

ІНЖЕНЕРНА МЕТОДИКА СИНТЕЗУ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ПІД-РЕГУЛЯТОРАМИ

© Ковела Іван, Іванюк Олег, 2008

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра комп’ютеризованих систем автоматики,
вул. С.Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

Пропонується нова інженерна методика параметричного синтезу та аналізу неперервних та цифрових автоматичних систем з ПІД-регулятором.

Предложена новая инженерная методика параметрического синтеза и анализа непрерывных и цифровых автоматических систем с ПИД-регулятором.

A generalized is new engineering method for parametrical synthesis of continuous and digital automatic control systems with the PID-controller.

За експертними даними понад 90 % промислових автоматичних систем регулювання (АСР) побудовані на основі ПІД-регуляторів. Їхня значущість, поза сумнівом, збережеться і в майбутньому. Це переконання підкріплюється тим, що алгоритм їхнього функціонування вдало імітує роботу досвідченого фахівця-оператора, який враховує не лише відхилення регульованої величини, але й напрям та швидкість її зміни. З цього погляду ПІД-регулятори є майже єдиними реально працюючими інтелектуальними регуляторами. Водночас реальністю є хронічно низька якість їхнього настроювання, а це – прямі економічні втрати і промислова безпека. Незважаючи на тривалу історію застосування, проблеми настроювання ПІД-регуляторів все ще не можуть вважатися повністю вирішеними. Відомо багато методів розрахунку АСР з ПІД-регуляторами, наприклад [1–8], що відрізняються конкретним видом алгоритму, критерієм оптимальності та деякими іншими особливостями, але й дотепер не існує загальноприйнятої стандартної методики їхнього настроювання. Отже, проблема покращання якості настроювання ПІД-регуляторів (особливо цифрових), враховуючи широку область їхнього прак-

тичного застосування, є доволі актуальною з науково-практичного погляду.

У цій статті подається описання розробленої нами нової методики параметричного синтезу та аналізу неперервних та цифрових АСР з ПІД-регуляторами, яка придатна до застосування в інженерній практиці і може претендувати на універсальність. В основу цієї методики покладено метод багатокритеріальної параметричної оптимізації (МБО) [9–11].

Нижче розглядаються особливості запропонованої методики (лише для систем з статичним об’єктом першого порядку) та основні її результати. Під час її розроблення було враховано таке:

- структура АСР відповідає рис. 1;
- математична модель об’єкта регулювання та алгоритм функціонування регулятора – (1);
- визначення показників якості регулювання – відповідно до виразів (6);
- критерій оптимальності – $J_{com} = \min$ – оптимум за комплексом показників якості з урахуванням запасів стійкості [12];

Отже, розглядаємо АСР, зображену на рис. 1.

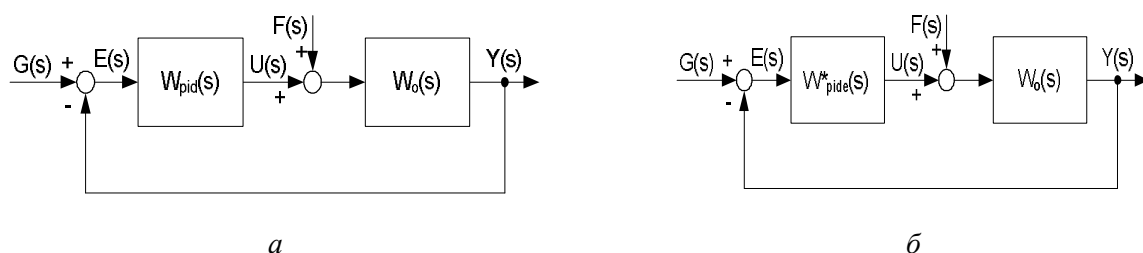


Рис. 1. Структура неперервної (а) та еквівалентної цифровій неперервної системи (б) з ПІД-регулятором

На рис. 1: $G(s)$, $E(s)$, $U(s)$, $F(s)$, $Y(s)$ – завдання, помилка регулювання, регулююча змінна, збурення та регульована величина відповідно.

Для того, щоб отримати результати розрахунку неперервної системи в узагальненому вигляді, необхідно подати часові параметри передавальних функцій об'єкта та регулятора у безрозмірній формі. З цією метою вводимо нову комплексну змінну $p = ts$. Тоді на підставі передавальних функцій об'єкта і регулятора

$$W_o(s) = \frac{K_o}{Ts + 1} e^{-ts};$$

$$W_{pid}(s) = K_p \left(1 + \frac{I}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right), \quad (1)$$

де K_o, T, t – коефіцієнт підсилення, стала часу і запізнення об'єкта; K_p, T_i, T_d – коефіцієнт підсилення регулятора та його сталі часу інтегрування і диференціювання, $N = 10$ – сталий нормувальний коефіцієнт, отримуємо

$$W_o(p) = \frac{K_o}{(1/(t/T))p + 1} e^{-p};$$

$$W_{pid}(p) = K_p \left(1 + \frac{I}{T_{ib} p} + \frac{T_{db} p}{\frac{T_{db}}{N} p + 1} \right), \quad (2)$$

де $T_{ib} = T_i/t$, $T_{db} = T_d/t$ – безрозмірні сталі часу інтегрування та диференціювання.

