

## МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ КРИВОЛІНІЙНИХ ОБОЛОНОК З ТРУБЧАТОГО ПРОФІЛЮ

© Шеремета Р.М., Бабич А.В., 2008

**Розроблено математичне забезпечення формоутворення криволінійних оболонок з трубчатого профілю. Вирази подані у циліндричній системі координат, що спрощує забезпечення автоматизованого керування технологічним процесом виготовлення криволінійних оболонкових поверхонь.**

**The mathematical providing process of form create of curvilinear shells is developed from a tube materials type. Expressions are given in the cylinder system of coordinates of, which simplifies the process of providing the automated management the technological process of making curvilinear covering surfaces.**

**Постановка проблеми.** На сучасних виробництвах освоєно виготовлення принципово нових полімерних конструкцій зі стільниковою стінкою, що мають циліндричну, сферичну, конічну і плоску форми. Конструкційним матеріалом для формування стінки використовуються поліетиленові труби діаметром 20–110 мм. Циліндрична, сферична, конічна чи плоска форми виробів отримуються намотуванням таких труб на спеціальних пристроях з одночасним безперервним екструзійним зварюванням їх як з внутрішньої, так і з зовнішньої поверхонь. Отже, отримуються одно-, дво- або тришарові труби, стінки та днища для будівництва оболонок різноманітного призначення. На рис. 1 показані деякі конструкції, виготовлені за такою технологією.



Рис. 1. Оболонкові конструкції виготовлені з поліетиленового трубчатого профілю

Освоєння такого виду продукції вимагає розроблення як математичної моделі, так і алгоритму керування технологічним процесом формоутворення криволінійних поверхонь оболонок з трубчатого профілю.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Конусоподібні вироби переважно виконують секторним вирізанням та зварюванням з попередньо виготовленої циліндричної заготовки [2]. Виготовлення оболонок комбінованого перерізу, наприклад диск-циліндр-конус-циліндр, циліндр-сфера-циліндр та інших, здійснюється послідовним зварюванням між собою окремих елементів, таких, як диск, циліндр, конус та сфера [3]. Така технологія є довготривалою, ненадійною та економічно недоцільною. Необхідно розробити технологічний процес, що дає можливість формувати оболонки комбінованого перерізу в неперервному режимі.

**Формулювання цілі статті.** Пропонується розробка математичної моделі різноманітних оболонкових елементів, виконаних з трубчатого профілю для програмного забезпечення системи автоматизованого керування технологічним процесом неперервного формування осесиметричних стільникових конструкцій комбінованого перерізу.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо окремо моделі плоскої спіралі, циліндра, конуса та сфери, виконаних з трубчатого профілю.

Плоска спіраль (рис. 2), сформована трубчатим профілем, описується координатними рівняннями (1).

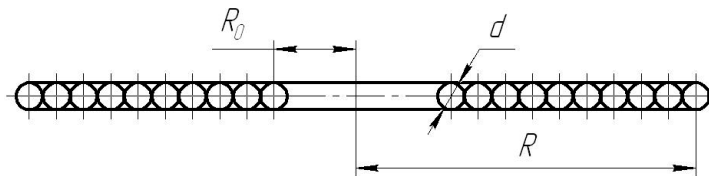


Рис. 2. Схема плоскої спіралі

$$\begin{cases} x = \left[ R_0 + d \frac{t}{2\pi} + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \cos(t), \\ y = \left[ R_0 + d \frac{t}{2\pi} + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \sin(t), \\ z = \frac{d}{2} \sin(s), \end{cases} \quad (1)$$

де  $R_0$  – внутрішній радіус спіралі (по осі трубчатого профілю), з якого вона починає формуватися;  $d$  – зовнішній діаметр трубчатого профілю;  $s$  – параметр, що описує твірну трубчатого профілю,  $s = 0 \dots 2\pi$ ;  $t$  – параметр, що описує витки трубчатого профілю в спіралі,  $t = 0 \dots n \cdot 2\pi$ , де  $n$  – число витків спіралі.

