УДК 681.325

І.І. Лагун, А.Й. Наконечний
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра комп’ютеризованих систем автоматики

ОСНОВНІ ПІДХОДИ ДО ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО МАЛОХВИЛЬОВОГО БАЗИСУ

Описано основні методи вибору оптимального малохвильового базису під час аналізу та обробки нестаціонарних сигналів. Розглянуто алгоритми послідовного когерентного трешолдингу, нелінійної порогової фільтрації сигналів та алгоритм побудови адаптивного вейвлетного базису (одиничного (частотного) дерева). Основним критерієм вибору оптимального базису вибрано досягнення мінімальної функції вартості, яка має вигляд ентропії розподілу квадратів модулів малохвильових коефіцієнтів.

The basic methods of optimum wavelet basis selection for analysis and treatment of non-stationary signals are described in the article. The algorithms of successive coherent thresholding, non-linear threshold signals filtration and algorithm of single (frequency) tree are considered. The minimization of cost function is chosen as a basic criterion of optimum basis selection. The entropy of distribution of squares of modulus of wavelet coefficients is chosen as information cost function.

Вступ. Нині малохвильове (вейвлет) перетворення стало необхідним математичним інструментом у багатьох дослідженнях. Його успішно застосовують в цифровому зв'язку та обробленні зображень, в квантовій фізиці, в лазерній техніці, у медицині та гідроакустиці, для очищення зашумлених сигналів, виконують аналіз, що пов'язаний з діагностикою та економічними прогнозами. Основна сфера застосування малохвильових перетворень — аналіз та обробка нестаціонарних у часі сигналів, коли результати аналізу повинні містити не тільки загальну частотну характеристику сигналу (розподіл енергії сигналу за частотними складовими), але й інформацію про певні локальні координати, в яких себе проявляють ті або інші групи частотних складових або в яких відбуваються швидкі зміни частотних складових сигналу. Вибір конкретної малохвильової функції залежить безпосередньо від виду сигналу, що аналізується. Різні функції можна аналізувати тим або іншим способом, однак критерієм успіху переважно є простота розкладання та точність апроксимації перетворюваного сигналу. З метою пошуку оптимальних малохвильових базисів в техніці обробки сигналів були розроблені підходи, в основі яких лежать певні енергетичні й ентропійні критерії.

Вибір аналізуючої базової малохвильової функції багато в чому визначається тим, яку інформацію необхідно отримати про сигнал і з якою точністю та швидкістю його необхідно апроксимувати. З урахуванням характерних особливостей різних базисних малохвильових функцій в часовому і в частотному просторі можна виявляти в аналізованих сигналах ті або інші властивості і особливості, які неможливо виявити в окремих областях подання сигналів, особливо за наявності високих рівнів завад. Завдання відтворення сигналу може і не ставитися, що розширює сім’ю використовуваних регулярних і симетричних малохвильових функцій.

Процедура вибору базової малохвильової функції нині ще мало формалізована, тому все виконується "вручну" залежно від конкретної ситуації.

Аналіз основних підходів до вибору базової функції. Вибір базової малохвильової функції визначається такими основними чинниками:

– напрямом перетворення (аналіз, синтез);

– типом сигналу (дійсний, комплексний, векторний);

– особливостями структури сигналу (апріорна модель/гіпотеза);

– наявністю шуму та його характером зміни;

– способом змішування шуму і сигналу (адитивний, мультиплікативний, частотна модуляція, фазова модуляція);

– характером зміни сигналу (швидкоплинний, повільний);

– точністю апроксимації сигналу у малохвильовій області;

– швидкістю подання сигналу у малохвильовій області.

Очевидно, що чим точніше необхідно апроксимувати сигнал у ході перетворення, тим складніше конструювання базису.

В загальному випадку для дослідження структури сигналу можна використовувати три підходи до вибору базових малохвильових функцій:

– вибирають довільну малохвильову функцію і за шкалограмою або іншими характеристиками аналізують структуру сигналу на всіх масштабах; на основі цієї структури здійснюють пошук схожих сигналів;

– виконують побудову малохвильової функції, яка відповідає сигналу, далі операції виконують на основі першого пункту;

– вибирають декілька малохвильових функцій; кожна з них повинна "відповідати" сигналу за часовими масштабами, еквівалентними певній частоті; з отриманих шкалограм або з інших використаних характеристик для кожної малохвильової функції вирізають необхідні часові масштаби і подають на фільтр-класифікатор.