Оптимальний за близькістю КЧХ до неперервного прототипу дискретний аналог неперервного ПІД-регулятора описується виразом [13]

$$W_{pid}(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{z}{z-1} + \frac{\frac{2T_d N}{(2T_d + T_0 N)} (z-1)}{z - \frac{(2T_d - T_0 N)}{(2T_d + T_0 N)}} \right), \quad (3)$$

де T_0 – період дискретності.

Враховуючи поняття еквівалентного цифровому неперервного регулятора [7, 8]

$$W_{pide}^*(s) = \frac{1}{T_0} W_{pid}(z) W_e(s, z) \Big|_{z=e^{T_0 s}} \quad (4)$$

одержуємо передавальну функцію еквівалентного цифровому неперервного ПІД-регулятора у формі дискретного перетворення Лапласа

$$W_{pide}^*(s) = \frac{U_{pide}(s)}{E(s)} = \frac{K_p}{s} \left(\frac{e^{T_0 s} - 1}{T_0 e^{T_0 s}} + \frac{1}{T_i} + \frac{\frac{2T_d N}{(2T_d + T_0 N)} (e^{T_0 s} - 1)^2}{\left(e^{T_0 s} - \frac{(2T_d - T_0 N)}{(2T_d + T_0 N)} \right) T_0 e^{T_0 s}} \right) \quad (5)$$

Відносні інтегральні квадратичні оцінки якості процесів відпрацювання завдання та компенсації збурення обчислювалися за допомогою виразів:

$$J_g/t = \int_0^{\infty} [e_g(t/t)]^2 d(t/t),$$

$$J_f/t = \int_0^{\infty} [e_f(t/t)]^2 d(t/t), \quad (6)$$

де $e(t/t)$ – відносна помилка регулювання.

Метод багатокритеріальної параметричної оптимізації [9–11] полягає у забезпеченні певних вимог до розміщення полюсів замкненої системи за рахунок відповідного вибору ПНР (а для цифрових систем і T_0). Застосування цього методу для систем з типовими регуляторами пов'язане з деякими особливостями таких АСР, що належать до систем з неповним зворотним зв'язком за станом. Звичайно цей зв'язок здійснюється лише за скалярним вихідним сигналом об'єкта, тобто за доступною прямому контролю змінною стану – регульованою величиною. Отже, виконати вимоги [9–11] для усіх полюсів такої системи звичайно не вдається. Крім того, багатьом промисловим об'єктам властиве запізнення у регульовальному каналі. Тому розрахунок ПНР зводиться до вибору цих параметрів на основі відповідних вимог лише для домінуючих полюсів. Зокрема, для систем з ПІД-регуляторами ці вимоги, а також системи рівнянь, що формуються на їхній підставі, подаються у табл. 1.

Системи з цифровими регуляторами при заданому значенні періоду дискретності T_0 можуть бути розраховані тільки у розмірній формі (табл. 2). У такому разі для розрахунку береться за основу будь-який конкретний об'єкт з потрібним значенням t/T , а потім здійснюється перехід до безрозмірних ПНР і показників якості.

Приймаючи певні значення t/T об'єкта, а також показника m за допомогою числового роз-

в'язання відповідних систем рівнянь (табл. 1, 2) можна визначити параметри настроювання і власну частоту системи, тобто отримати залежності $K_p K_o = f(m, t/T)$, $T_i/t = f(m, t/T)$, $T_d/t = f(m, t/T)$ і $W = f(m, t/T)$. Остання залежність є допоміжною.

Для певних прийнятих значень $m_i = const$ можна одержати у табличній формі залежності

$K_p K_o = f(t/T)$, $T_i/t = f(t/T)$, $T_d/t = f(t/T)$ і $W = f(t/T)$, на підставі яких можуть бути побудовані відповідні графіки. Аналогічно, відповідно дл табл. 2 розв'язується задача синтезу і для цифрових систем за різних значень T_0 .

Таблиця 1

Розрахунок систем з неперервними ПІД-регуляторами у безрозмірній формі

Характеристичне рівняння та його корені	Система рівнянь	Параметри, що визначаються
$D_{pid}(p) = 1 + W_{pid}(p)W_o(p) = 0$, $p_{1,2} = -mW \pm jW$, $p_{3,4} = -mW \pm jW$.	$\left. \begin{aligned} eq_1 &:= \operatorname{Re} \left[D_{pid}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_2 &:= \operatorname{Im} \left[D_{pid}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_3 &:= \operatorname{Re} \left[\frac{dD_{pid}(p)}{dp} \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_4 &:= \operatorname{Im} \left[\frac{dD_{pid}(p)}{dp} \Big _{p=p_1} \right] = 0. \end{aligned} \right\}$	$K_p K_o$, $T_{ib} = T_i/t$, $T_{db} = T_i/t$, $\Omega = \omega t$

У табл. 1: m – кореневий показник коливності [1, 2, 7, 8]; W – безрозмірна частота власних коливань системи (власна частота).

