

напруги у несиметричних режимах // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2002. – № 449. – С. 151. 6. *Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.* – К.: Госстандарт Украины, 1999. 7. *Наказ Держстандарту України № 354 від 18.06.1999 року.* 8. *Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.* – М.: Высш. шк., 1962. – 752 с.

УДК 62-83::621.313.3-501.72

Л.Д. Костинюк, В.І. Мороз

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕАП

МАТЕМАТИЧНІ ТА СТРУКТУРНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ, ПОБУДОВАНИХ НА ОСНОВІ ОДНОФАЗНИХ ЗАСТУПНИХ СХЕМ

© Костинюк Л.Д., Мороз В.І., 2008

Розглянуто математичні та структурні моделі асинхронних двигунів, які побудовані на підставі Г- і Т-подібних однофазних заступних схем. Виконано порівняння з моделлю асинхронного двигуна у фазних координатах.

The mathematical and structure models of asynchronous machines based on the Г- and Т-like one-phase equivalent circuits are described in this article. The model was compared with the model based on the Park equations.

Постановка проблеми. Комп'ютерні моделі асинхронних двигунів (АД) дають змогу досліджувати часові процеси з різним рівнем адекватності залежно від складності поставлених задач. Здебільшого є можливість відмовитися від надмірної деталізації, наприклад, у разі використання АД як привідного двигуна механічної системи з великими маховими масами, і отже, істотно підвищити швидкість моделювання. Особливо це актуально в системах реального часу під час розв'язування задач ідентифікації, зокрема з використанням спостерігачів.

Аналіз останніх досліджень. Сучасні методи математичного та цифрового моделювання дають змогу створювати моделі електричних машин змінного струму різного рівня точності – від лінійних неперервних до нелінійних імітаційних. Останні – це доволі складні моделі, які уможливають знаходження миттєвих значень всіх координат трифазної системи статора і ротора. Для створення таких моделей вихідною системою є диференціальні рівняння миттєвих значень трифазних напруг і струмів статора і ротора з подальшим переходом або до результуючих векторів [1], або до системи рівнянь узагальненої двофазної машини [2] з прийнятими допущеннями.

Поряд з такими моделями для досліджень динамічних і статичних режимів як в навчальному процесі, так і в інженерній практиці використовується спрощене лінійне або лінеаризоване моделювання, яке дає змогу створювати нескладні математичні та наочні структурні моделі для побудови статичних та динамічних характеристик [3]. Здебільшого вони створюються на основі однофазних заступних схем, класичним прикладом чого є формула Клоса механічної характеристики асинхронного двигуна та її різновид.

Задачею досліджень є створення та аналіз комп'ютерних моделей асинхронних двигунів, що отримані на підставі однофазних заступних схем.

Г-подібна заступна схема

Як відомо [4], при під'єднанні кола $R-L$ до джерела синусоїдної напруги $U_m \sin(\omega t)$ у колі почне протікати перехідний струм, який складається з вимушеної та вільної складових. Амплітуда вимушеної складової струму

$$I_B = U_m / Z, \text{ де } Z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2},$$

а вільну складову наближено (з деякими допущеннями) можна прийняти

$$I_{ec} = A e^{-(t/\tau)},$$

де $\tau = L/r$, $A = -U_m/Z$.

Тоді амплітуда перехідного струму

$$I_m = \frac{U_m}{Z} (1 - e^{-t/\tau}).$$

На підставі цього однофазну Г-подібну заступну схему змінного струму (рис.1, а) без контуру намагнічування (ланки $x_\mu - r_\mu$ або $L_\mu - z_\mu$) можемо розглядати як еквівалентне коло постійного струму (рис. 1, б), в якому $U = U_{f1}, Z = R, \tau = L/R, L = x/\omega_1$. Це робить можливим доволі просте застосування законів Кірхгофа для кіл постійного струму і створення динамічних та структурних моделей електричних машин змінного струму.

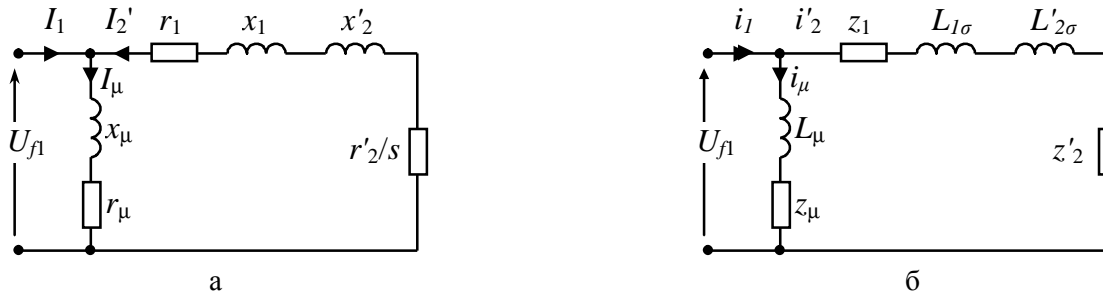


Рис. 1. Заступні Г-подібні схеми фази асинхронного двигуна:
а – змінного струму; б – еквівалентна постійного струму