Якщо задано зовнішній радіус  $R$  плоскої спіралі, то  $n = \frac{R - R_0}{d}$ , тоді  $t = 0 \dots 2\pi \cdot \left( \frac{R - R_0}{d} \right)$ .

На рис. 3 показано графічну модель плоскої спіралі, сформованої трубчатим профілем, побудовану в програмному продукті Maple [1] при вхідних даних  $R_0 = 60$ ,  $R = 260$ ,  $d = 20$ , відповідно  $n = 10$ .

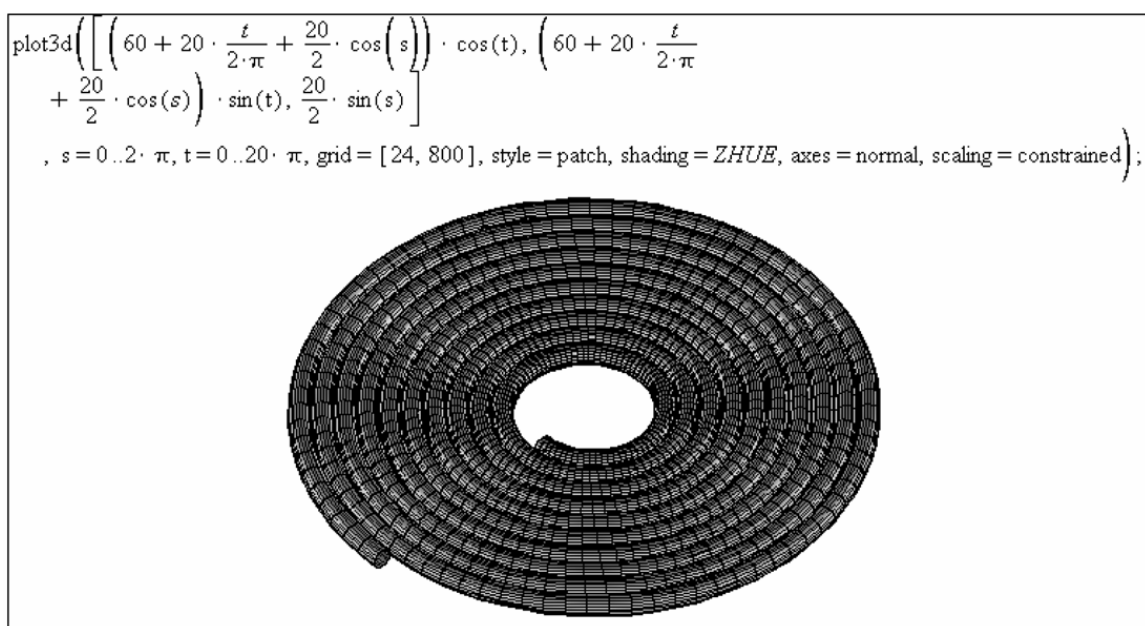


Рис. 3. Графічна модель плоскої спіралі

Циліндр (рис. 4), сформований трубчатим профілем, описується системою координатних рівнянь (2).

