

ВСТУП

Моделювання процесів теплопровідності є одним із важливих розділів сучасних інженерних досліджень у технологічних процесах машинобудівної, енергетичної, атомної, хімічної, будівельної, текстильної, харчової та інших галузей промисловості [22, 70, 73, 74, 81, 105, 108, 111, 121, 174, 175, 177–179, 186–194]. Важко назвати якусь галузь, в якій би розв'язки задач теплопровідності не мали істотного теоретичного, практичного та економічного значення. Особливо вони поширені у космічній, авіаційній, електронній, електротехнічній галузях, у сучасному зварювальному виробництві, цифрових технологіях, під час досліджень геотемпературних полів [1, 17, 122, 145, 156, 157, 164].

У сучасній оптичній техніці важливими і критичними елементами, які визначають ефективність і надійність пристроїв, є селективні оптичні фільтри, що ґрунтуються на багатшарових нерівнотовщинних структурах. З часом вимоги до цих елементів зростають: йдеться про забезпечення максимальної селективності й експлуатаційної стійкості, тобто про підвищення якості, мініятуризацію, здешевлення приладів. У зв'язку з цим розробляються нові структури інтерференційних фільтрів, а також алгоритми розрахунку їхніх структурних параметрів. Важливим у цих розробках є встановлення зв'язку між параметрами структурних елементів фільтрів та їхніми оптичними характеристиками. Одним із основних структурних параметрів є температура, достовірне визначення якої розрахунковим шляхом вимагає розв'язування складних крайових задач теплопровідності, оскільки експериментальні дослідження є практично неможливими.

Побудова розв'язків – як аналітичних, так і числових – для задач теплоперенесення має наукове, практичне та економічне значення [10, 12, 13, 20, 21, 26, 71, 72, 75, 76, 79, 80, 82, 90, 93, 94, 101–104, 120, 123–128, 133, 140, 146–151, 160, 163, 170–173]. Температурні режими конструкцій значною мірою визначають їхні якісні та кількісні характеристики і характеризуються температурними полями або величинами, які визначаються з цих полів, а саме – значеннями абсолютних температур, перепадами температур у просторі і часі, поведінкою температури та її градієнтів на межових поверхнях і на поверхнях спряження різнорідних елементів конструкцій із різними заданими крайовими умовами, часом встановлення заданого розподілу температури або перепадів температур

тощо. Температурні поля, розподіл температур у просторі та часі отримують, досліджуючи побудовану математичну модель явища теплоперенесення як результат аналітичного або числового розв'язування чи проведення експерименту з фізичною моделлю. У деяких випадках математичне моделювання є єдиним джерелом інформації про температурні поля конструкцій, наприклад, поля в окремих елементах чи вузлах мікроелектронних пристроїв, поля в елементах літальних апаратів, енергетичних установок, які є недоступними для давачів температури або теплового потоку. Тому побудова математичних моделей теплового стану для різних конструкцій, які нагрівають чи охолоджують, є важливим завданням, оскільки багато якісних та кількісних показників оцінки поведінки конструкцій частіше визначають, враховуючи температурні режими їхньої роботи.

У сучасній мікроелектроніці часто застосовують матеріали з чужорідними теплоактивними включеннями. Під час нагрівання наявність включень приводить до виникнення неоднорідного температурного поля, що спричиняє термофотопружний ефект, який полягає у появі двопронезаломлення в структурах. Явище термофотопружного ефекту виявлено доволі давно, але воно і досі є малодослідженим. Для вивчення цього явища використовують у експериментах як значні температурні градієнти, так і абсолютні значення температури.

Для енергетики важливими є задачі, в яких розглядається нагрівання чи охолодження різних систем із внутрішніми джерелами тепла. Надійність роботи деталей, вузлів, елементів, а в низці випадків – і всієї конструкції неможливо гарантувати без дотримання належного теплового стану. Теплові та температурні умови обмежують експлуатаційні параметри обладнання, впливають на вибір конструкційних матеріалів, погіршують динамічні можливості пристрою як об'єкта регулювання та управління, визначають техніко-економічні показники, габаритно-вагові характеристики тощо. Для цього чітко виражено вимоги до роботи конструкції в оптимальних у тепловому аспекті перехідних і базових режимах. Наприклад, у мікроелектронному пристрої для контролю за джерелами тепла містяться різні електронні елементи. Вживана ними електроенергія перетворюється на електромагнітну та механічну форму енергії, а близько 90 % її переходить в тепло. Це – джоулеві втрати в провідниках, втрати від вихрових струмів у трансформаторах, в діелектриках конденсаторів, інтегральних мікросхемах тощо. Тільки 5–10 % вживаної потужності перетворюється

на корисні сигнали. Однією з важливих задач у результаті конструювання мікроелектронних пристроїв є визначення експериментальним чи розрахунковим шляхом таких умов, для яких температура окремих елементів в умовах експлуатації не перевищує допустимих значень і для цього забезпечується із заданою надійністю їх робота. Забезпечення нормального температурного режиму є однією з основних задач, які розв'язуються у результаті проектування, розроблення та виготовлення елементів, що виділяють тепло (теплові елементи ядерних реакторів, магнітопровідники трансформаторів тощо).