Базис малохвильових функцій може розширюватися з урахуванням девіацій сигналів і завад. Однак необхідно врахувати, що завади неоднаково спотворюють різні часові масштаби при їх аналізі різними малохвильовими функціями.

З огляду на це завади доцільно розділити на три групи:

– імпульсні завади — задається момент появи, інтенсивність та ймовірність появи;

– гармонійні завади — задається момент появи, тривалість, частотна характеристика, інтенсивність та ймовірність появи;

– стохастичні (кольорові і/або чорно-білі) — задається момент появи, тривалість, частотна характеристика, дисперсія, ймовірність появи і, звичайно ж, в ідеалі – густина ймовірності.

Крім того, необхідно розділити завади на внутрішні та зовнішні.

Для аналізу особливо складних сигналів ефективно застосовувати комбінацію малохвильових функцій, тобто аналізувати сигнал різними материнськими малохвильовими функціями, які краще виділяють необхідні властивості сигналу на визначених часових масшатабах, і надалі досліджувати одержані результати для цього набору малохвильових функцій.

Оптимальний вибір малохвильового базису. При виборі оптимального малохвильового базису найчастіше використовується критерій досягнення мінімуму ентропії розподілу квадратів модулів малохвильових коефіцієнтів [6]:

$$E(x) = -\sum_{\beta=1}^{m} \sum_{j=1}^{2^{(m-\beta)}} x_j^{(\beta)} \cdot \ln(x_j^{(\beta)}) \to \min, \quad x_j^{(\beta)} = \frac{\left|c_j^{(\beta)}\right|^2}{\left\|c_j^{(\beta)}\right\|^2}, \qquad (1),$$

де c_j^{β} — коефіцієнти дискретного розкладу сигналу; β — рівень детальності розкладу.

Згідно з цим методом для аналізованого сигналу підбирають такий базис, в якому розподіл значень квадратів його малохвильових коефіцієнтів максимально відрізняється від рівномірного. Завдяки цьому максимум інформації зосереджується в мінімальній кількості коефіцієнтів розкладу.

Інший підхід до вибору оптимального базису полягає в тому, що в ньому реалізується ітераційна процедура, яка багаторазово використовує наведений критерій. Цей метод відомий ще як метод послідовного когерентного трешолдингу [2]. Алгоритм, що реалізує цей метод, містить таку послідовність операцій.

1. Визначення порядку малохвильової функції за критерієм (1) для сигналу x(t): E(x) →min.

2. Сортування малохвильових коефіцієнтів сигналу для базису, визначеного в пункті 1, у послідовності зменшення їхніх абсолютних величин. Відсортовані коефіцієнти позначаються через $d_j = 0,1..., (N\text{-}1)$. У відсортованій послідовності коефіцієнт d_0 є максимальним за модулем.

3. Визначення мінімального цілого числа M=0,1..., (N-1) з умови виконання нерівності [6]:

$$\frac{|d_M|^2}{\sum_{j=M+1}^{N-1}|d_j|^2} \le \frac{2 \cdot \ln(N-M)}{(N-M)} \qquad (2),$$

де N — кількість відліків d ($N \le 2^m$) , M — мінімальне ціле число.

4. Якщо умова (2) виконується відразу, для значення M = 0, то вважається, що оптимальний порядок знайдений.

5. Якщо для M = 0,1..., (N-1) умова (2) не виконується, то присвоюється значення оптимального порядку малохвильової функції, знайденого в пункті 2 з умови мінімуму ентропії відразу після початку ітерації.

6. Обнулення всіх коефіцієнтів $c_j^{(\beta)}$, для яких $c_j^{(\beta)} \ge |d_M|$; виконується зворотне малохвильове перетворення з коефіцієнтами, що залишилися, зберігається отриманий остаточний сигнал і здійснюється перехід до пункту 1.