Значення електромагнітного моменту виразимо через потужність, яка передається із статора в ротор за формулою [3]

$$M_{EM} = \frac{P_{EM}}{\omega_0},$$

де $P_{em} = i_2'^2 r_2' / s$, $\omega_0 = 2\pi f_1 / p_n$ – синхронна частота, $s = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$ – ковзання.

Зведене до статора значення струму ротора i_2' визначаємо з такого диференціального рівняння заступної схеми (рис. 1, б)

$$U_{f1} = (z_1 + z_2') \cdot i_2' + L_\Sigma \cdot p i_2',$$

де $L_\Sigma = L_{1\sigma} + L'_{2\sigma} = (x_1 + x_2') / \omega_1 = x_k / \omega_1$; $\omega_1 = 2\pi f_1$; $z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$; $z_2' = \sqrt{(r_2' / s)^2 + x_2'^2}$, $f_1 = 50$ Гц.

Математичну модель становлять такі рівняння (рис. 1, а, б):

$$\begin{cases} p i_2' = \frac{(U_{1f} - i_2'(z_1 + z_2'))}{L_\Sigma}; \\ M = 3 i_2'^2 r_2' / (\omega_0 - \omega); \\ p \omega = \frac{M - M_c}{J}. \end{cases} \quad (1)$$

Структурна модель за рівняннями (1) зображена на рис. 2.

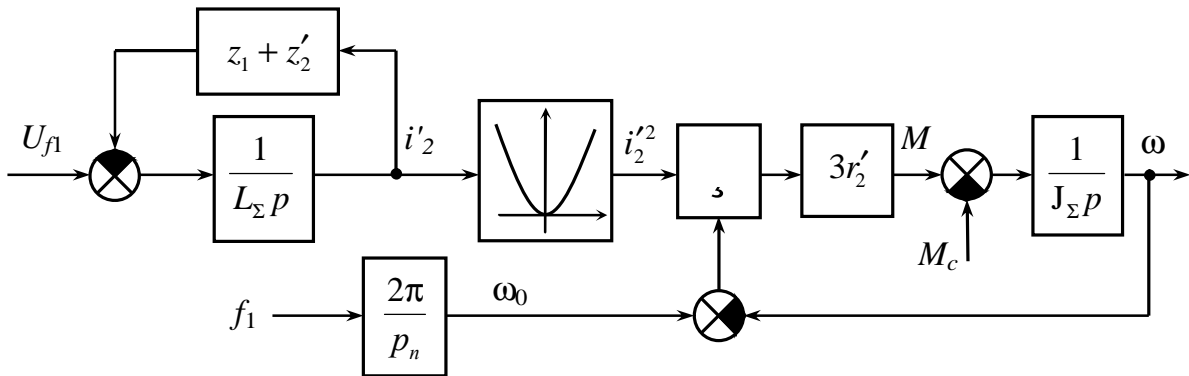


Рис. 2. Структурна модель асинхронного двигуна за Г-подібною заступною схемою

Т-подібна заступна схема

Для створення моделі за Т-подібною заступною схемою (рис. 3, а) замінимо паралельний контур $Z_\mu - Z'_2$ еквівалентним послідовним за правилами перетворення провідностей синусоїдних кіл змінного струму [4]. Параметри $r_e - x_e$ (рис. 3, б) визначаються так.

$$c = z_\mu^2 z_2'^2; \quad a = (r_\mu z_2'^2 + (r_2/s) z_\mu^2) / c; \quad b = (x_\mu z_2'^2 + x_2' z_\mu^2) / c;$$

$$r_e = a / (a^2 + b^2); \quad x_e = b / (a^2 + b^2); \quad z_e = \sqrt{r_e^2 + x_e^2}.$$