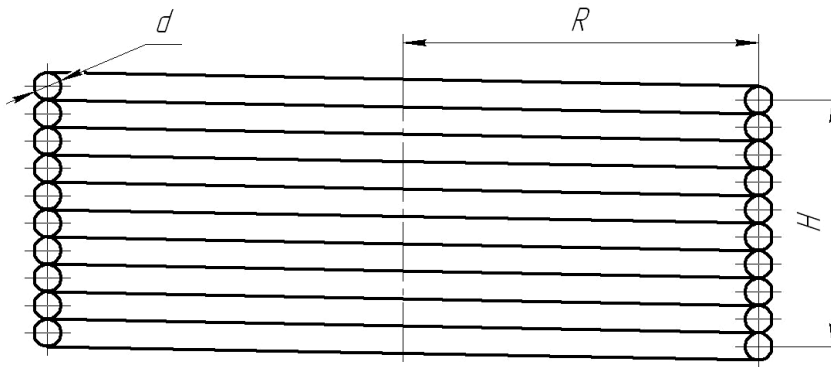


Рис. 4. Схема циліндра сформованого трубчатим профілем

$$\begin{cases} x = \left[ R + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \cos(t), \\ y = \left[ R + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \sin(t), \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - d \frac{t}{2\pi}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $R$  – радіус циліндра по осі трубчатого профілю;  $d$  – зовнішній діаметр трубчатого профілю;  $s$  – параметр, що описує твірну трубчатого профілю,  $s = 0 \dots 2\pi$ ;  $t$  – параметр, що описує витки трубчатого профілю в твірній циліндра,  $t = 0 \dots n \cdot 2\pi$ , де  $n$  – кількість витків трубчатого профілю в циліндрі.

Якщо задано висоту циліндра  $H$ , то  $n = \frac{H}{\frac{d}{2}}$ , тоді  $t = 0 \dots 2\pi \cdot \frac{H}{\frac{d}{2}}$ .

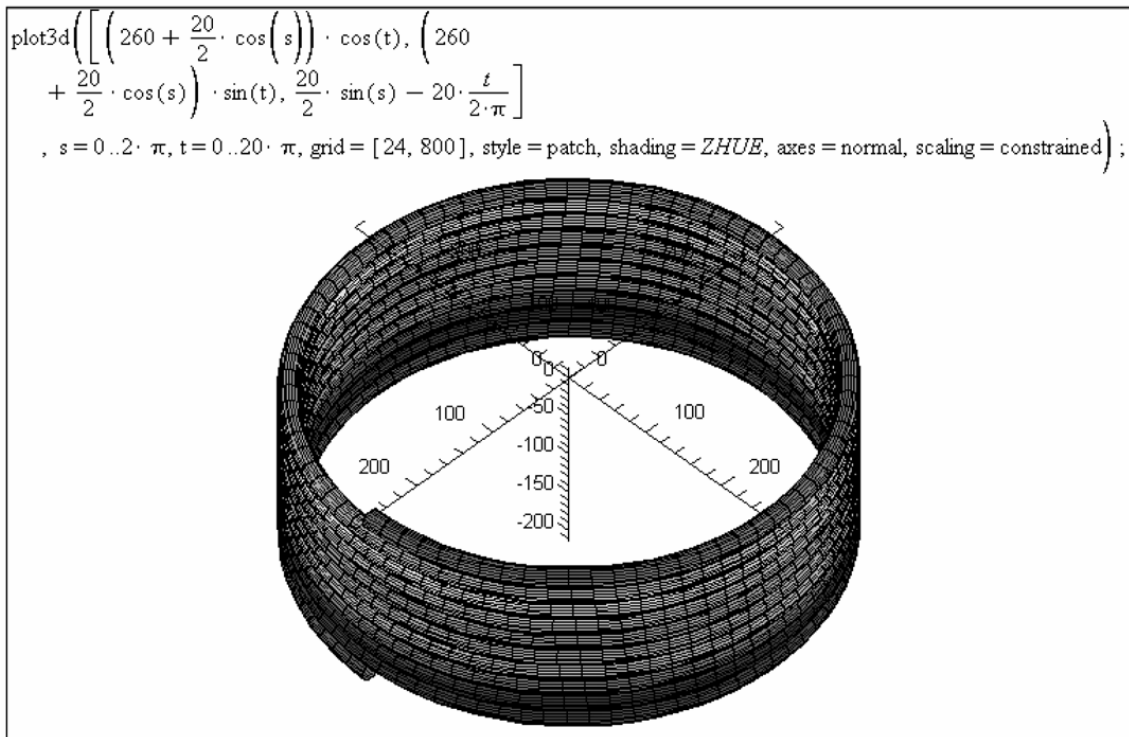


Рис. 5. Графічна модель циліндра, сформованого трубчатим профілем

На рис. 5 показано графічну модель циліндра, сформованого трубчатим профілем, побудовану в програмному продукті Maple за вхідних даних  $R = R_0 = 260, H = 200, d = 20$ , відповідно  $n = 10$ .

Конус (рис. 6), сформований трубчатим профілем, описується системою координатних рівнянь (3).