Суть методу послідовного когерентного трешолдингу полягає у такому. Вважається, що сигнал складається з «корисного сигналу», варіації якого відображені у значеннях малохвильових коефіцієнтів, достатньо великих за модулем, та із «шуму», якому відповідають усі інші коефіцієнти. Далі вибирається поріг значень модулів коефіцієнтів, вище від якого вони відповідатимуть «корисному сигналу», а нижче — шуму. Такий поріг визначається з нерівності (2). Шумоутворюючими вважаються достатньо малі за модулем коефіцієнти, максимальні абсолютні значення яких лежать в асимптотичних межах для білого шуму. Вибравши базис з умови мінімуму ентропії (пункт 1), виділяють «шумовий сигнал» з вихідного сигналу відносно вибраного базису (пункт 6), пункти 1-6 повторюються доти, доки остаточний сигнал не буде «шумом» навіть відносно вибраного оптимального базису (пункт 4). Останній визначений базис буде оптимальним, оскільки він має можливість виділити інформацію в остаточному «збіднілому» сигналі.

Після визначення для цього сигналу оптимального малохвильового базису може бути знайдена частина мінімальних за модулем малохвильових коефіцієнтів, яка надалі може бути відкинута при зворотному перетворенні, оскільки вона відповідає шуму. Вважають, що шум зосереджений переважно на першому, найбільш високочастотному рівні деталізації, за винятком невеликої кількості точок, в яких сконцентровані високочастотні особливості поведінки корисного сигналу та яким відповідають більші значення коефіцієнтів першого рівня. Через ортогональність малохвильового перетворення дисперсія малохвильових коефіцієнтів дорівнює дисперсії вихідного сигналу. При цьому необхідно оцінити стандартне відхилення шуму σ для малохвильових коефіцієнтів на першому рівні деталізації.

У такому випадку використовується робастна медіанна оцінка стандартного відхилення для нормальної випадкової величини [5]:

$$\sigma = \mathrm{med}\left\{\left|x_j^{(1)}\right|, j = 1, \cdots N/2\right\} / 0.6745 \qquad (3)$$

На основі оцінки σ визначається поріг значень модуля малохвильових коефіцієнтів T, нижче від якого їх можна обнулити, оскільки вони є носіями шумових варіацій. Поріг обчислюють так [5]:

$$T = \sigma\sqrt{2 \cdot \ln N} \qquad (4)$$

Одночасно може визначатися відношення кількості коефіцієнтів n для яких виконується умова $\left|c_j^{(\beta)}\right| \le \sigma\sqrt{2 \cdot \ln N}$, до їхньої загальної кількості N.

$$\alpha = \frac{n}{N} \quad , \; 0 < \alpha < 1 \qquad (5).$$

Такий показник може використовуватися як критерій для розв'язання задач класифікації малохвильових базисів.

Поширенішою є операція нелінійної порогової фільтрації сигналу, яка виконується за таким алгоритмом [1]:

– для вибраного ортогонального малохвильового базису здійснюється пряме дискретне малохвильове перетворення;

– малохвильові коефіцієнти відсортовуються, не розрізняючи рівня деталізації, у послідовності зростання їхніх абсолютних значень;

– задана частина (кількісне порогування) α коефіцієнтів, мінімальних за модулем, прирівнюється до нуля;

– здійснюється зворотне дискретне малохвильове перетворення;

– результатом буде деякий сигнал, який збереже тільки найбільш значущі варіації вихідного сигналу, відібрані не за частотним принципом, а згідно з критерієм найбільших значень малохвильових коефіцієнтів.

Проаналізовані вище методи підходять для більшості, але не для всіх реальних сигналів.

При аналізі сигналів різного походження можлива ситуація, коли в часовому ряді є локалізовані випадкові особливості, а саме імпульс, різкий стрибок, збій фази коливань тощо. Такі сигнали кваліфікуються як сигнали з певними особливостями. Найчастіше такі особливості виникають при експериментальному визначенні різних величин, проте ці особливості можуть мати і динамічне походження. Для малохвильового аналізу таких сигналів доцільно використовувати метод побудови адаптованого малохвильового базису [4].

Побудова адаптивного малохвильового базису. Згідно з цим методом будується «повне» або «збалансоване» дерево (рис. 1). Далі на основі введеної функції вартості визначається найкращий шлях по цьому дереву (рис. 2). Якщо початковий блок базисних малохвильових функцій був ортогональним, то і схема, відповідна будь-якій конфігурації дерева, буде ортогональною, оскільки вона є каскадним з'єднанням ортогональних блоків.