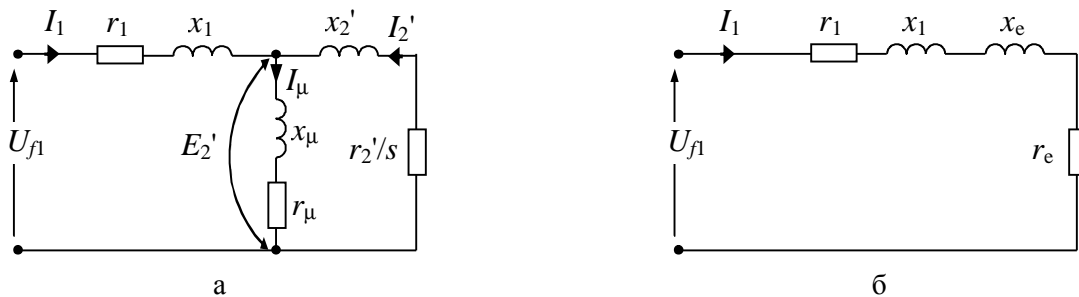


Рис. 3. Заступні Т-подібні схеми фази асинхронного двигуна:
а – змінного струму; б – еквівалентна змінного струму

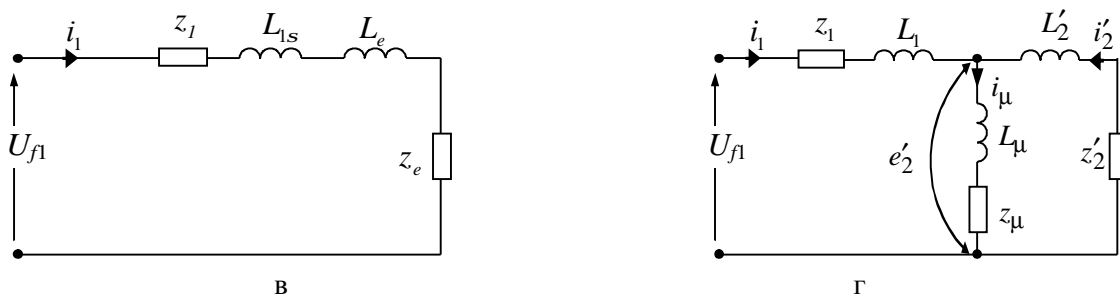


Рис. 3. (Продовження). Заступні Т-подібні схеми фази асинхронного двигуна:
в – еквівалентна постійного струму; г – постійного струму

Математична модель за Т-подібною заступною схемою створена з рівнянь електричної та механічної рівноваги за схемами рис. 3, б, в і г описуватиметься такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} pi_1 = \frac{U_{f1} - i_1 \cdot (z_1 + z_e)}{L_{1\sigma} + L_e}; \\ pi_2' = \frac{U_{f1} - i_1 z_1 - pi_1 L_{1\sigma} - i_2' z_2'}{L_{2\sigma}'}; \\ M = \frac{3i_2'^2 r_2'}{\omega_0 - \omega}; \\ p\omega = \frac{M - M_c}{J_{\Sigma}}. \end{cases} \quad (2)$$

Структурна модель згідно з системою рівнянь (2) зображена на рис. 4.

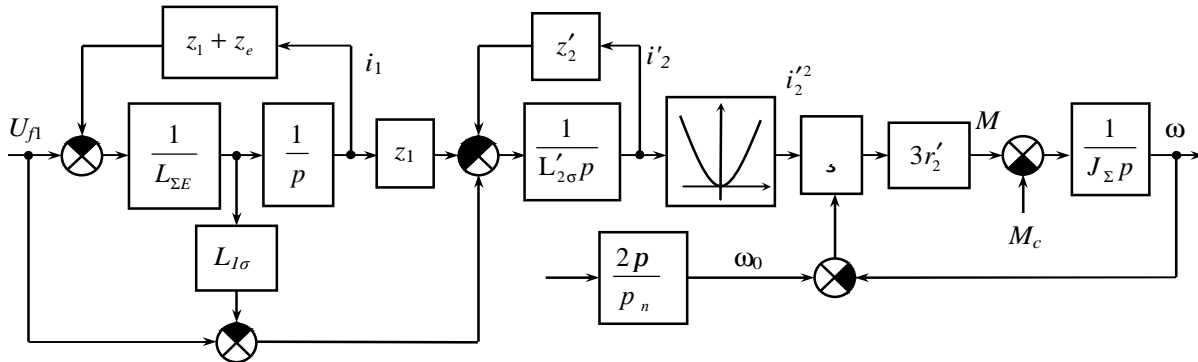


Рис. 4. Структурна модель асинхронного двигуна за T-подібною заступною схемою фази двигуна

На рис. 5 зображені графіки перехідних процесів під час пуску і навантаження номінальним моментом асинхронного двигуна МТВ 412-6 з використанням моделей, які створені на основі однофазних заступних схем (рис. 1–4), і для порівняння – з використанням моделі у фазних координатах без врахування насичення магнітопроводів.