Таблиця 2

Розрахунок систем з цифровими ПІД-регуляторами за заданого значення T_0

Характеристичне рівняння та його корені	Система рівнянь	Параметри, що визначаються
$D_{pid}^*(s) = 1 + W_{pid}^*(s)W_o(s) = 0$, $s_{1,2} = -mw \pm jw$, $s_{3,4} = -mw \pm jw$.	$\left. \begin{aligned} eq_1 &:= \operatorname{Re} \left[D_{pid}^*(s) \Big _{s=s_1} \right] = 0, \\ eq_2 &:= \operatorname{Im} \left[D_{pid}^*(s) \Big _{s=s_1} \right] = 0, \\ eq_3 &:= \operatorname{Re} \left[\frac{dD_{pid}^*(s)}{ds} \Big _{s=s_1} \right] = 0, \\ eq_4 &:= \operatorname{Im} \left[\frac{dD_{pid}^*(s)}{ds} \Big _{s=s_1} \right] = 0. \end{aligned} \right\}$	K_p, T_i, T_d, w $T_0 = const$

Оскільки ПНР у такому разі отримані на підставі характеристичного рівняння замкненої АСР, вони є оптимальними як для процесів відпрацювання завдання, так і для компенсації збурення. Після визначення ПНР легко обчислюються запаси стійкості системи та показники її якості. Отже, синтез та аналіз АСР можуть бути здійснені у багатьох варіантах.

Описаний метод розрахунку хоча й вимагає числового розв'язання системи рівнянь, є аналітичним і це дає змогу легко здійснити багатоваріантний синтез системи за різних значень показника m (достатньо розрахувати 3–4 варіанти). Далі можливі різні підходи. Тривіальний підхід полягає в тому, що вибір оптимального варіанта можна здійснити за будь-яким з часто уживаних інтегральних критеріїв (ISE, IAE, ITAE, ISTE, IST²E тощо). Однак згадані критерії здебільшого не мають фізичного змісту і недостатньо обгрунтовані. Можна також вибрати варіант системи, оптимальний за деяким частковим показником. У цьому аспекті видається доволі обгрунтованим і зрозумілим для експлуатаційного персоналу мінімальний час регулювання. Проте доцільніше вибір оптимального варіанта здійснювати з умов мінімізації комплексу прямих та непрямих показників якості з урахуванням запасів стійкості так, як це описано у [6].

При застосуванні методу багатокритеріального оптимуму ключовою проблемою є вибір розрахункового значення m , яке за заданого t/T об'єкта визначає параметри настроювання, запас стійкості та показники якості системи. Невизначеність дещо спрощується завдяки тому, що діапазон можливих значень показника m доволі обмежений. З метою забезпечення достатньої робастності системи мінімальне розрахункове значення m необхідно вибрати таким, за якого запас стійкості за модулем $A_m \geq 2$, а запас за фазою – $F_m^0 \geq 30^\circ$.

Як показали розрахунки, при зростанні m запас стійкості теж зростає. Це виражається у тому, що частотний показник коливності M , як оцінка запасу стійкості замкненої системи, зменшується. Зв'язок між m і відносними інтегральними квадратичними оцінками J_g/t , J_f/t процесів із завдання та збурення може мати екстремальний характер. У всякому

разі, є підстави для пошуку компромісу між запасом стійкості системи та її динамічною точністю. Для більшого узагальнення оцінки якості системи доцільно також урахувати прямі показники – максимальні динамічні відхилення регульованої величини (y_{mg}, y_{mf}) та час регулювання $(t_g/t, t_f/t)$. На підставі цих міркувань у [12] сформульовано комплексний критерій оптимальності, який враховує прямі та непрямі показники якості регулювання процесів із завдання та збурення, а також запас стійкості замкненої системи. У нормованому вигляді це можна записати так

$$J_{com} = d_J + d_M + d_{y_g} + d_{y_f} + d_{t_g} + d_{t_f} = \min, \quad (7)$$

$$\text{де } d_J = \frac{J_g/t}{(J_g/t)_{max}} + \frac{J_f/t}{(J_f/t)_{max}},$$

$$d_M = \frac{M}{M_{max}}, \quad d_{y_g} = \frac{y_{mg}}{(y_{mg})_{max}},$$

$$d_{y_f} = \frac{y_{mf}}{(y_{mf})_{max}}, \quad d_{t_g} = \frac{t_g/t}{(t_g/t)_{max}},$$

$$d_{t_f} = \frac{t_f/t}{(t_f/t)_{max}} \quad \text{визначаються при кожному з}$$

прийнятих значень m . Індексом max позначено максимальні значення відповідного показника для порівнюваних варіантів розрахунку. Як правило, при $J_{com} = \min$ забезпечується також оптимальне або близьке до нього співвідношення “динамічна точність – запас стійкості”, тобто $d_{JM} = d_J + d_M = \min$, що забезпечує одночасно високу робастність і точність системи. У загальному випадку оптимальні у згаданому розумінні розрахункові значення m для різних відношень t/T об'єкта можуть відрізнятися. Забезпечується певний компроміс між показниками якості процесів відпрацювання завдання та компенсації збурень, а також оптимальне (або дуже близьке до нього) співвідношення “динамічна точність– запас стійкості”.

