

УДК 51.001.57

Я.С. ПАРАНЧУК, А.В. ЧАБАН

Національний університет “Львівська політехніка”

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕКТРОДІВ ДУГОВОЇ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЇ ПЕЧІ НА ОСНОВІ РІВНЯННЯ ЕЙЛЕРА

© Паранчук Я.С., Чабан А.В., 2008

Запропоновано підхід до побудови математичної моделі електромеханічних коливань електродів дугової сталеплавильної печі на основі рівняння Ейлера. Модель формується з урахуванням міжфазних електромагнітних і механічних процесів механізму переміщення електродів дугової печі.

Offered approach to the construction of mathematical model of electromechanics vibrations of electrodes of arc steel-smelting stove on the basis of equalization of Euler. A model is formed taking into account між- of phase electromagnetic and mechanical processes of mechanism of moving of electrodes of arc stove.

Вступ. Математичне моделювання перехідних процесів посідає чільне місце як на етапі проектування, так і на етапі експлуатації електромеханічних пристроїв і систем. Особливо завдання аналізу згаданих систем ускладнюється для об'єктів, механічні підсистеми яких подаються складними кінематичними схемами. До таких об'єктів належить дугова сталеплавильна піч (ДСП) трифазного змінного струму.

У механізмах переміщення електродів (МПЕ) дугової печі відбуваються коливні процеси, які істотно впливають на показники динаміки регулювання координат електричного стану, зокрема на якість стабілізації потужності та струмів дуг. Дослідження коливних електромеханічних процесів у МПЕ дугових сталеплавильних печей сьогодні вимагає точних результатів аналізу, які можливо одержати лише на підставі методів математичного моделювання для систем з безмежним числом ступенів вільності (систем з розподіленими параметрами). Побудову рівнянь електромеханічного стану згаданих систем доцільно здійснювати з використанням варіаційних принципів, тобто описувати систему за допомогою рівняння екстремалей функціоналу дії за Гамільтоном-Остроградським для неконсервативних систем – рівнянням Ейлера.

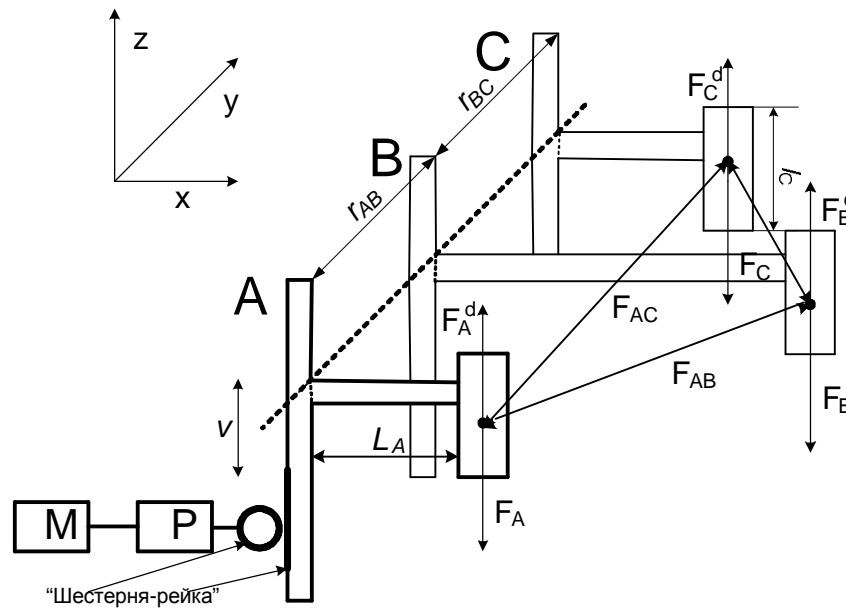
Відомі методи аналізу електромеханічних перехідних процесів у ДСП ґрунтуються на рівняннях Лагранжа другого роду, тобто коливна механічна система розглядається як система із зосередженими параметрами [1, 2]. Такий підхід, безперечно, не дає змоги достатньо точно відтворювати характер поперечних коливань, а це, своєю чергою, знижує адекватність математичної моделі МПЕ, і, як наслідок, є перешкодою на шляху успішного вирішення проблеми оптимізації електротехнологічних станів дугової печі. Для усунення цього пропонуємо коливні процеси в рукавах електродотримачів (див. рис. 1) описати на підставі рівнянь з частинними похідними, що в математичному аспекті становить крайову задачу.

