

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В ІНДУКЦІЙНИХ КАНАЛЬНИХ ПЕЧАХ

© Гориславець Ю.М., 2007

Розроблено математичну (коло-польову) модель для дослідження електромагнітного поля індукційної каналної печі. Здійснено моделювання печі для плавлення алюмінію. Зіставлено розраховану густину струму в каналах, а також електромагнітні параметри печі з експериментальними даними, отриманими на фізичній моделі і промисловій печі.

The mathematical (circuit-field) model for research of electromagnetic field of inductive channel furnace is designed. The simulation of furnace for melting of aluminium is carried out. The confrontation of the counted current density in channels, and also electromagnetic parameters of furnace with experimental data obtained on physical model and industrial furnace is made.

Індукційні каналні печі, що використовуються для плавлення чорних і кольорових металів, за принципом дії (в електромагнітному сенсі) подібні до звичайного трансформатора, первинна обмотка (індуктор) якого живиться від електричної мережі (пічного трансформатора), а вторинна виконана у вигляді короткозамкнутого витка рідкого металу. На рис. 1 показано ескіз печі ІАК-40 (точніше індукційної “одиниці”, що стикується з ванної печі), яка слугує для плавлення алюмінію і його сплавів. Короткозамкнутий виток (канална частина) цієї печі має два циліндричні канали круглого перерізу, що сполучаються між собою двома з’єднувальними каналами, поперечний переріз яких має прямокутну форму. Зазначені канали сформовано керамічним футеруванням в окремих блоках, каркаси яких виконано із немагнітної сталі. Між собою ці каркаси електрично ізольовані один від одного. Наведення електричного струму в рідкому металі каналної частини печі здійснюється за допомогою індуктора з замкнутим магнітопроводом (осердям), який охоплює один із циліндричних каналів.

Достатньо складна в електромагнітному плані конструкція печі, поле якої є суто тривимірним, потребує розроблення відповідних математичних моделей для дослідження електромагнітних процесів у ній. Відомі роботи [1, 2], в яких електромагнітне поле такої печі досліджували в плоско-паралельному наближенні. Зіставлення отриманих в такий спосіб результатів з експериментальними даними показує, що, якщо розбіжність диференціальних параметрів поля (наприклад, густини струму в каналах) знаходиться в межах допустимого, то розраховані інтегральні електромагнітні параметри печі істотно відрізняються від реальних значень.

Мета цієї роботи полягає в розробленні квазітривимірної математичної моделі електромагнітного поля індукційної каналної печі та визначення її електромагнітних параметрів.

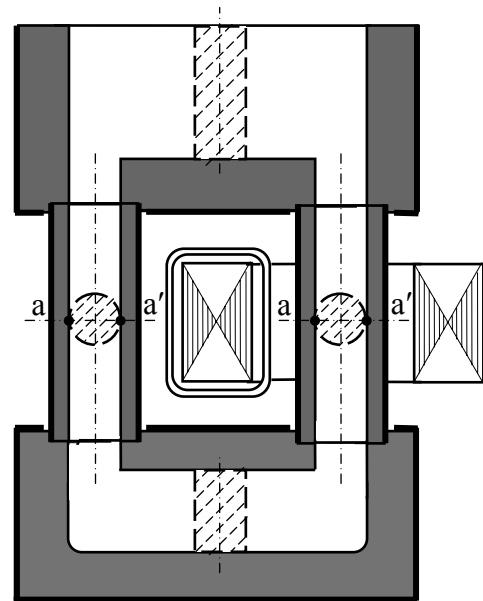


Рис. 1. Індукційна канална піч

Суть квазітривимірної моделі полягає ось у чому. Формулюється коло-польова задача розрахунку електромагнітного поля печі, яка складається з рівнянь для поля (векторного магнітного потенціалу) та рівнянь балансу напруг для індуктора і рідкометалевого витка. Поле розглядається в площині, що проходить поперек циліндричних каналів, а з'єднувальні канали враховуються шляхом включення в рівняння балансу напруги витка повних їх опорів, які визначають на основі розв'язування додаткових двовимірних польових задач.