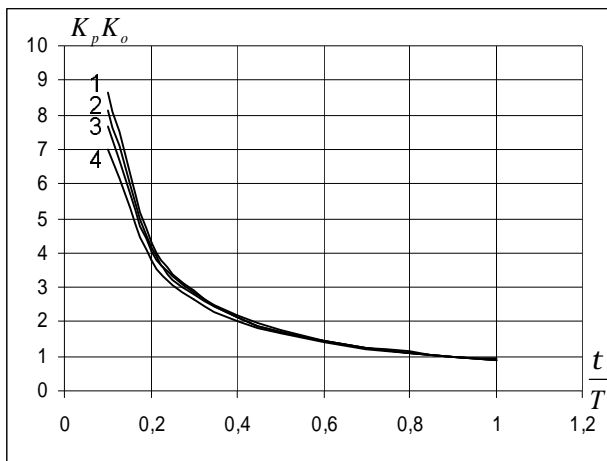
Нижче, для прикладу, наведені основні результати, що становлять зміст запропонованої методики, у тій її частині, що відповідає вказаним на початку статті умовам. У повному обсязі методика містить також аналогічні залежності для систем із статичними

об'єктами другого порядку та об'єктами без самоврівнювання першого та другого порядків із запізненням. Крім того, вона містить результати, що характеризують запаси стійкості систем та чутливість перехідних характеристик замкненої АСР до варіацій параметрів моделі об'єкта у межах $\pm 30\%$, а також відповідні емпіричні формули.

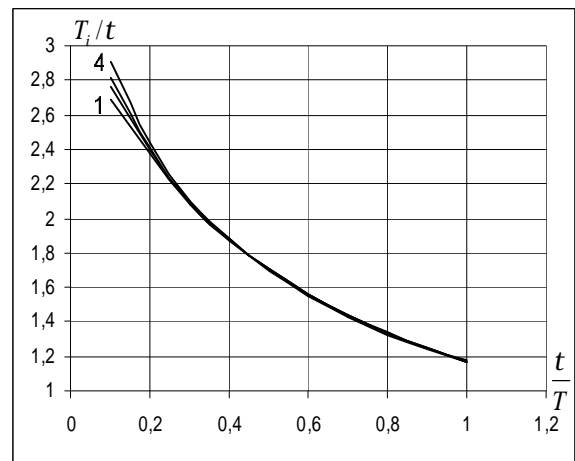
Як видно з рис. 3–5, криві, що характеризують цифрові системи за різних заданих значеннях T_0 у прийнятному діапазоні його зміни, доволі близькі до кривих, які відповідають неперервній системі. Це, зокрема, пояснюється вибором оптимального

дискретного аналога неперервного ПД-регулятора. Отже, залежність параметрів настроювання та показників якості цифрових систем від T_0 у прийнятному діапазоні його значень загалом є слабкою. Найбільший вплив періоду дискретності на характеристики системи спостерігається, якщо $t/T \leq 0.2$.

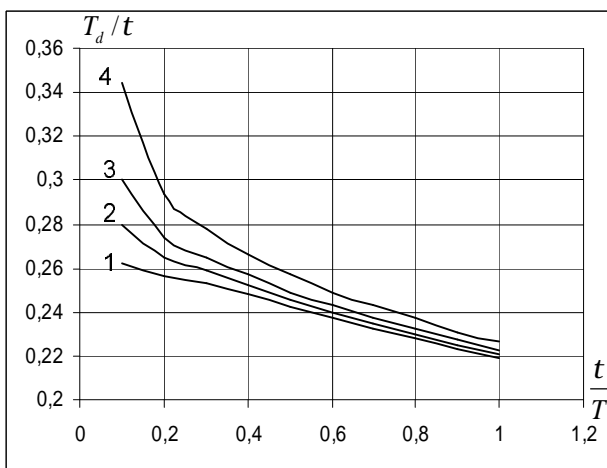
Для спрощення користування цією методикою більшість залежностей (крім деяких істотно немонотонних), що становлять її зміст, можуть бути апроксимовані з достатньою для практики точністю простими емпіричними формулами, наведеними у табл. 3.