Отримується базис, адаптований до сигналу. Така адаптація не вимагає знання статистичних властивостей сигналу. Адаптивність досягається за рахунок збільшення обчислювальних затрат. Цей метод дослідили та описали Р. Койфман та М. Вікергойзер [3]. Койфман і Вікергойзер описують розширене малохвильове перетворення, яке розкладає малохвильові базиси Wj, подібно, як і низькочастотні базиси Vj. Функцією вартості слугує ентропія. Ця функція має велике значення, якщо коефіцієнти приблизно однієї величини і мале значення, якщо всі, окрім кількох коефіцієнтів, близькі до нуля. Отже, будь-яке усереднення приводить до збільшення ентропії. Функція вартості повинна бути адитивною. Це означає, що [4]

$$\begin{gathered} E(0)=0; \\ E(\{x_i\})=\sum_i E(x_i). \end{gathered} \qquad (6)$$

Під ентропією у цьому випадку розуміють величину, яка обчислюється згідно з виразом (1).

Бібліотека малохвильових пакетів організовується у вигляді підмножини бінарного дерева (рис.1). Якщо б всі базиси, відображені в цьому дереві, були використані, то таке подання було б надлишковим. Кожен рівень розкладу j охоплює 2^{J-j} базисів, індексованих як p, де $0 \ge p \ge 2^{J-j} - 1$.

Нехай загальне дерево базисів пакета створене з вузлів, які визначені в просторах P_j^p.

$$P_j^p = \begin{cases} V_j^p & \text{для парних p} \\ W_j^p & \text{для непарних p} \end{cases} \qquad (7)$$

Будь-який вузол цього дерева позначається індексами (j, p), де $j - J \geq 0$ — це глибина вузла на дереві, p — кількість вузлів, розміщених ліворуч на тій самій глибині.

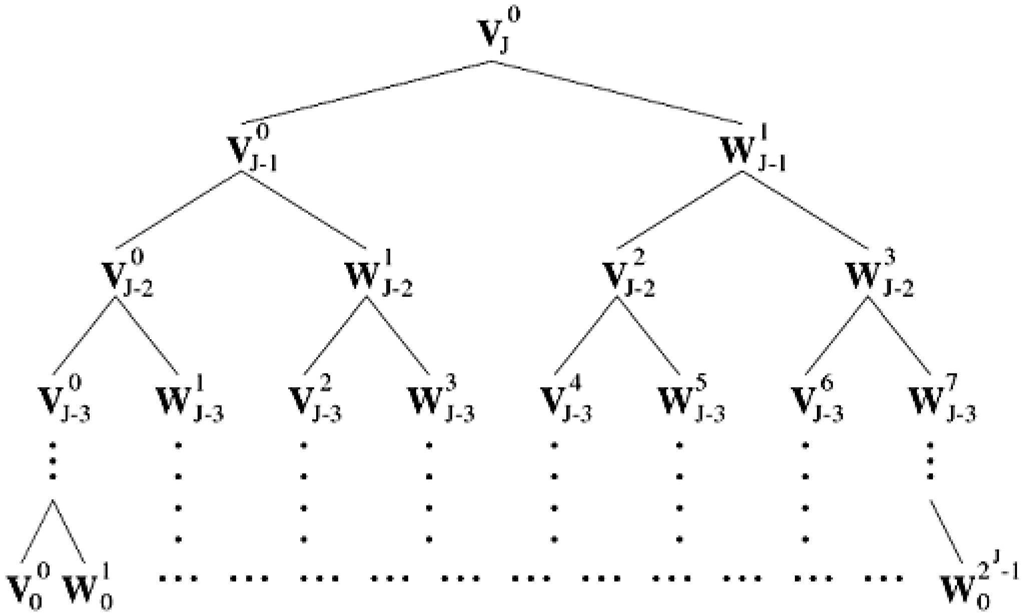


Рис. 1. Організація бібліотеки малохвильових пакетів

Кожен вузол представляє підпростір вихідного сигналу. Кожен підпростір є ортогональною прямою сумою двох дочірніх вузлів. Гілки кожного під'єднаного піддерева утворюють ортонормований базис.