Основна частина. Кінематична схема МПЕ ДСП показана на рисунку. Стосовно математичного моделювання коливних процесів електродотримачів приймемо такі допущення:

- вважаємо, що тримачі електродів шттивно закріплені до рухомих колон;
- до електродів підводиться симетрична система трифазних напруг;
- електрод абсолютно шттивно з'єднаний з електродотримачем;
- приводний мотор (М) через редуктор (Р) у кожній фазі приводить в рух колону МПЕ (цю систему вважаємо абсолютно шттивною);

- нехтуємо крутильними коливаннями вертикальних колон і горизонтальних тримачів електродів;
- нехтуємо силами Коріоліса в системі.

Електрод та рукав механізму переміщення електрода в пуско-гальмівних і реверсивних станах здійснюють складні рухи, що призводить до виникнення різного роду динамічних зусиль, які призводять до коливних процесів електродотримачів. Ці коливання відбуваються в рухомому середовищі, тобто під дією приводного механізму електродотримачі рухаються у вертикальній площині (див. рисунок). Нехтуючи податливістю електродів, вважатимемо, що всі, пов'язані з їхньою роботою, сили можна винести на край електродотримачів (в крайові умови диференціального рівняння Ейлера).



Кінематична схема МПЕ ДСП

Запишемо рівняння поперечних коливань електродів у пружному ізотропному середовищі [3] за умови відносного руху колони зі швидкістю v вздовж осі z . Очевидно, що поправка на швидкість руху середовища у вертикальній площині в рівнянні Ейлера й крайових умовах матиме фізичний зміст лише за умови, що $v \neq \text{const}$ (прискорений рух електродотримача). Для загального описання картини поперечних коливань пружного середовища коливні процеси розглядатимемо за двома координатами (z, y).

$$\frac{\partial^2 u_j^z(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\mu S}{\rho} \frac{\partial^4 u_j^z}{\partial x^4} - \frac{\xi S}{\rho} \frac{\partial^5 u_j^z}{\partial x^4 \partial t} + \frac{mS}{L_j \rho} (g - dv_j/dt), \quad v_j = \omega_j R; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_j^y(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\mu S}{\rho} \frac{\partial^4 u_j^y}{\partial x^4} - \frac{\xi S}{\rho} \frac{\partial^5 u_j^y}{\partial x^4 \partial t}, \quad j = A, B, C. \quad (2)$$

де $u(x,t)$ – амплітуда відхилення континуального середовища від основної осі, m – маса електродотримача, L – довжина рукава електродотримача, ρ – густина матеріалу, (x, y, z) – декартові координати, μ – коефіцієнт, що залежить від пружності матеріалу електродотримача та його полярного моменту інерції, S – площа поперечного перерізу колони, v – поступальна швидкість руху електродотримача, ω – швидкість обертання вихідного вала шестерні редуктора, t – поточний час, ξ – коефіцієнт дисипації, g – прискорення вільного падіння, R – радіус шестерні.