а

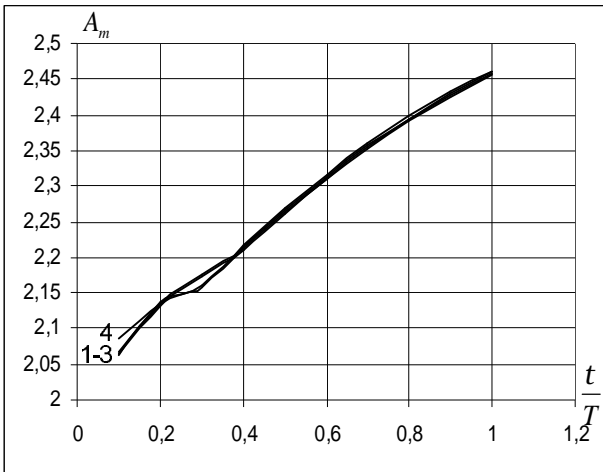


б

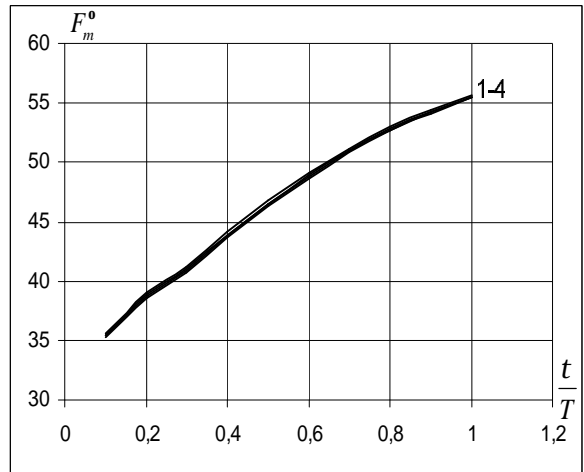


в

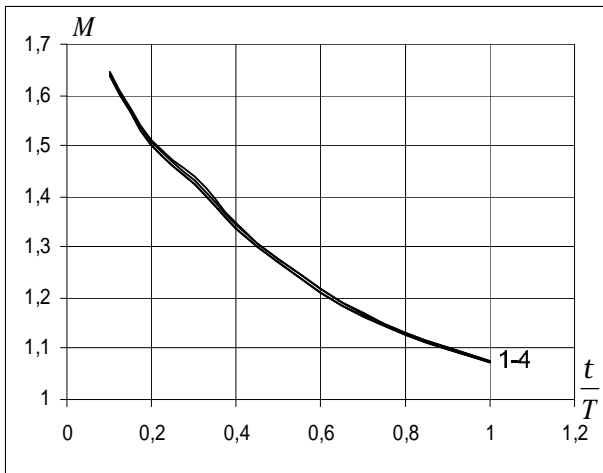
Рис. 2. Параметри настроювання ПД-регулятора для АСР з об'єктом (1); (1 – неперервні системи; 2 – $T_0 = 1.0$ с; 3 – $T_0 = 2.0$ с; 4 – $T_0 = 4.0$ с).



a

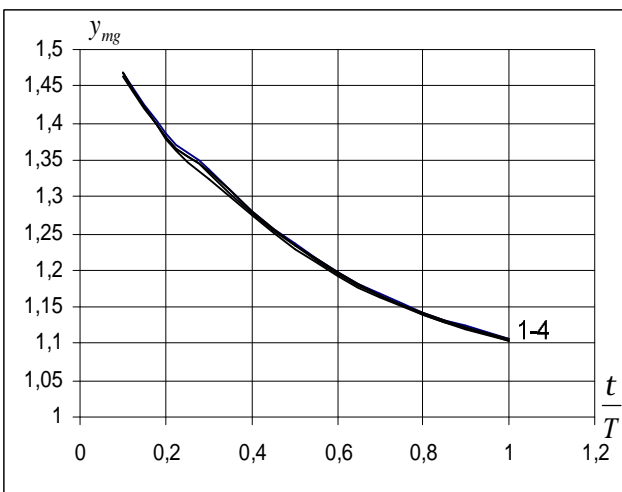


б

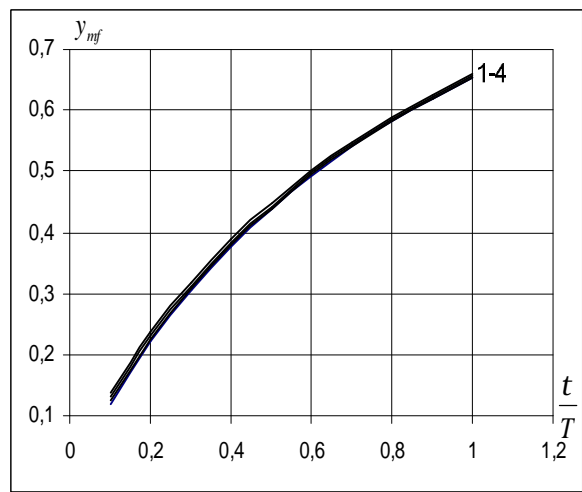


a

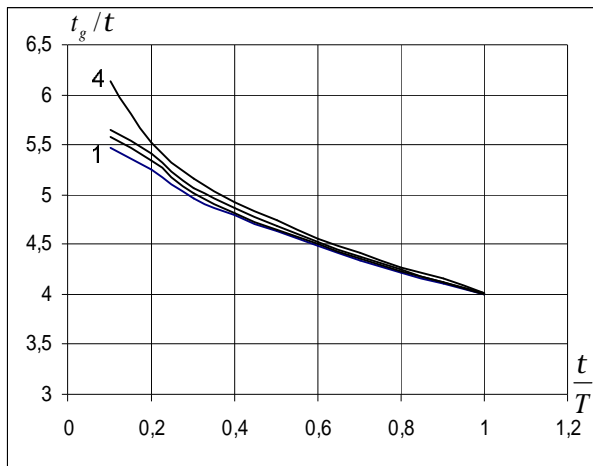
Рис. 3. Запаси стійкості систем з ПДД-регулятором та об'єктом (1); (1 – неперервні системи; 2 – $T_0 = 1.0$ с; 3 – $T_0 = 2.0$ с; 4 – $T_0 = 4.0$ с)