Відомо також, що інженерні дослідження кінетики низки фізичних і хіміко-технологічних процесів є аналогічні до задач теплопровідності. Це процеси сорбції вологи, сушіння, горіння, дифузії, в'язкої текучості, сповільнення нейтронів тощо. У результаті цього значно підвищуються вимоги до точності визначення температурних полів та теплових потоків. Цими обставинами і пояснюється та виняткова увага, яку звертають на теорію теплопровідності як у фізичній теплотехніці, так і в математичній фізиці у зв'язку зі створенням та розвитком аналітичних, числових, аналогових та інших методів розв'язування крайових задач теплопровідності [24, 99, 139, 154, 162].

Нерівномірне нагрівання – один із факторів, що викликають деформації та напруження в пружних тілах. Якщо з підвищенням температури ніщо не перешкоджає розширенню тіла, то воно деформуватиметься і жодних напружень не виникатиме. Однак, якщо в тілі температура зростає нерівномірно і воно неоднорідне, то внаслідок розширення формуються температурні напруження [37, 39, 52]. Якщо не враховувати на розподіл температури впливу напружень і деформацій, обумовлених силовими факторами, що є справедливим для більшості практичних задач, то першим і незалежним кроком для дослідження температурних напружень є визначення температурного поля, що становить основну задачу аналітичної теорії теплопровідності. В окремих випадках визначення температурних полів є самостійною технічною задачею, розв'язання якої допомагає визначити температурні напруження.

Дослідження процесів теплопровідності в елементах мікроелектронних пристроїв сприяє глибшому розумінню ряду мікропроцесів, що в них відбуваються, і пов'язані із рухом та розсіюванням елементарних частинок. Жодне із явищ перенесення не дає таких багатих та глибоких відомостей про коливання ґратки, про збуджені стани електронів, про

взаємодію електронів із ґраткою у напівпровідниках, як теплопровідність [2]. В елементах мікроелектронних пристроїв, де протікає електричний струм, завжди відбувається неоднорідне виділення тепла, а в деяких випадках створюється великий градієнт температури. Тому ефективність роботи мікроелектронних пристроїв істотно залежить від температурних режимів, які встановлюються в процесі нагрівання. Це особливо важливо в пристроях, де застосовуються тонкоплівкові шари та чужорідні включення.

У процесі проектування та експлуатації окремих елементів та вузлів мікроелектронних пристроїв, робота яких відбувається в широкому діапазоні температур, за дії високих теплових навантажень, виникає низка складних інженерних проблем, для вирішення яких необхідно мати достовірну інформацію про їхній тепловий стан та температурні режими. Оскільки експериментальні дослідження є неможливими через високі температури і герметизуючі властивості систем тепловідведення, то отримати таку інформацію можна лише розрахунковим шляхом, що, своєю чергою, вимагає розв'язування складних крайових задач теплопровідності, отриманих на основі математичних моделей, які максимально відображають найістотніші аспекти теплофізичних процесів, що здійснюються у розглянутих конструкціях.

Для пристроїв мікроелектроніки розробляють світловипромінювальні елементи на основі органічних матеріалів. Основою такого пристрою є органічна мікрочастина з електролюмінесцентними властивостями, яка від збудження електричним струмом випромінюватиме світло, завдяки чому ці елементи на органічному матеріалі, відображаючи довільний колір, матимуть доволі малу товщину і реалізуватимуться на гнучких підкладках. Із використанням двох вакуумних установок термовакуумного напилення безпосередньо за допомогою однієї з них формують тонкоплівкову структуру з органічних матеріалів, а за допомогою іншої – електроди. У такій комбінації отримується готовий світлодіод. Для підвищення ефективності органічних світлодіодів, зокрема досягнення їхніх кращих та стабільніших параметрів роботи (яскравість, час експлуатації, надійність тощо), слід врахувати вплив значних температурних градієнтів і абсолютних значень температури.