Розрахунок крайових умов для рівнянь (1), (2) здійснюємо на підставі принципу Даламбера. Для поперечних коливань у вертикальній площині (за координатою z):

$$u_j^z(x, t)|_{x=0} \equiv 0; \quad \mu \frac{\partial^3 u_j^z}{\partial x^3} \Big|_{x=L_j} + \xi \frac{\partial^4 u_j^z}{\partial x^3 \partial t} \Big|_{x=L_j} - F_j + F_j^d(u_j^z(x, t)|_{x=L_j}) = 0, \quad F_j = M_j(g + dv_j/dt);$$

$$\frac{\partial u_j^z(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \equiv 0; \quad \mu \frac{\partial^2 u_j^z}{\partial x^2} \Big|_{x=L_j} + \xi \frac{\partial^3 u_j^z}{\partial x^2 \partial t} \Big|_{x=L_j} = 0, \quad j = A, B, C \quad (3)$$

та в горизонтальній площині (за координатою y)

$$u_j^y(x, t)|_{x=0} \equiv 0; \quad \mu \frac{\partial^3 u_j^y}{\partial x^3} \Big|_{x=L_j} + \xi \frac{\partial^4 u_j^y}{\partial x^3 \partial t} \Big|_{x=L_j} - F_{\Sigma j}(u_j^y(x, t)|_{x=L_j}) = 0;$$

$$\frac{\partial u_j^y(x, t)}{\partial t} \Big|_{x=0} = 0; \quad \mu \frac{\partial^2 u_j^y}{\partial x^2} \Big|_{x=L_j} + \xi \frac{\partial^3 u_j^y}{\partial x^2 \partial t} \Big|_{x=L_j} = 0, \quad j = A, B, C, \quad (4)$$

де M – маса електрода, $F_j^d(u_j^z(x, t)|_{x=L_j})$ – виштовхувальна сила дуги; M_E – приведений електромагнітний момент приводного асинхронного мотора до вихідного вала редуктора; $F_{\Sigma j}(u_j^y(x, t)|_{x=L_j})$ – сумарні сили Ампера, що діють на кожний електрод у горизонтальній площині.

Запишемо вираз для знаходження амплітуди відхилення континуального середовища

$$u_j(x, t) = \sqrt{[u_j^z(x, t)]^2 + [u_j^y(x, t)]^2}. \quad (5)$$

Навколо кожного електрода виникає електромагнітне поле, це поле відповідно діє на електромагнітне поле, що виникає навколо електродів інших фаз. Обчислимо на підставі закону повного струму значення індукції цього магнітного поля за допущення плоско-паралельного руху електродів у вертикальній площині

$$B_A^{(B)}(L_A, t) = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi \left(\sqrt{(L_B - L_A)^2 + \left(r_{AB} + u_A^y(x, t)|_{x=L_A} + u_B^y(x, t)|_{x=L_B} \right)^2} \right)};$$

$$B_B^{(A)}(L_B, t) = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi \left(\sqrt{(L_B - L_A)^2 + \left(r_{AB} + u_A^y(x, t)|_{x=L_A} + u_B^y(x, t)|_{x=L_B} \right)^2} \right)};$$

$$B_B^{(C)}(L_B, t) = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi \left(\sqrt{(L_B - L_C)^2 + \left(r_{BC} + u_C^y(x, t)|_{x=L_C} + u_B^y(x, t)|_{x=L_B} \right)^2} \right)};$$

$$B_C^{(B)}(L_C, t) = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi \left(\sqrt{(L_B - L_C)^2 + \left(r_{BC} + u_C^y(x, t)|_{x=L_C} + u_B^y(x, t)|_{x=L_B} \right)^2} \right)};$$

$$B_A^{(C)}(L_A, t) = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi \left(r_{AB} + r_{BC} + u_C^y(x, t)|_{x=L_C} + u_A^y(x, t)|_{x=L_A} \right)};$$

$$B_C^{(A)}(L_C, t) = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi \left(r_{AB} + r_{BC} + u_C^y(x, t) \Big|_{x=L_C} + u_A^y(x, t) \Big|_{x=L_A} \right)}, \quad (6)$$

де $B_j^{(p)}(L_j, t)$ – кутова компонента вектора магнітної індукції, що виникає навколо j -го електрода й яка діє на p -й електрод, r_{jp} – відстань між електродотримачами, μ_0 – магнітна проникність повітря.