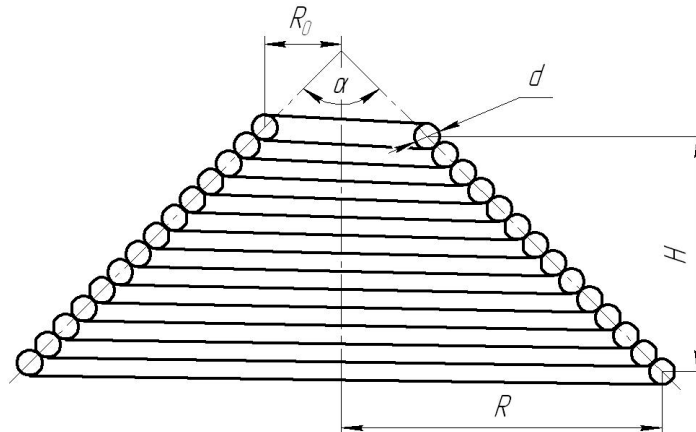


Рис. 6. Схема конуса, сформованого трубчатим профілем

$$\begin{cases} x = \left[ R_0 + d \frac{t}{2\pi} \sin \frac{\alpha}{2} + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \cos(t), \\ y = \left[ R_0 + d \frac{t}{2\pi} \sin \frac{\alpha}{2} + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \sin(t), \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - d \frac{t}{2\pi} \cos \frac{\alpha}{2}, \end{cases} \quad (3)$$

де  $R_0$  – радіус верхньої основи конуса (по осі трубчатого профілю), з якої він починає формуватися;  $d$  – зовнішній діаметр трубчатого профілю;  $s$  – параметр, що описує твірну трубчатого профілю,  $s = 0 \dots 2\pi$ ;  $t$  – параметр, що описує витки трубчатого профілю в конусі,  $t = 0 \dots n \cdot 2\pi$ , де  $n$  – кількість витків трубчатого профілю в конусі.

