$$y(t) = t'(t) = [t + t_c \cdot b \cdot \cos a - \sqrt{(t + t_c \cdot b \cdot \cos a)^2 + (t_c^2 - t^2)(1 - b^2)}] / (1 - b^2). \tag{30}$$

Розкладемо функцію (30) в ряд Тейлора, обмежившись степенем t^3

$$\psi(t) = [t_c(bg_c - p^{1/2}) + (1 - bg_c p^{-1/2}) \cdot t] / (1 - b^2) - t^2 b^2 g_s^2 / (2t_c p^{3/2}) + t^3 b^3 g_c g_s^2 / (2t_c^2 p^{5/2}), \tag{31}$$

де $g_c = \cos a$; $g_s = \sin a$; $p = 1 - b^2 \sin^2 a$.

Параметр β у (31) малий; у гідролокації $c = 1500 \text{ м/с}$, $v \leq 30 \text{ м/с}$, тобто $b \leq 0.02$; відповідно в радіолокації $b \leq 3 \cdot 10^{-6}$. Коефіцієнти ряду (31) при t^n пропорційні до β^n і швидко спадають із зростанням "n". Для прикладу, при $a = p/3$, $\beta = 0.02$ (гідролокація):

$$y(t) = -0.9902t_c + 0.9904t - 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot t^2 / t_c + 1.5 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 / t_c^2. \tag{32}$$

Розглянемо тепер співвідношення (22) для довільного ЗЧМ. Оцінимо дисперсію "ВКФ" у знаменнику (22). Для випадку ЛЗЧМ дисперсія "ВКФ" поза точкою максимуму τ_m визначається функцією $q(n)$ згідно із (21). Вплив ЛЗЧМ на цю функцію визначається відмінністю коефіцієнтів a_1, a_2 від 1; при $a_1=1, a_2=1$ ЛЗЧМ відсутня, сигнали сумісно стаціонарні [2]. Як впливає з (31), (32), a_1, a_2 відрізняються від 1 на величину $\delta \leq 10^{-2}$. При практичних розрахунках дисперсії впливом ЛЗЧМ можна нехтувати, тим більше, можна нехтувати коефіцієнтами при вищих степенях t^n в (31), (32). Отже, для довільного ЗЧМ відношення С/Ш з достатньою точністю (частки %) можна розраховувати за формулою

$$S(T) = \sqrt{T} \cdot R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t_m) / \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(n) dn \right]^{1/2} \tag{33}$$

де $q(n)$ визначається виразом (21). Варто зазначити, що можливість нехтування ЛЗЧМ і вищими степенями t^n в (31) стосується тільки дисперсії (знаменник у (22), (33)). "ВКФ" $R_{Z_1 Z_2}^{(T)}(t)$ визначається згідно з (12). З (12), (33) одержуємо

$$S(T, t) = \sqrt{T} \int_{-\infty}^1 \int_0^1 P_1(n) \cdot P_2(n) \cdot Y(n) \cdot \cos\{2pn[y_1(T \cdot t) - v_2(T \cdot t - t)]\} dn dt / \left[\int_{-\infty}^{\infty} q(n) dn \right]^{1/2}. \tag{34}$$

Для визначення оптимального T розглядаємо (34) як функцію двох змінних $S(T, \tau)$, і шукаємо глобальний максимум цієї функції. Існує багато способів знаходження максимуму, наприклад, градієнтний метод, метод найменших квадратів тощо. Всі ці алгоритми вимагають нульового наближення T_0, t_0 в околі точки максимуму. Для оцінки нульового наближення можна використовувати розкладання функцій $\psi_i(t)$ в ряд, обмежившись тільки лінійними членами ряду. Величина T_0 визначається як розв'язок рівняння (23), а, $t_0 = k_0 + k_1 T_0 / 2$ згідно (18). Нульове наближення, а можливо, і самі оптимальні значення T_m, τ_m можна знайти також, просто побудувавши графік функції $S(T, t)$. Відомі пакети прикладних програм дають змогу розв'язувати задачі знаходження максимуму без особливих проблем.

Отримані результати знайдуть застосування при проектуванні і роботі кореляційних систем пасивної локації, зокрема для оцінки далекодії цих систем.

1. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. 2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989