Запишемо сили Ампера, які діють на кожен електрод за прийнятої умови, що коливання електродів є плоско-паралельними.

$$\begin{aligned} F_{AB} &= i_A B_B^{(A)}(L_B, t) l_A; & F_{BA} &= i_B B_A^{(B)}(L_A, t) l_B; \\ F_{BC} &= i_B B_C^{(B)}(L_C, t) l_B; & F_{CB} &= i_C B_B^{(C)}(L_B, t) l_C; \\ F_{AC} &= i_A B_C^{(A)}(L_C, t) l_A; & F_{CA} &= i_C B_A^{(C)}(L_A, t) l_C, \end{aligned} \quad (7)$$

де F_{jp} – сила Ампера, що діє j -й і p -й електроди і яка спричинюється взаємодією магнітних полів j -го й p -го електродів, l_j – довжини електродів, i_j – струм дуги фаз A, B, C .

Запишемо сумарні сили Ампера, що діють на електрод кожної з фаз

$$\begin{aligned} F_{\Sigma A} &= F_{AB} + F_{BA} + F_{AC} + F_{CA} + \frac{\sqrt{3}}{2} (F_{BC} + F_{CB}); & F_{\Sigma B} &= F_{AB} + F_{BA} + F_{BC} + F_{CB} + \frac{\sqrt{3}}{2} (F_{AC} + F_{CA}); \\ F_{\Sigma C} &= F_{BC} + F_{CB} + F_{AC} + F_{CA} + \frac{\sqrt{3}}{2} (F_{AB} + F_{BA}). \end{aligned} \quad (8)$$

Для знаходження електромагнітного моменту мотора запишемо математичну модель нелінійного асинхронного мотора у фазних координатах струмів [3]

$$\frac{di_S}{dt} = A_S (u_S - R_S i_S) + A_{SR} \Pi (-\Omega \Psi_R - R_R i_R); \quad (9)$$

$$\frac{di_R}{dt} = \Pi^{-1} A_{RS} (u_S - R_S i_S) + \Pi^{-1} A_R \Pi (-\Omega \Psi_R - R_R i_R) + \Omega i_R; \quad (10)$$

$$A_S = \alpha_S (1 - \alpha_S G); \quad A_{SR} = A_{RS} = \alpha_S \alpha_R G; \quad A_R = \alpha_R (1 - \alpha_R G); \quad (11)$$

$$\Psi_S = \Psi = \Pi \Psi_R; \quad \Psi_R = \Pi^{-1} \Psi_S; \quad \Psi = \tau (i_S + \Pi i_R); \quad (12)$$

$$\Pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sin(p_0 k \gamma + 2\pi/3) & -\sin(p_0 k \gamma) \\ \sin(p_0 k \gamma) & -\sin(p_0 k \gamma - 2\pi/3) \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\Pi^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\sin(p_0 k \gamma - 2\pi/3) & \sin(p_0 k \gamma) \\ -\sin(p_0 k \gamma) & \sin(p_0 k \gamma + 2\pi/3) \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\Omega = \Pi \frac{d\Pi^{-1}}{dt} \equiv -\Pi^{-1} \frac{d\Pi}{dt} = \frac{p_0 k \omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; \quad i = i_S + \Pi i_R; \quad R = 1/(\alpha_S + \alpha_R + \tau); \quad (15)$$

$$G = \begin{bmatrix} T + b_A i_A & b_B i_A \\ b_A i_B & T + b_B i_B \end{bmatrix}; \quad T = 1/(\alpha_S + \alpha_R + \tau); \quad b = \frac{2}{3} \frac{R - T}{i_m^2}; \quad b_A = b(2i_A + i_B); \quad b_B = b(2i_B + i_A); \quad (16)$$

$$\tau = \left(\frac{\Psi_m}{i_m} \right)^{-1}; \quad \rho = \left(\frac{\partial \Psi_m}{\partial i_m} \right)^{-1}; \quad i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_A i_B + i_B^2)/3}, \quad (17)$$

де u_s – фазна напруга живлення мотора; i_s, i_r – струми обмоток статора й ротора відповідно; R_s, R_r – опір обмотки фази статора і ротора, відповідно; Ψ_r – повне потокозчеплення фази ротора; α_s, α_r – обернені індуктивності статора і ротора, відповідно; Ψ – основне потокозчеплення мотора; p_0 – кількість пар магнітних полюсів статора, γ – електричний кут повороту ротора, $\Psi_m(i_m)$ – крива намагнічення привідного асинхронного мотора; k – передатне число редуктора.