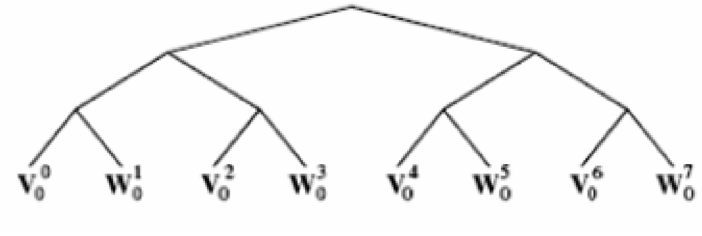
Алгоритм за методом Койфмана і Вікергойзера виконується в такій послідовності:

1. Початок розкладу на рівні j =1.
2. Порівняння величини вартості кожного вузла з об'єднаною вартістю його нащадків.
3. Якщо вартість нащадків є меншою, ніж вартість батьківського вузла, то батьківський вузол набуває їхньої об'єднаної вартості.
4. Якщо величина вартості батьківського вузла менша, ніж величина вартості нащадків, то два нащадки будуть видалятися з дерева.
5. Повторення кроків 2-4 для всіх вузлів $0 \geq p \geq 2^{J-j} - 1$.
6. Збільшення рівня j.
7. Якщо $j \leq J$, то перехід до кроку 2, якщо ні — то припинення пошуку.

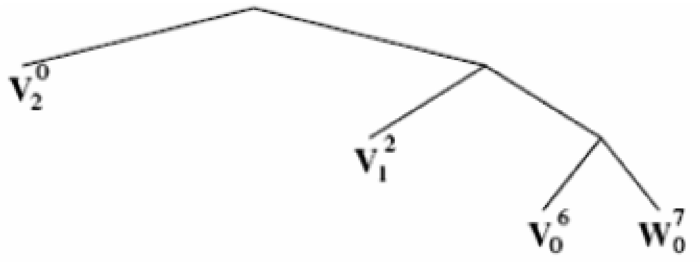
Порівняння завжди здійснюється між двома сусідніми генераціями в двійковому дереві. Отже, складність пошуку пропорційна до кількості вузлів у дереві. Ця складність визначається складністю обчислення всіх коефіцієнтів для всіх базисів у бібліотеці і становить *O(N·log₂N)* для бібліотеки малохвильових пакетів.

Цей алгоритм отримав ще назву алгоритму одиничного (частотного) дерева.

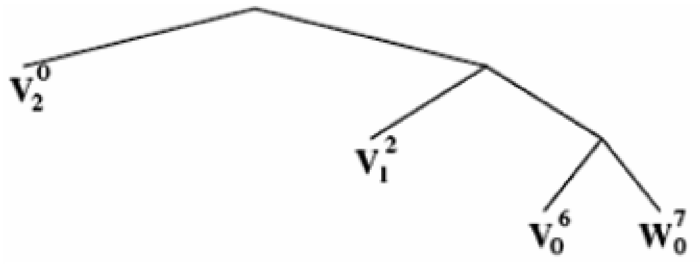
Після завершення алгоритму залишок буде прийнятним двійковим деревом (рис. 2).



а



б



в

Рис. 2. Можливі базиси малохвильового пакета для дерева з рівнем J = 3

Якщо базисні функції цього дерева є ортонормованими, дерева пакета базисів будуть мати такі три важливі властивості:

1. Сума всіх просторів на рівні j дорівнює сумі простору сигналу. Для рівня j справедливо:

$$P_J = \sum_{p=0}^{2^{(J-j)-1}} P_j^p , \tag{7}$$

2. Простори на заданому рівні j дерева пакетів не перетинаються один з одним, кожен з них займає окрему частину загального простору сигналу. На заданому рівні

$$P \not\subseteq P_j^{p\neq p_0} , \tag{8}$$

3. Простір, який займає «батьківський» базис, є сумою просторів, що займають його два нащадки. Для вузла дерева базису пакета, індексованого j і p, справедливо:

