

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ МІКРОПОМПИ З П’ЄЗОРЕЗИСТИВНИМ ПРИВОДОМ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЇЇ ПРОДУКТИВНОСТІ

© Колесник К.К., Денисюк П.Ю., 2009

Викладено методику розрахунку продуктивності мікропомпи з п’єзореzystивним приводом. Під час моделювання роботи мікропомпи враховано прогин прямокутної мембрани з защемленими краями.

The technique of capacity rating of a micropump with piezoresistive engine is set up. During simulation of activity of a micropump the deflection of a rectangular membrane with restrained edges is taken into account.

Аналіз досліджень та постановка проблеми. Сучасна мікроелектроніка розвивається швидкими темпами. Розроблення нових технологій зумовлює появу нових програмних засобів для їхнього проектування. Один з найперспективніших напрямків у галузі мікроелектроніки – мікроелектромеханічні системи (МЕМС) [1, 2]. До того ж мікрогідролічні системи займають один з найперспективніших сегментів ринку мікропристроїв. Гідролічні МЕМС поєднують мікроелектроніку, яка базується на кремнієвій технології, з технологією механічного мікрооброблення, внаслідок чого вдається реалізувати нові гідролічні мікропристрої. Серед основних елементів мікрорідинних систем прийнято виділяти мікропомпи. За принципом дії розрізняють мікропомпи електростатичні, п’єзоелектричні, електромагнітні, біметалічні, пневматичні, термічні тощо [3, 4]. Аналізу конструкції мікропомп та їх функціонуванню присвячена величезна кількість статей, однак в науковій літературі недостатньо уваги приділено дослідженню продуктивності таких мікропристроїв.

Будова мікропомпи з п’єзоелектричним приводом подана на рис 1. Мікропомпа складається з корпусу 1, мембрани 2 і п’єзоелектричного елемента 3. У корпусі розташована робоча камера помпи 8, вхідний канал клапана 9 і вихідний канал клапана 10. Для керування подачею рідини в мікропомпі застосовуються зворотні кулькові клапани: вхідний 4 і вихідний 5. Крім того мікропомпа з п’єзоелектричним приводом має вхідний 6 та вихідний 7 канали.

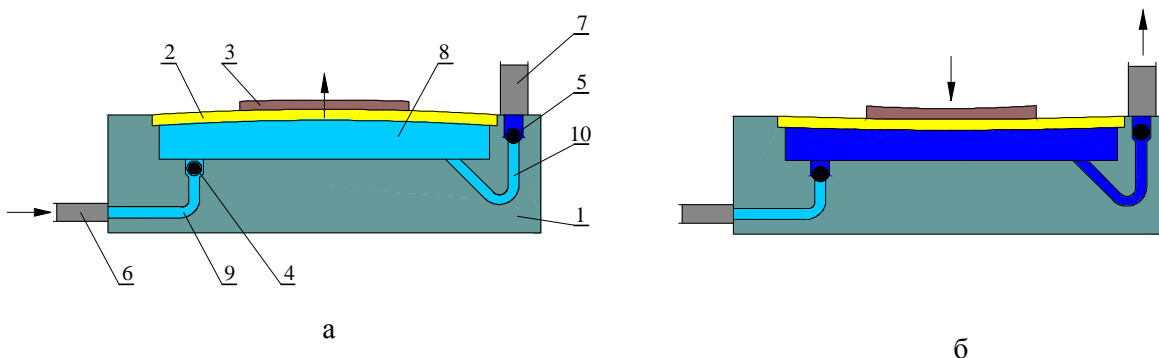


Рис. 1. Мікропомпа з п’єзоелектричним приводом:
 а – у фазі всмоктування; б – у фазі виштовхування рідини

Коливання пружного елемента мікропомпи виникають завдяки використанню п'єзоелектричного елемента, який жорстко з'єднаний з мембраною мікропомпи. Прикладання змінної електричної напруги до п'єзоелектричного елемента, призводить до прогину мембрани помпи. Деформація пружного елемента у взаємодії з впускним і випускним клапанами мікропомпи дає змогу забезпечити подачу робочої рідини в мікропомпі.