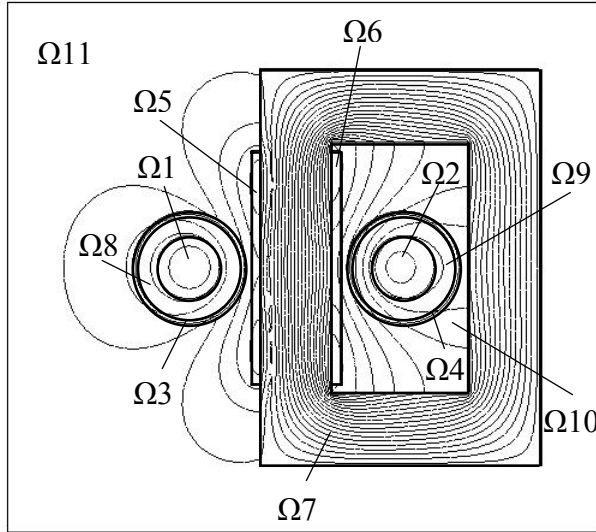


Рис. 2. Розрахункова область і картина поля каналної печі

На рис. 2 зображена розрахункова область електромагнітної системи “індуктор – рідкометалевий виток” печі типу ІАК-40. Вона містить підобласті циліндричних каналів Ω1 і Ω2, підобласті екрануючих каркасів цих каналів Ω3 і Ω4, підобласті індуктора Ω5 і Ω6 і магнітопроводу Ω7, а також підобласті футерувального матеріалу та навколишнього середовища Ω8 – Ω11.

Електромагнітний процес у такій системі у разі живлення індуктора від джерела змінної напруги можна описати системою інтегро-диференціальних рівнянь для векторного магнітного потенціалу \dot{A}_z (далі \dot{A}) і для балансу напруг відносно таких невідомих: потенціалу \dot{A} , струму індуктора \dot{I}_i і струму витка \dot{I}_e .

Рівняння для векторного потенціалу:

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma\dot{A} = \left(-\dot{I}_e + j\omega\sigma \int_{\Omega_1} \dot{A} ds \right) S_K^{-1} \text{ – в області } \Omega_1; \quad (1)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma\dot{A} = \left(\dot{I}_e + j\omega\sigma \int_{\Omega_2} \dot{A} ds \right) S_K^{-1} \text{ – в області } \Omega_2; \quad (2)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_e\dot{A} = \left(j\omega\sigma_e \int_{\Omega_3} \dot{A} ds \right) S_e^{-1} \text{ – в області } \Omega_3; \quad (3)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_e\dot{A} = \left(j\omega\sigma_e \int_{\Omega_4} \dot{A} ds \right) S_e^{-1} \text{ – в області } \Omega_4; \quad (4)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = \begin{cases} +\dot{I}_i w / S_i, & \text{– в області } \Omega_5, \\ -\dot{I}_i w / S_i, & \text{– в області } \Omega_6; \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_0^{-1} \mu_{Fe}^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = 0 \text{ – в області } \Omega_7; \quad (6)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = 0 \text{ – в областях } \Omega_8 - \Omega_{11}. \quad (7)$$

Рівняння балансу напруг:
для індуктора

$$\dot{U}_i = \dot{I}_i R_i + j\omega l_i S_i^{-1} \left(\int_{\Omega_5} \dot{A} ds - \int_{\Omega_6} \dot{A} ds \right), \quad (8)$$

для рідкометалевого витка

$$0 = \dot{I}_e (2R_k + Z_{кн} + Z_{кв}) - j\omega l_k S_k^{-1} \int_{\Omega 1} \dot{A} ds + j\omega l_k S_k^{-1} \int_{\Omega 2} \dot{A} ds. \quad (9)$$