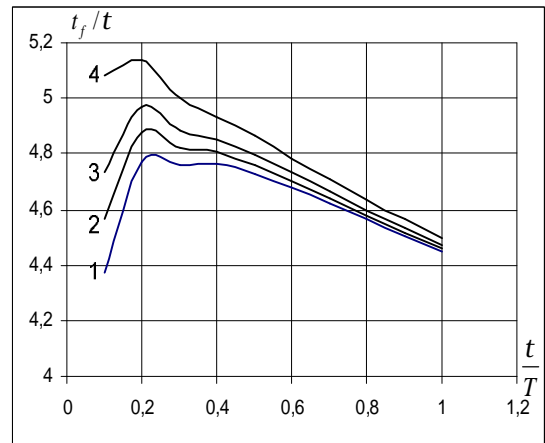
a



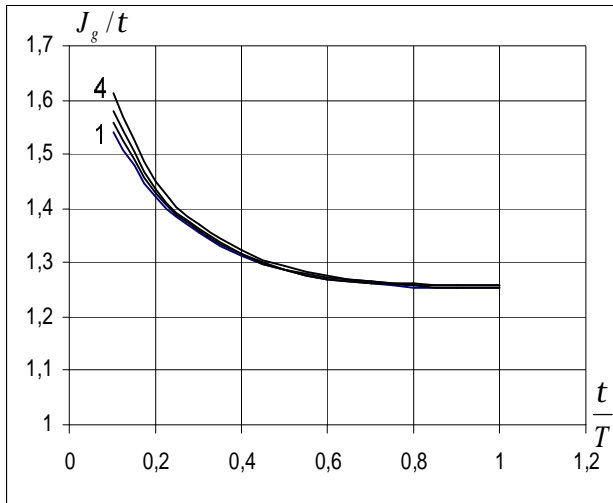
б



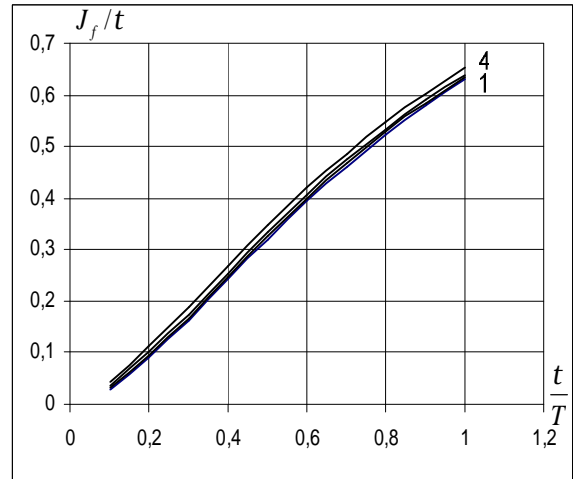
б



з



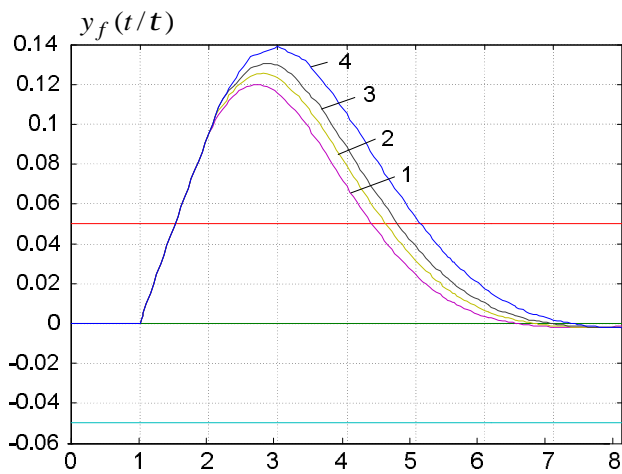
д



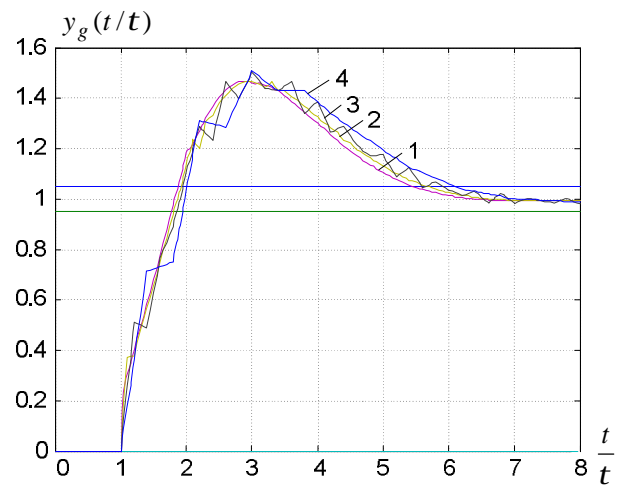
е

Рис. 4. Показники якості перехідних процесів у неперервній та цифровій АСР

з ПІД-регулятором і об'єктом (1); (1 – неперервні системи; 2 – $T_0 = 1.0$ с; 3 – $T_0 = 2.0$ с; 4 – $T_0 = 4.0$ с)