Математичне моделювання роботи мікропомпи з п'єзоелектричним приводом. П'єзоелектричну силу, яка виникає в п'єзоелектричному елементі мікропомпи, можна описати рівнянням (рис. 2) [5, 6]:

$$F_z = \frac{U\epsilon_r L}{d_{xz}}, \quad F_y = \frac{U\epsilon_r W}{d_{xz}}, \quad F_x = \frac{U\epsilon_r LW}{d_{xx}t}, \quad (1)$$

де U – прикладена напруга, В; t – висота п'єзопластини, мкм; W – ширина п'єзопластини, мкм; L – довжина п'єзопластини, мкм; ϵ_r – відносна діелектрична проникливість, Кл²/(Н·м²); d_{xx} , d_{xz} – п'єзоелектрична константа.

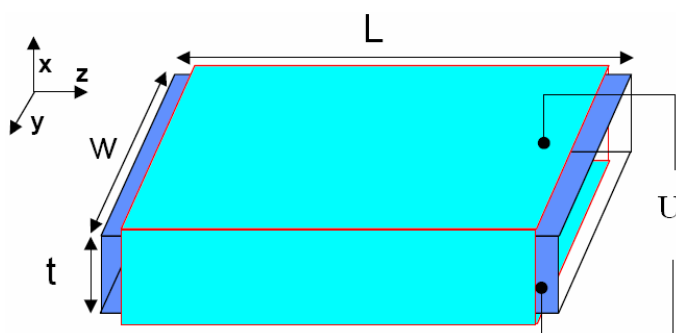


Рис. 2. Деформація п'єзоелемента в мікропомпі

Оскільки товщина мембрани мікропомпи є набагато меншою за її габаритні розміри, то для визначення прогину пружного елемента застосуємо теорію пружності [7], де прогин пластини, защемленої на краях з навантаженням, отримується з розв'язання бігармонійного рівняння з відповідною правою частиною:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \frac{d^4 w}{dx^2 + dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{F_x}{D^* A}, \quad (2)$$

де $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – циліндрична жорсткість пластини на згин, Н·м; A – площа, на яку діє зусилля F_x ;

w – прогин у точці з координатами (x, y) (рис. 3).

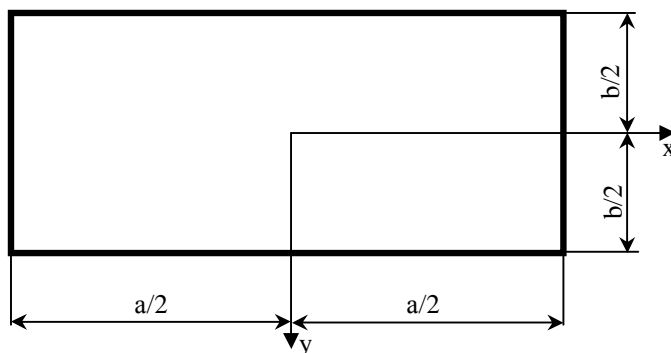


Рис. 3. Пластина з координатними осями

Розв'язання цього рівняння повинно задовольняти на контурах умови

$$w = 0, \quad \frac{dw}{dx} = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{a}{2}$$

$$w = 0, \quad \frac{dw}{dy} = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm \frac{b}{2}$$

Для розв'язку рівняння (2) необхідно прийняти, що прогин пластини визначатиметься за формулою

$$w = \frac{F_x}{8D \cdot A} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right) \left(\frac{b^2}{4} - y^2 \right) + w_1, \quad (3)$$

де w_1 – нова функція x і y .

Підставляючи (3) в (2), знаходимо, що w_1 повинно задовольняти рівняння

$$\frac{d^4 w_1}{dx^4} + 2 \frac{d^4 w_1}{dx^2 + dy^2} + \frac{d^4 w_1}{dy^4} = 0. \quad (4)$$

Підставляючи (3) в умову на контурі пластинки, знайдемо

$$w_1 = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{a}{2}, \quad y = \pm \frac{b}{2};$$

$$\left(\frac{dw_1}{dx} \right)_{x=\pm \frac{a}{2}} = \pm \frac{F_x}{8DA} a \left(\frac{b^2}{4} - y^2 \right);$$

$$\left(\frac{dw_1}{dy} \right)_{y=\pm \frac{b}{2}} = \pm \frac{F_x}{8DA} b \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right). \quad (5)$$

Рівнянням (4) і умовами (5) визначається функція w_1 , яка буде парною відносно x і y . Функцію цю шукатимемо в такому вигляді:

$$w_1 = -\frac{F_x a^3}{64DA} \left\{ \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} Z_n \frac{4}{n^2 \pi^2} \frac{1}{ch^2 \frac{n\pi b}{2a}} Y_n \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \frac{4}{n^2 \pi^2} \frac{b^3}{a^3} \frac{1}{ch^2 \frac{n\pi a}{2b}} X_n \cos \frac{n\pi y}{b} \right\}, \quad (6)$$

де Y_n, X_n – функції тільки для y і x відповідно, а A_n, B_n – константи, які для квадратної пластини рівні між собою.