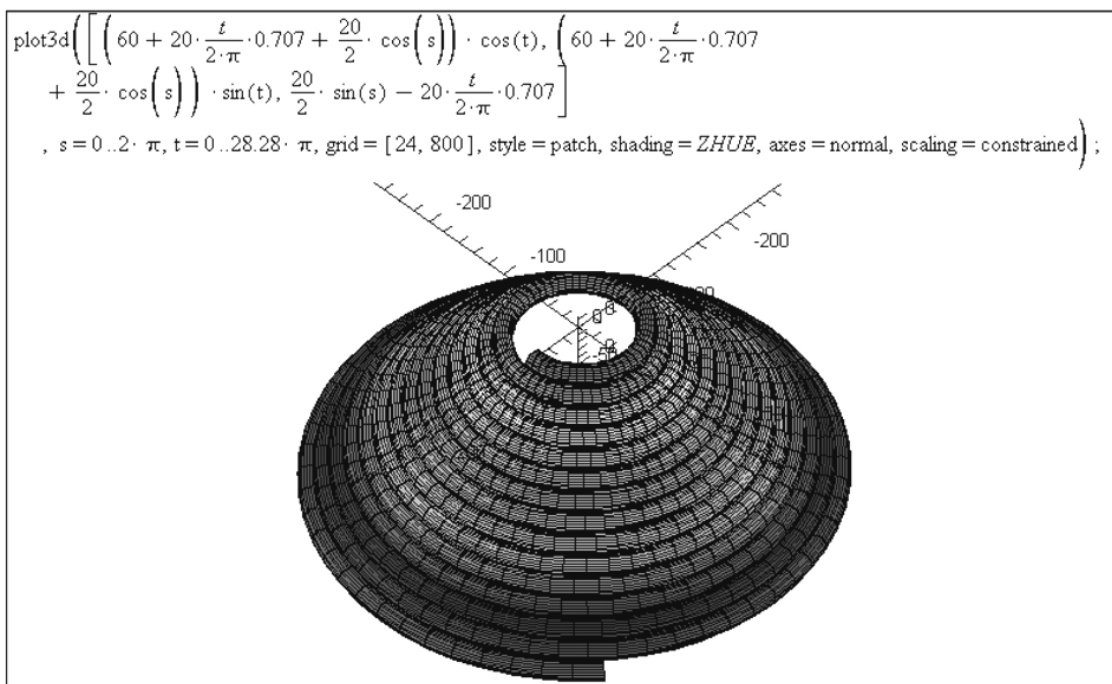


Рис. 7. Графічна модель конуса, сформованого трубчатим профілем

Якщо задано радіус нижньої основи конуса  $R$ , то  $n = \frac{R - R_0}{d \sin \frac{\alpha}{2}}$ , тоді  $t = 0 \dots 2\pi \cdot \frac{R - R_0}{d \sin \frac{\alpha}{2}}$ .

Висота такого конуса визначається за виразом

$$H = (R - R_0) \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

На рис. 7 показано графічну модель конуса, сформованого трубчатим профілем, побудовану в програмному продукті Maple за вхідних даних  $R_0 = 60$ ,  $R = 260$ ,  $d = 20$ , відповідно  $n = 14,14$ ;  $H = 200$ .

Сферичну поверхню, в загальному випадку, можна розглядати як чверть тора (рис. 8).

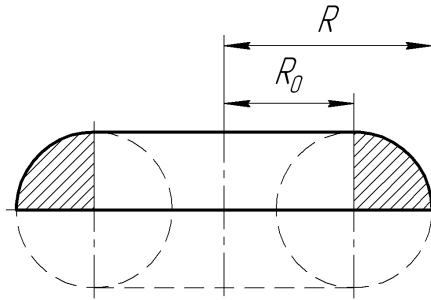


Рис. 8. Сферична оболонка, як чверть тору

Сферична поверхня (рис. 9), сформована трубчатим профілем, описується координатними рівняннями (4).

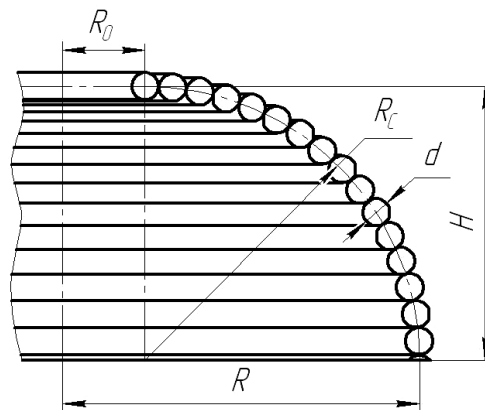


Рис. 9. Схема сфери, сформованої трубчатим профілем

$$\begin{cases} x = \left[ R_0 + (R - R_0) \cdot \cos\left(\frac{d}{R - R_0} \cdot \frac{t}{2\pi}\right) + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \cos(t), \\ y = \left[ R_0 + (R - R_0) \cdot \cos\left(\frac{d}{R - R_0} \cdot \frac{t}{2\pi}\right) + \frac{d}{2} \cos(s) \right] \cdot \sin(t), \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - (R - R_0) \cdot \left[ 1 + \sin\left(\frac{d}{R - R_0} \cdot \frac{t}{2\pi}\right) \right], \end{cases} \quad (4)$$

де  $R_0$  – радіус верхньої основи чверті тора (по осі трубчатого профілю), з якої він починає формуватися;  $R$  – радіус нижньої основи чверті тора (по осі трубчатого профілю);  $d$  – зовнішній діаметр трубчатого профілю;  $s$  – параметр, що описує твірну трубчатого профілю,  $s = 0 \dots 2\pi$ ;  $t$  – параметр, що описує витки трубчатого профілю в чверті тора,  $t = 0 \dots n \cdot 2\pi$ , де  $n$  – кількість витків трубчатого профілю.

Кількість витків  $n$  трубчатого профілю в чверті тора визначається за формулою:  
 $n = \frac{R_0 - R}{d} \cdot \frac{\pi}{2}$ , тоді  $t = 0 \dots \pi^2 \cdot \left(\frac{R_0 - R}{d}\right)$ .