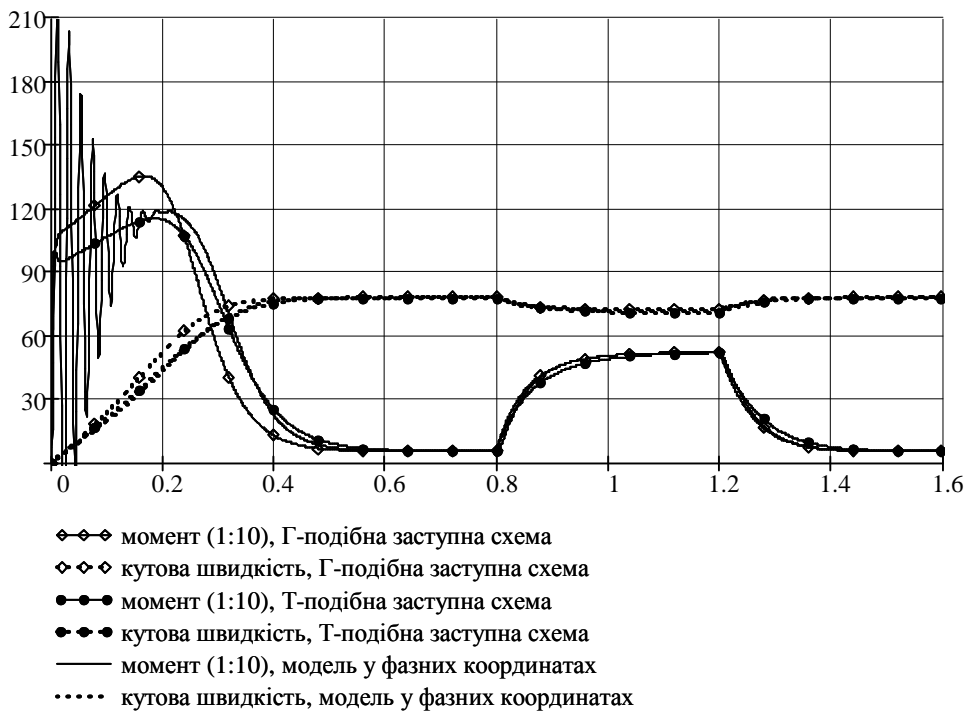


Рис. 5. Перехідні процеси режиму пуску і навантаження асинхронного двигуна, отримані за результатами моделювання у фазних координатах та з використанням однофазних заступних схем

Для розв'язування систем диференціальних та алгебричних рівнянь (1) і (2), що описують моделі на підставі однофазних заступних схем, а також моделі у фазних координатах [3], використано числово-аналітичний підхід, описаний в [5, 6]. Його використання дає змогу розв'язувати звичайне диференціальне рівняння вигляду $Ty' + y = x$ за допомогою відповідного рекурентного рівняння з високою числовою

стійкістю, наприклад, $y_{i+1} = y_i e^{-\frac{h}{T}} + \left(1 - e^{-\frac{h}{2T}}\right) \cdot \left(x_{i+1} + x_i e^{-\frac{h}{2T}}\right)$ [7], що робить можливим створення

ефективних комп'ютерних моделей.

Висновки. 1. Використання однофазних заступних схем дає змогу отримати моделі АД з достатньою для інженерних розрахунків точністю, причому Т-подібна заступна схема дає змогу отримати краще наближення до моделі машини у фазних координатах завдяки можливості врахування параметрів контуру намагнічування.

2. Використання однофазних заступних схем у поєднанні з числово-аналітичними методами робить можливим отримання швидкодіючих комп'ютерних моделей, що придатні для роботи в режимі реального часу.

1. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. *Управление электроприводами: Учеб. пособие для вузов.* – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с. 2. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. *Теория автоматизированного электропривода: Учеб. пособие для вузов.* – М.: Энергия, 1979. – 616 с. 3. Костинюк Л.Д., Мороз В.І., Паранчук Я.С. *Моделювання електроприводів: Навч. посібник.* – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 404 с. 4. Зевеке Р.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. *Основы теории цепей.* – М.: Госэнергоиздат, 1971. – 404 с. 5. Костинюк Л., Мороз В. *Математичні засади об'єктно-орієнтованого моделювання електроприводів // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”.* – 2007. – № 587. – С. 32–37. 6. Мороз В. *Ефективні рекурентні формули для комп'ютерного моделювання електромеханічних систем // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”.* – 2007. – № 597. – С. 3–11. 7. Moroz V. *High-Speed Precise Simulation Using Modified Z-Transform // Proceedings of the XIII International Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET'05.* –Lviv, 4–7 July. 2005. – P. 184–186.