Розрахунок продуктивності мікропомпи. За допомогою розробленої математичної моделі, що наведена вище, можна знайти прогин пружного елемента мікропомпи від напруги в будь-якій його частині. Тому робочий об'єм, що подається мікропомпою, знайдемо за формулою

$$V = \sum_1^n 2w_n A_n, \quad (7)$$

де w_n, A_n – прогин та площа n частинки здеформованого пружного елемента помпи.

Подачу Q мікропомпою визначатимемо так:

$$Q = V \cdot f \quad (8)$$

де f – частота, з якою прикладається напруга до п'єзoeлемента.

За допомогою розробленої математичної моделі отримано залежність подачі робочої рідини мікропомпою від напруги, яка прикладається до п'єзорезистивних елементів (рис. 4).

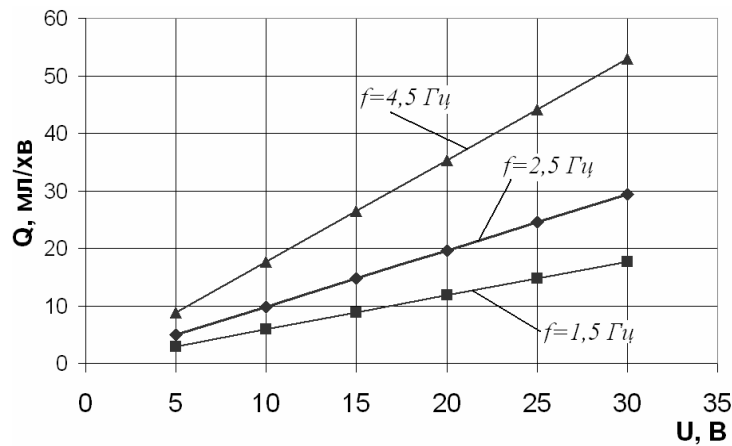


Рис. 4. Залежність напруги від подачі робочої рідини в мікропомпі

Висновки. Розроблена математична модель враховує прогин прямокутного пружного елемента мікропомпи, який зацмлений по краях, і дозволяє розрахувати подачу робочої рідини мікропомпою від напруги, яка прикладається до п'єзорезистивних елементів. Для збільшення продуктивності мікропомпи необхідно підвищувати напругу в межах 5–30 В або її частоту – 1,5–4,5 Гц.

1. Maluf, Nadim *An introduction to microelectromechanical system engineering*//Library of Congress Cataloging-in-Publication Data. 2. Лучинин В.В. *Микросистемная техника. Направления и тенденции развития* // *Научное приборостроение*. – 1999. – Т. 9, № 1. – С. 3–18. 3. Teslyuk V., Lobur M., Denysyuk P., Kolesnyk K. *Methodology of the Automated MEMS Design* // *Proc.of the IIIrd International Conference of Young Scientists (MEMSTECH'2007)*. – Lviv – Polyana, May, 23–26, 2007. – P. 84–85. 4. Teslyuk V., Denysyuk P., Lobur M., Farmaga I., Abramovych R. *System For Physical Processes Simulation In Hydraulic Microelectromechanical Systems* // *Proc. of the 2nd Inter. Conf. of Young Scientists "Perspective Technologies and Methods in MEMS Design"* (MEMSTECH 2006). – Lviv–Polyana, Ukraine, 2006. – P. 138–142. 5. Клокова Н.П. *П'єзорезисторы: Теория, методика расчета, разработки*. – М.: Машиностроение, 1990. – 224 с. 6. Rogers, C. *Intelligent Materials* // *Scientific American*. – Sept. 1995. – Vol 273, No 3. 7. Подгорный А.М., Марченко Г.А., Пустынников В.И. *Основы и методы прикладной теории упругости: Учебник*. – К.: Вища шк., 1981. – 328 с.