Радіус сферичної поверхні  $R_C$  визначається за формулою:  $R_C = R - R_0$ .

Висота  $H$  такої сферичної поверхні визначається за формулою:  $H = R_C = R - R_0$ .

На рис. 10 показано графічну модель сферичної поверхні, сформованої з трубчатого профілю, побудовану в програмному продукті Maple при вхідних даних  $R_0 = 60$ ,  $R = 260$ ,  $d = 20$ , відповідно  $n = 15,7$ ;  $H = 200$ .

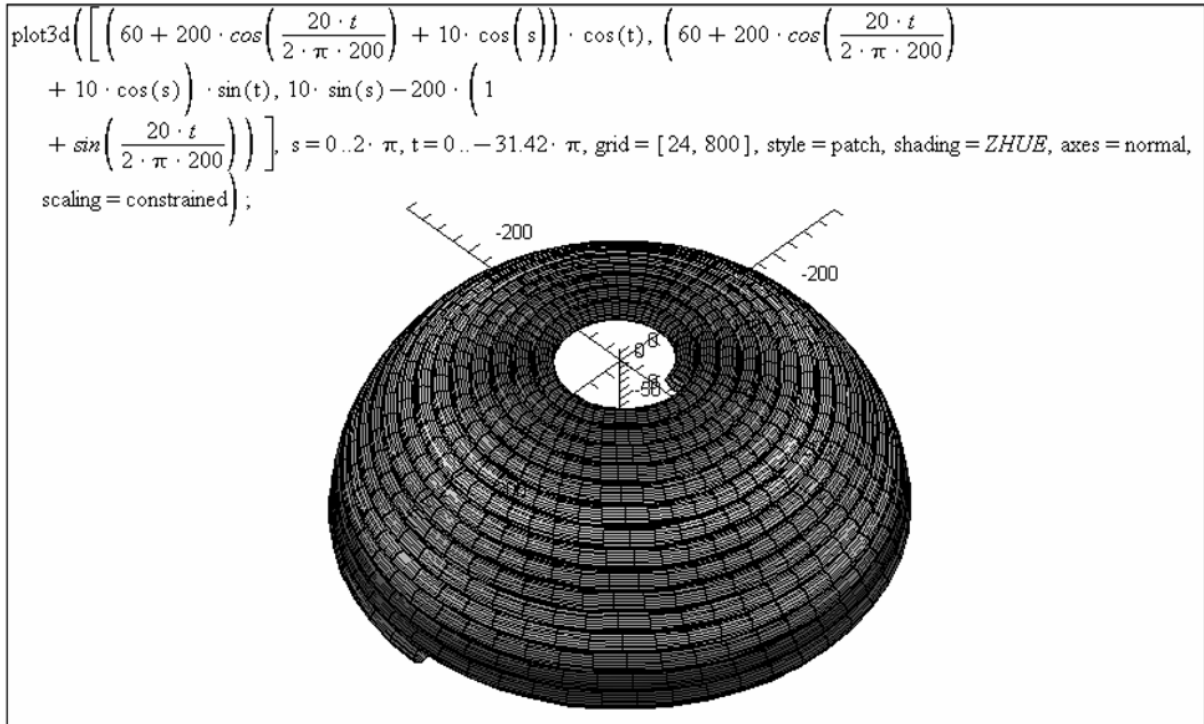


Рис. 10. Графічна модель сферичної поверхні, сформованої трубчатим профілем

Рівняння форм плоскої спіралі (1), циліндра (2), конуса (3) та сфери (4) записані у декартових координатах. Зважаючи на те, що технологічний процес виготовлення цих поверхонь полягає в обертанні оправки навколо центральної осі та в радіальному переміщенні формоутворюючих робочих органів, то ці рівняння доцільно записати у циліндричних координатах.