а



б

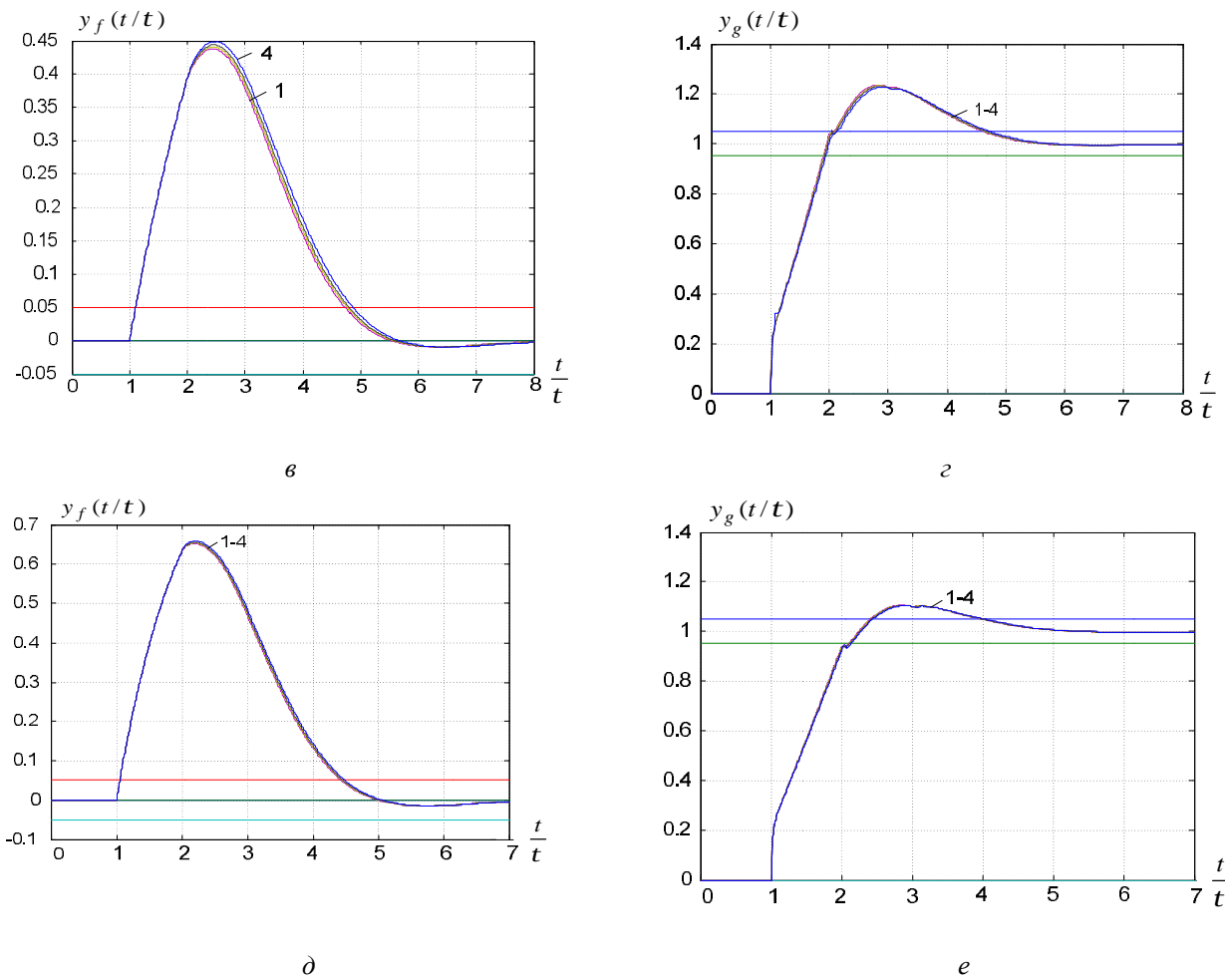


Рис. 5. Перехідні процеси у неперервній та цифрових АСР з ПІД-регулятором і об'єктом (1); (1 – неперервні системи; 2 – $T_0 = 1.0c$; 3 – $T_0 = 2.0c$; 4 – $T_0 = 4.0c$); (а, б) – $t/T = 0.1$; (в, г) – $t/T = 0.5$; (д, е) – $t/T = 1.0$

Таблиця 3

Параметри настроювання неперервного та цифрового ПІД-регулятора і запаси стійкості системи з об'єктом (1); $x = t/T$; $0.1 \leq (t/T) \leq 1.0$; $N = 10$