Запишемо вираз електромагнітного моменту j -го електропривода [3]:

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{RA}^{\Pi} i_{SB}^{\Pi} - i_{RB}^{\Pi} i_{SA}^{\Pi}) / \tau, \text{ де } \begin{bmatrix} i_{RA}^{\Pi} & i_{RB}^{\Pi} \end{bmatrix}^T = \Pi \begin{bmatrix} i_{RA} & i_{RB} \end{bmatrix}^T. \quad (18)$$

Рівняння руху асинхронного електропривода на підставі рівнянь Лагранжа другого роду для абсолютно шттивного валопроводу електропривода виглядає так:

$$J_{\Sigma j} \frac{d\omega_j}{dt} = k_j M_{Ej} - R_j ((m_j + M_j)g - F_j^d), \quad (19)$$

де J_{Σ} – приведений до вихідного вала редуктора (вала шестерні) сумарний момент інерції МПЕ.

З урахуванням другого виразу в (1) та (19) отримаємо значення часової похідної від поступальної швидкості руху електродотримача

$$\frac{dv_j}{dt} = \frac{R_j}{J_{\Sigma j}} (k_j M_{Ej} - R_j ((m_j + M_j)g - F_j^d)); \quad \frac{dX_j}{dt} = v_j, \quad (20)$$

де X – шлях, пройдений колоною за координатою z .

Запишемо остаточно вираз для обчислення відстані від кінця електрода до шихти

$$X_j^* = X_j + u_j^z(x, t) \Big|_{x=L_j}, \quad (21)$$

де X^* – сумарна відстань між електродом і початковим станом зони плавлення металу (довжина дуги).

Для розв'язання крайової задачі необхідно здійснити просторову дискретизацію рівнянь з частинними похідними. Серед відомих методів тут, безперечно, домінують метод скінченних різниць та метод скінченних елементів (Рітца-Релея) [4]. Право вибору методів просторової дискретизації належить безпосередньо програмісту.

Висновки. У роботі запропоновано підхід до побудови математичної моделі електромеханічних коливань електродотримачів та електродів ДСП на підставі рівнянь Ейлера. Рівняння електромеханічного стану системи побудовані на підставі рівнянь Лагранжа для механічних систем, з одного боку, та рівнянь поперечних коливань ізотропного континуального середовища з урахуванням дисипації, з іншого. Подана математична модель асинхронного мотора записана у фазних координатах струмів, що дає змогу спрощеного урахування всеможливих несиметричних станів роботи мотора. Застосування згаданих вище методів дискретизації за просторовими координатами рівнянь з частинними похідними дає змогу подати загальну дискретизовану систему в нормальній формі Коші, що значно спрощує їх інтегрування як явними, так і неявними методами. Для МПЕ з електроприводом постійного струму, математична модель приводного мотора подана, наприклад, у [5].

1. Сапко А.П. *Исполнительные механизмы регуляторов мощности дугowych электродечей.* – М.: Энергия. 1969. – 128 с. 2. Лозинський О.Ю., Маруцак Я.Ю., Кушнір А.П. *математична модель механізму переміщення електродів дугової сталеплавильної печі // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні – 2004.* – № 38. – С. 54–62. 3. Чабан А. *Математичне моделювання коливних процесів в електромеханічних системах.* – Львів: Вид-во Тараса Сороки, 2007. – 312 с. 4. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов.* – М.: Мир, 1979. – 249 с. 5. Чабан В.И. *Методы анализа электромеханических систем.* – Львов: Вища шк., 1985. – 192 с.