У цих рівняннях $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, μ_{Fe} – відносна магнітна проникність електротехнічної сталі, σ і σ_e – питомі електропровідності рідкого металу і матеріалу екрануючих каркасів відповідно, ω – кругова частота, w – число витків індуктора, S_i і l_i – поперечний переріз і довжина (в напрямку осі z) індуктора, S_k і l_k – поперечний переріз і довжина циліндричних каналів, R_i – активний опір індуктора, $R_k = l_k / (\sigma S_k)$ – опір циліндричного каналу постійному струму, $Z_{кн}$ і $Z_{кв}$ – повні опори нижнього і верхнього з'єднувальних каналів відповідно.

Виразивши із рівнянь (8) і (9) струми \dot{I}_i і \dot{I}_e та підставивши їхні значення в (1), (2) і (5), після перетворень отримаємо для правих частин цих рівнянь такі вирази, що мають розмірність густини струму:

для рівняння (1)

$$\dot{J}_1 = \frac{j\omega\sigma}{S_k(2R_k + Z_{кн} + Z_{кв})} \left[R_k \int_{\Omega 2} \dot{A} ds + (R_k + Z_{кн} + Z_{кв}) \int_{\Omega 1} \dot{A} ds \right]; \quad (10)$$

для рівняння (2)

$$\dot{J}_2 = \frac{j\omega\sigma}{S_k(2R_k + Z_{кн} + Z_{кв})} \left[R_k \int_{\Omega 1} \dot{A} ds + (R_k + Z_{кн} + Z_{кв}) \int_{\Omega 2} \dot{A} ds \right]; \quad (11)$$

для рівняння (5)

$$\dot{J}_5 = \pm \frac{\dot{U}_i w}{R_i S_i} \mp j \frac{\omega w^2 l_i}{R_i S_i^2} \left(\int_{\Omega 5} \dot{A} ds - \int_{\Omega 6} \dot{A} ds \right). \quad (12)$$

У виразі (12) верхні знаки беруться для області $\Omega 5$, а нижні – для $\Omega 6$.

Граничною умовою для цієї задачі задавалась умова магнітної ізоляції на зовнішній границі розрахункової області ($\dot{A} = 0$). Чисельний розрахунок рівнянь (1)–(7) з врахуванням виразів (10)–(12) в якості правих частин рівнянь (1), (2) і (5) здійснювали методом скінченних елементів, який реалізовано в програмному пакеті Femlab [3].

Параметри з'єднувальних каналів $Z_{кн}$ і $Z_{кв}$, що входять в рівняння (9), розраховували попередньо на основі розв'язання окремих польових задач для кожного каналу (з екрануючим каркасом), що знаходиться біля феромагнітного осердя, імітуючого торець магнітопроводу індуктора (рис. 3). У цьому випадку розв'язували рівняння для векторного магнітного потенціалу при заданій напрузі \dot{U}_k на каналі:

$$\mu_0^{-1} (\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma \dot{A} = \sigma \dot{U}_{kn} / l_{kn}, \quad n = в, н$$

– в області $\Omega 12$; (13)

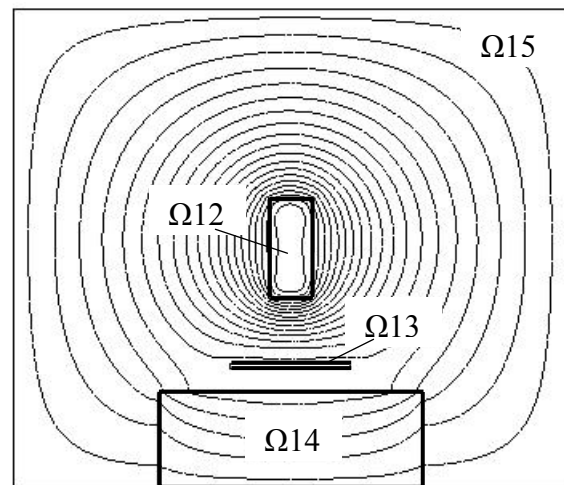


Рис. 3. Розрахункова область і картина поля з'єднувального каналу

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_e \dot{A} = \left(j\omega\sigma_e \int_{\Omega_{13}} \dot{A} ds \right) S_e^{-1} - \text{в області } \Omega_{13}; \quad (14)$$