Параметри настр. (y)	Неперервні системи	Цифрові системи ($T_0 = 2c$)
$K_p K_o$	$y = Ax^b + C$; $A = 0.821$; $b = -1.02$; $C = 0.0869$;	$y = 1/(Ax^2 + Bx + C)$; $A = -0.0911$; $B = 1.2$; $C = 0.011$;
A_m	$y = 1/(A + Bx)$; $A = 0.317$; $B = 0.541$;	$y = 1/(Ax^2 + Bx + C)$; $A = -0.0629$; $B = 0.622$; $C = 0.294$;
T_d/t	$y = 1/(A + Bx)$; $A = 3.74$; $B = 0.832$;	$y = x/(Ax^2 + Bx + C)$; $A = 0.887$; $B = 3.65$; $C = -0.0404$;
A_m	$y = A \exp(-Cx) + B$; $A = -0.893$; $B = 2.9$; $C = 0.721$;	$y = 1/(Ax^2 + Bx + C)$; $A = 0.0411$; $B = -0.132$; $C = 0.497$;
F_m^0	$y = Ax^2 + Bx + C$; $A = -10.5$; $B = 34.2$; $C = 32.0$;	$y = Ax^2 + Bx + C$; $A = -10.6$; $B = 34.2$; $C = 32.1$;
M	$y = Ax^b + C$; $A = -1.25$; $b = 0.274$; $C = 2.32$;	$y = A \exp(-Cx) + B$; $A = 0.841$; $B = 0.937$; $C = 1.83$;

Подібна апроксимація табличних даних була виконана також для показників якості систем.

Цифрові системи за заданого $1c < T_0 \leq 4c$ можуть бути з достатньою точністю розраховані за формулами, наведеними у табл. 3 для $T_0 = 2c$. Розрахунки систем з різними об'єктами за допомогою наведених формул та результати моделювання підтверджують коректність цих аналітичних виразів.

Висновки

1. Запропонована методика придатна для синтезу неперервних та цифрових систем з ПІД-регуляторами і широкого класу об'єктів та діапазону зміни їхніх динамічних характеристик; вона проста у користуванні, забезпечує достатньо високу якість АСР і завдяки поєднанню широких можливостей з мінімальними трудозатратами може бути успішно використана у практиці автоматизації.

2. Від розроблених раніше ця методика вигідно відрізняється тим, що дає змогу користувачу ще на стадії проектування не тільки визначити ПНР, але й оцінити реальні можливості системи щодо забезпечення якості регулювання і на цій підставі прийняти рішення про її відповідність заданим вимогам.

3. Системи з цифровими ПІД-регуляторами при $T_0 \leq 1c$ у всьому прийнятному діапазоні зміни динамічних характеристик об'єкта практично без погіршення якості можуть розраховуватися як неперервні; слабка залежність характеристик систем від T_0 дає змогу вибирати більші його значення, що зменшує обчислювальні затрати і полегшує умови роботи виконавчого механізму та регулювального органу; останнє є особливо важливим тому, що системи з ПІД-регулятором відзначаються великими значеннями регулювальної змінної.

4. Описану методику, як і будь-які інші, з багатьох причин необхідно розглядати лише як орієнтир для встановлення початкових значень ПНР, все інше – компетенція і предмет творчості інженера-налагоджувальника.

1. *Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования / Под ред. А.С.*

Клюева. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 368 с. 2. Давыдов Н.И., Идзон О.М., Симонова О.В. Определение параметров настройки ПИД-регулятора по переходной характеристике объекта регулирования. // Теплоэнергетика. – 1995. – № 10. – С. 17–22. 3. Zhuang M. Atherton D.P.: Automatic tuning of optimum PID controllers; IEE Proc.-D, Vol. 140. – №3. – Pp. 216-224/ – 1993. 4. Ho W. K., Hang Ch., Cao L.S. Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications; Automatica, Vol. 31. – № 3. – P. 497–502. – 1995. 5. Ho W. K., Lim K.W., Xu W.: Optimal Gain and Phase Margin Tuning for PID Controllers; Automatica, Vol. 34. – № 8. – P. 1009–1014. – 1998. 6. Справочник по наладке автоматических устройств контроля и регулирования. Ч. 2. / В.А. Дубровский и др. – К.: Наукова думка, 1981. – 940 с. 7. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с. 8. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. М.: Изд. МЭИ, 2004. 9. Шавров А.В., Солдатов В.В. Многокритериальное управление в условиях статистической неопределённости. – М.: Машиностроение, 1990. – 160 с. 10. Ковела І.М. Параметричний синтез неперервних і цифрових автоматичних систем регулювання з ПІ– та ПІД-регуляторами // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”.– 2002. – № 450. – С. 38–50. 11. Kovala I. Multicriteria Parametric Optimization of Automatic Control Systems with a Digital PID-Algorithms, III Konferencja Naukowo-Techniczna Metody i systemy komputerowe w automatyce i elektronice III MSKAE’99, Czestochowa-Poraj. – 1999. – S. 291–293. 12. Ковела І.М., Рудяк П.В., Іванюк О.О. Оцінка якості одно– та двоконтурних автоматичних систем регулювання // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Автоматика, вимірювання та керування”.– 2005.– № 530.– С. 3–13. 13. Ковела І.М. Обґрунтування оптимальної структури цифрових ПІ–, ПІД– та ПІД-алгоритмів // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”.– Львів, 2001. – № 433. – С. 11–22.