Рівняння плоскої спіралі у циліндричних координатах:

$$\begin{cases} \rho = R_0 + d \frac{t}{2\pi} + \frac{d}{2} \cos(s), \\ \varphi = t, \\ z = \frac{d}{2} \sin(s). \end{cases} \quad (5)$$

Рівняння циліндра у циліндричних координатах:

$$\begin{cases} \rho = R + \frac{d}{2} \cos(s), \\ \varphi = t, \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - d \frac{t}{2\pi}. \end{cases} \quad (6)$$

Рівняння конуса у циліндричних координатах:

$$\begin{cases} \rho = R_0 + d \frac{t}{2\pi} \sin \frac{\alpha}{2} + \frac{d}{2} \cos(s), \\ \varphi = t, \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - d \frac{t}{2\pi} \cos \frac{\alpha}{2}. \end{cases} \quad (7)$$

Рівняння сфери у циліндричних координатах:

$$\begin{cases} \rho = R_0 + (R - R_0) \cdot \cos\left(\frac{d}{R - R_0} \cdot \frac{t}{2\pi}\right) + \frac{d}{2} \cos(s), \\ \varphi = t, \\ z = \frac{d}{2} \sin(s) - (R - R_0) \cdot \left[1 - \sin\left(\frac{d}{R - R_0} \cdot \frac{t}{2\pi}\right)\right]. \end{cases} \quad (8)$$

Рівняння (5)–(8) можна використати для послідовного розрахунку положення формуютьчих робочих органів залежно від заданої конфігурації виробу. Приклад такого групування рівнянь показано на рис. 11.

Форми виробів за необхідністю можуть бути складнішими.

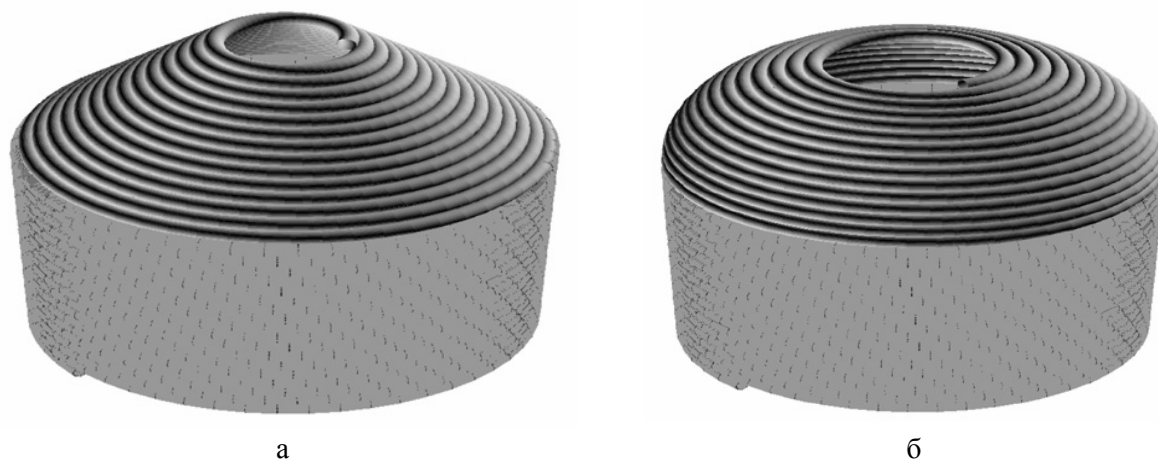


Рис. 11. Групування рівнянь для забезпечення необхідної форми виробу:

а – перехід конуса у циліндр, рівняння (7) і (6); б – перехід півсфери у циліндр, рівняння (8) і (6)

**Висновки.** Пропонована методика розрахунку позиціонування формуютьчих робочих органів технологічного обладнання навивання криволінійних оболонок з трубчатого профілю дозволяє спростити програмування систем автоматизованого керування технологічним процесом, а також передбачає візуалізацію форми проектованої оболонки за допомогою побудови 3-D графіків у математичних програмних продуктах.

1. Дьяконов В. Maple 7: учебный курс. – СПб.: Питер, 2002. – 672 с. 2. <http://www.energoresurs.com/index.php?id=52>. 3. [http://www.newchemistry.ru/printletter.php?n\\_id=555](http://www.newchemistry.ru/printletter.php?n_id=555).