$$\mu_0^{-1} \mu_{Fe}^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = 0 - \text{в області } \Omega_{14}; \quad (15)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = 0 - \text{в області } \Omega_{15}, \quad (16)$$

де область Ω_{12} – поперечний переріз з'єднувального каналу, Ω_{13} – поперечний переріз екрануючого каркасу, Ω_{14} – область, що занята феромагнітним осердям, Ω_{15} – область навколишнього середовища. Індокси “ σ ” і “ μ ” належать відповідно до верхнього і нижнього каналів.

Внаслідок виконаних розрахунків визначали повні опори з'єднувальних каналів

$$Z_{kn} = \dot{U}_{kn} / \dot{I}_{kn}, \quad \text{де } \dot{I}_{kn} = \int_{\Omega_{12}} \dot{j} ds. \quad (17)$$

Розв'язування сформульованої таким способом коло-польової задачі дозволяє отримати розподіл диференціальних параметрів електромагнітного поля (індукції магнітного поля, густини струму тощо) в розрахунковій області, а також визначити електромагнітні параметри печі.

Повний опір, а також активний і індуктивний опори печі знаходили як

$$Z = R + jX = \dot{U}_i / \dot{I}_i, \quad (18)$$

де струм індуктора \dot{I}_i визначали за допомогою рівняння (8).

Моделювання електромагнітного поля печі виконували за таких вихідних даних, які відповідають реальній промисловій печі: рідкий метал – алюміній ($\sigma = 3,6 \cdot 10^6$ 1/Ом·м), матеріал каркасу – нержавіюча сталь товщиною 4 мм, $\mu_{Fe} = 1000$, напруга на індукторі $\dot{U}_i = 750$ В, $\omega = 2\pi \cdot 50$ 1/с, число витків індуктора $w = 32$, діаметр циліндричних каналів – 0,19 м, поперечні перерізи з'єднувальних каналів: $S_{кв} = (0,19 \times 0,45)$ м², $S_{кн} = (0,19 \times 0,27)$ м², довжини каналів – $l_{кв} = l_{кн} = 0,65$ м.

Результати моделювання показано на рис. 2–4. На рис. 2 зображено розподіл електромагнітного поля у вигляді ізоліній абсолютних значень векторного магнітного потенціалу в поперечному

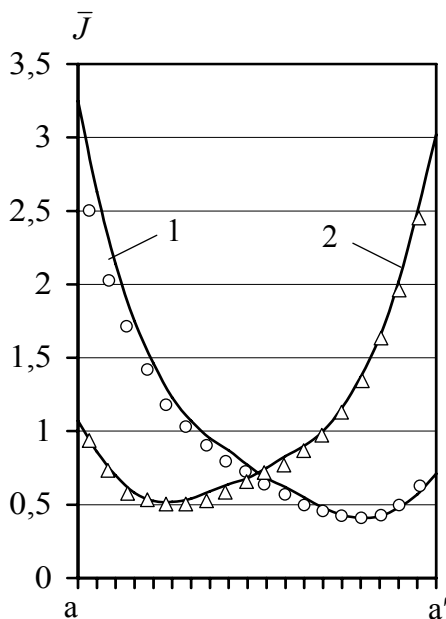


Рис. 4. Густина струму в циліндричних каналах печі

(по відношенні до циліндричних каналів) перерізі печі. Електромагнітні параметри з'єднувальних каналів, які розраховували попередньо (на основі розв'язання додаткових польових задач (13)–(17)), відповідно становили: $Z_{кв} = (1,76 + j7,72) \cdot 10^{-5}$ Ом, $Z_{кн} = (3,08 + j7,53) \cdot 10^{-5}$ Ом. Розраховану картину поля для верхнього з'єднувального каналу печі показано на рис. 3.