$$P_j^p = P_{j-1}^{2p} \oplus P_{j-1}^{2p+1} , \tag{9}$$

Прийнятне двійкове дерево (кожен з вузлів якого має або два нащадки, або жодного) задовольняє і використовує ці властивості, щоб сформувати повний, ненадлишковий базис. Властивість 1 дає змогу повністю подати сигнал, вибравши всі простори на заданому рівні j_0. Властивість 2 забезпечує те, що суміжні на тому самому рівні j вузли можуть бути вибрані як частина того самого базису не викликаючи надлишковості у поданні. Властивість 3 виправдовує обмін (заміну) двох просторів нащадків на рівні j_0, на його батьківський простір на рівні j_{0+1}, з метою подання цієї частини сигналу. В протилежному випадку, якщо і батьківський простір (на рівні j_0) і деякі з його нащадків на рівні $j<j_0$ були вибраними, тоді подання буде надлишковим. Разом усі ці три властивості пояснюють стратегію використання найнижчих базисів з прийнятного двійкового дерева для одержання повного ненадлишкового подання сигналу. На рис. 2 наведено декілька можливих прийнятних двійкових дерев малохвильових пакетів з позначеним найнижчим базисом. У повному двійковому дереві з j рівнями є більш ніж 2^{J-1} базисів малохвильових пакетів, оскільки є більш ніж 2^{J-1} прийнятних двійкових дерев.

Висновок. Проаналізовано основні методи та алгоритми вибору оптимального малохвильового базису. З урахуванням особливостей структури сигналу, наявності шумів та напрямку досліджень сигналу найвживанішими методами визначення оптимального базису є метод послідовного когерентного трешолдингу, нелінійної порогової фільтрації сигналів та одиничного (частотного) дерева. В усіх згаданих методах критерієм вибору оптимального базису є визначення мінімального значення ентропії розподілу квадратів модулів малохвильових коефіцієнтів. Як показує аналіз, вибір конкретного методу залежить переважно від типу вхідного сигналу, точності апроксимації сигналу в часо-частотній області, допустимих програмно-апаратних затрат та часу оброблення сигналу.

1. Donoho D., I. Johnstone (1994) Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage // Biometrika, vol. 81, pp.425-455. 2. Jonathan Berger, Ronald R. Coifman, and Maxim J. Goldberg. Removing noise from music using local trigonometric bases and wavelet packets // Journal of the Audio Engineering Society, 42(10):808-818, October 1994. 3. Ronald R. Coifman and Mladen Victor Wickerhauser. Entropy-based algorithms for best basis selection. IEEE Trans. on Information Theory, 38(2):713-718, March 1992. 4. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет преобразования. – СПб.:ВУС, 1999. – 203 с. 5. Маллат С. Вейвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 671 с. 6. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. – М.: Наука, 2007. – 228 с.

УДК 621.397+681.723

В.І. Шклярський, Ю.М. Матієшин
Національний університет “Львівська політехніка”

ОЦІНКА ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТІ РУХУ МІКРООБ’ЄКТА ТЕЛЕВІЗІЙНИМ СКАНУВАЛЬНИМ ОПТИЧНИМ МІКРОСКОПОМ У КАДРОВОМУ РЕЖИМІ РОБОТИ

Проаналізовано похибки визначення швидкості руху мікрооб’єкта, що пов’язані із методикою вимірювання, параметрами сканувальної плями, нестабільністю формування сканувального растра (зміщення, зміна розмірів за рахунок стиснення чи видовження) та геометричними спотвореннями сканувального растра. Визначено максимальні значення похибок вимірювання швидкості руху мікрооб’єкта при різних дестабілізуючих факторах.

Errors of microobject velocity of movement definition, which are connected to a technique of measurement, scanning spot parameters, instability of a scanning raster formation (displacement, change of the sizes owing to its narrowing or expansion) and geometrical distortions of a scanning raster are analyzed. The maximal values of the errors of microobject velocity of movement measurement by different instability factors are determined.

Вступ. Останнім часом все більше зростає універсальність телевізійних вимірювальних систем, яка дає змогу розв’язувати різноманітні задачі без істотного перестроювання апаратури із зміною алгоритмів керування і обробки даних. Ця тенденція пов’язана із широким використанням у складі телевізійних вимірювальних систем персональних комп’ютерів та засобів, що керуються заданою програмою роботи та контролюють параметри вимірювальної системи, здійснюють підстроювання, вносять необхідні корективи до результатів, беруть участь в обробці сигналу й оцінці значень вимірюваних величин.