Особливого значення для виробництва мікроелектронних пристроїв набувають композитні матеріали [25, 69], розроблення яких є однією з провідних проблем сучасного матеріалознавства. Поява нових компо-

зитних матеріалів із поліпшеними експлуатаційними фізико-механічними властивостями сприятиме створенню нових технологій в авіаційній, космічній, суднобудівній, енергетичній, електронній галузях, машинобудуванні та транспорті. Серед композитних матеріалів важливе місце посідають кусково-однорідні (шаруваті структури, однорідні та шаруваті структури із чужорідними включеннями) плівкові структури, які широко застосовуються в конструкціях мікроелектронних пристроїв, зокрема в інтегральних сенсорах для моніторингу температури та вологості, світло-випромінювальних елементах для динамічних світлодіодних підсвіток тощо. Тому проблема достовірного визначення температурних режимів в елементах конструкцій мікроелектронних пристроїв є доволі важливою. Оскільки, як уже було сказано, наведені структури перебувають у широкому діапазоні температур, то їхні високі експлуатаційні параметри зумовлюють необхідність розгляду та розв'язування нелінійних задач внаслідок залежності теплофізичних характеристик матеріалів від температури конструкцій [119] та умов теплообміну від температури їхніх поверхонь, оскільки розрахунки температурних полів, виконані на основі лінійних математичних моделей процесів теплопровідності, не завжди дають задовільні результати. Тому для побудови найадекватнішої до реального процесу математичної моделі необхідно враховувати залежність теплофізичних характеристик матеріалів від температури, густини поверхневих потоків й інтенсивності внутрішніх джерел тепла, зміну форми тіла та можливі фазові та структурні перетворення.

Проектування складних мікроелектронних пристроїв, що мають кусково-однорідну структуру і часто функціонують в умовах інтенсивного нагрівання чи охолодження, що спричиняє залежність теплофізичних параметрів від температури, полягає не лише в оптимізації їхніх параметрів, але й у забезпеченні їхньої стабільної роботи та захисту від різноманітних збоїв, високої надійності та теплової стійкості устаткування. Із ростом потужностей та інтеграції мікроелектронних схем ускладнюється проблема термостійкості до теплових навантажень конструкцій мікроелектронних пристроїв, які частково або цілком виходять із ладу в результаті теплових перевантажень. Врахування залежності теплофізичних параметрів від температури значно ускладнює побудову математичних моделей теплових процесів, однак дає змогу точніше досліджувати термостійкість конструкцій.

Отже, виникає потреба в удосконаленні наявних та побудові нових математичних моделей процесів теплопровідності у системах кусково-

однорідної структури та розробленні нових ефективних методів розв'язування лінійних та нелінійних крайових задач, що описують ці моделі.

Питання побудови математичних моделей та розвитку методів розв'язування задач теплообміну розглядали О. Аліфанов [3], А. Березовський [11], М. Беляєв [6–9, 15], У. Блек [100], Д. Егер [84], Г. Карслоу [84], Е. Карташов [85, 86], Л. Коздоба [88, 89], Ю. Коляно [91, 92, 134–138], Б. Коренєв [95, 96], Ф. Крейт [100], С. Кутателадзе [106], О. Ликов [113, 115], Ю. Мацевитий [116 – 118], М. Никитенко [129–130], Я. Підстригач [134–138], В. Рвачов [142, 143], О.Рядно [7–9, 15], О. Самарський [161], А. Слесаренко [142, 143], А. Тихонов [161] та ін.

Для побудови вихідних диференціальних рівнянь та розв'язування відповідних крайових задач теплопровідності для кусково-однорідних систем у випадку виконання на поверхнях спряження їх різнорідних елементів умов ідеального теплового контакту є удосконалення та розроблення ефективних методів, які ґрунтуються на застосуванні узагальнених функцій [4, 18, 23, 24, 68, 78, 87, 144]. У цьому разі теплофізичні характеристики описують для всього тіла як єдиного цілого за допомогою одиничних функцій. У результаті підстановки описаних так теплофізичних характеристик у рівняння теплопровідності отримують диференціальні рівняння з розривними та сингулярними коефіцієнтами.

Різні підходи до розв'язування диференціальних рівнянь з частинними похідними з розривними та сингулярними коефіцієнтами демонструють Ю. Коляно [91, 138], С. Конашенко [109], Р. Кушнір [107], В. Лазарян [109], В. Ломакін [138], І. Образцов [131], Г. Онанов [131].

Математичні моделі процесів теплопровідності для термочутливих тіл (теплофізичні характеристики залежать від температури) та деякі підходи до побудови аналітичних, аналітично-числових та числових розв'язків нелінійних крайових задач пропонують А. Березовський [11], М. Беляєв [9, 15], М. Біо [16], В. Зарубін [77], Л. Коздоба [88, 89], Ю. Коляно [91, 138], Ю. Мацевитий [116, 118], О. Рядно [9, 15], О. Сорокін [169], В. Харитонов [169].