На рис. 4 зображено густину струму в рідкому металі циліндричних каналів, яку показано в безрозмірному вигляді (віднесено до густини постійного струму) для діаметральних ліній (позначених на рис. 1) поперечних перерізів охопленого (крива 1) і неохопленого магнітопроводом (крива 2) каналів. На цьому рисунку точками також позначено експериментальні значення густини струму, отримані на фізичній моделі печі. Модель виконано в масштабі 1:3 по відношенню до промислової печі (натури), моделюючим металом використовувався галій з температурою

плавлення ~ 30 °С. Густина струму в рідкому металі вимірювали двохелектродним давачем (зондом) [4]. З метою дотримання подібності по електромагнітному полю живлення фізичної моделі печі здійснювали напругою підвищеної частоти (450 Гц). Як видно з рис. 4, розрахована густина струму непогано збігається з експериментальними даними, розбіжність між ними не перевищує 5 %.

Були також визначені електромагнітні параметри промислової печі. Нижче в таблиці наведено значення повного Z , активного R та індуктивного X опорів, а також коефіцієнта потужності $\cos \varphi$ діючої печі. Максимальна розбіжність між розрахованими і експериментально отриманими значеннями параметрів становила 15 % для R і менше 10 % для інших величин.

Електромагнітні параметри печі ІАК-40

	Z , Ом	R , Ом	X , Ом	$\cos \varphi$
Розрахунок	0,437	0,091	0,427	0,208
Експеримент	0,407	0,079	0,399	0,194

Отже, на основі розробленої квазітривимірної математичної моделі виконано моделювання електромагнітного поля індукційної каналної печі та визначено електромагнітні параметри. Достовірність математичної моделі підтверджено задовільним збігом розрахованих та експериментально отриманих на фізичній моделі і діючій печі значень густини струму в рідкому металі та її електромагнітних параметрів.

1. Тимофеев В.Н., Темеров А.А., Гориславец Ю.М., Бояков С.А. *Электромагнитное поле индукционной каналной печи* // *Техническая электродинамика*. – 1986. – № 5. – С. 3–9. 2. Гориславец Ю.М., Эркенов Н.Х. *Электромагнитное поле индукционной печи с вращательным движением жидкого металла в каналах* // *Техническая электродинамика*. – 1990. – № 2. – С. 15–20. 3. *FEMLAB User's Guide and Introduction*. – *Femlab 2.3*. – *COMSOL Inc.*, 1994–2002. – 436 p. 4. Зимин Е.Ф., Кочанов Э.С. *Измерение параметров электрических и магнитных полей в проводящих средах*. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 256 с.

УДК 621.355(075.8):536.755

І.З. Щур

Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І АНАЛІЗ КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕЗАРЯДЖЕННЯ УЗАГАЛЬНЕНИХ НАГРОМАДЖУВАЧІВ ЕНЕРГІЇ ЗІ СТАЛИМИ ЄМНОСТЯМИ

© Щур І.З., 2007

Здійснено математичний опис, досліджено і проаналізовано вплив основних параметрів на показники трьох типів керованих процесів перезаряду узагальнених нагромаджувачів енергії зі сталими ємностями.

Mathematical description is carried out, explored and analyzed influence of basic parameters on the indexes of three types of the adjustable recharge processes of the generalized energy accumulators with permanent capacities.

Постановка проблеми. Загострення енергетичної проблеми у світі, спричинене зменшенням запасів викопних джерел енергії, зумовило актуальність досліджень, спрямованих на енергозбереження в усіх сферах діяльності. Нагромаджувачі енергії (НЕ) різного типу дають змогу