УДК 621.3.019: 51.001.57

О.Ю. Лозинський, С.В. Щербовських
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕАП

РОЗРАХУНОК КІЛЬКОСТІ ЗАПАСНИХ ЧАСТИН ІЗ ЗАДАНОЮ ДОВІРЧОЮ ІМОВІРНІСТЮ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ОБ’ЄКТІВ З МИТТЄВИМИ РЕМОНТАМИ

Визначено кількість запасних частин для одиничного об’єкта з миттєвими ремонтами. Запропоновано залежність кількості запасних частин від довірчої імовірності визначати із застосуванням ациклічної однорідної Марковської моделі на основі розширення простору станів. Виконано аналіз коректності отриманих результатів.

This paper is devoted to spare parts calculating for single item with instantaneous repairs. Functional dependence for spare parts against confidence probability is proposed to determine on the basis of acyclic extended homogeneous Markov model. Correctness for received in the papers result is proved.

Постановка проблеми. Для забезпечення безперервного функціонування відновлюваного об’єкта необхідно мати достатню кількість запасних елементів на складі. Під відновлюваним об’єктом розуміємо такий об’єкт, який після відмови та усунення несправності стає здатним виконувати вказані функції із заданими кількісними показниками. Усунення несправності полягає у заміні об’єкта на новий або приведення його внаслідок ремонту у стан “як новий”. Визначення кількості запасних елементів, з погляду надійності, спричиняє таку проблему. Використовуючи параметр потоку відмов, можна визначити середню кількість запасних елементів. Якщо забезпечити на складі саме таку кількість, то існує ймовірність події, що кількість відмов об’єкта перевищить її, і це призведе до неможливості відновлення об’єкта. З іншого боку, якщо задатись наперед, що запасних елементів повинно вистачити за будь-яких обставин, то їхня кількість має бути безмежною. Тому для визначення кількості запасних елементів необхідно задатись прийнятним рівнем ризику, що об’єкт залишиться без запасних елементів. Показником ризику приймаємо довірчу імовірність $P_Г$, яка визначає імовірність настання в об’єкті не більше n відмов за проміжок часу T. Отже, розроблення ефективного методу розрахунку кількості запасних частин для заданого рівня ризику є важливою науковою проблемою. Зокрема у статті розглядається проблема як для відновлюваного об’єкта з миттєвими ремонтами визначити залежність кількості запасних елементів від довірчої імовірності, використовуючи Марковську модель надійності на основі розширення простору станів.

Практичний аспект вирішення зазначеної проблеми пов’язаний з підвищенням точності прогнозування кількості запасних елементів для відновлюваних об’єктів. Теоретичний аспект – забезпечує подальший розвиток математичного апарата Марковських моделей для аналізу показників надійності відновлюваних об’єктів з миттєвими ремонтами.

Аналіз останніх досліджень. Для визначення кількості запасних частин із заданою довірчою імовірністю розроблено декілька методів. В інженерній практиці для визначення кількості записних елементів використовують наближений підхід [1], який ґрунтується на застосуванні формули

$$N = l \cdot T + U\sqrt{l \cdot T}$$

де N – кількість запасних елементів, l – інтенсивність відмов об’єкта, T – напрацювання об’єкта, U – квантиль функції нормального розподілу для заданої ймовірності ризику.

Недолік такого підходу полягає в обмеженості його експоненціальною моделлю відмов, а також в тому, що поданий вираз є наближеним.

Аналітичний розв'язок поставленої задачі отримують на основі аналізу моделі так званого однорідного Пуассонівського процесу (HPP) [2]. Такий підхід, так само, обмежений винятково експоненціальною моделлю відмов. Для подолання цього недоліку у публікаціях [3, 4] використовують модель неоднорідного Пуассонівського процесу (NHPP). В окремих дослідженнях авторам вдається досягти бажаної адекватності отриманого результату, проте, в загальному випадку, застосування моделі NHPP понижує точність отриманих результатів.

Для визначення кількості запасних елементів використовують метод Монте-Карло [5–7]. Результати, отримані на основі цього методу, спотворені флуктаціями, що істотно ускладнює їх аналіз. Збільшення кількості реалізацій зменшує стохастичну похибку результату, але, з іншого боку, призводить до зростання тривалості моделювання.

Відомо, що для обчислення коефіцієнта готовності відновлюваних об'єктів використовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних однорідних Марковських моделях [8, 9] та на однорідних Марковських моделях на основі розширення простору станів [10, 11]. Звичайні однорідні Марковські моделі є основою для побудови моделі HPP. Перспективним напрямом досліджень вважаємо вдосконалення методу простору станів, що полягає у визначені способу як однорідну Марковську модель на основі розширення простору станів застосувати для опису NHPP. Вирішення відзначеної проблеми забезпечить використання методу простору станів для знаходження кількості запасних частин для відновлюваних об'єктів з довільними моделями відмов.

Постановка завдань. 1. Використовуючи розширення простору станів, синтезувати Марковську модель надійності відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами та визначити на її основі залежність кількості запасних елементів від довірчої імовірності.

2. Підтвердити коректність та ефективність отриманого результату на основі використання альтернативних методів розрахунку вказаної залежності.

Викладення основного матеріалу. Розроблено метод визначення залежності кількості запасних елементів для відновлюваного об'єкта від довірчої імовірності, який ґрунтується на застосуванні Марковських моделей надійності. Під Марковською моделлю, звичайною чи на основі розширення простору станів, розуміємо систему диференціальних рівнянь, подану у векторно-матричній формі:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{p}(t)\,,$$

де d/dt – символ, що позначає похідну за часом від кожного елемента вектор-стовпця, який множиться справа на цей символ; t – час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $\mathbf{p}(t)$ – вектор-стовпець ймовірностей станів, для звичайної Марковської моделі, або фаз, для Марковської моделі на основі розширення простору станів; $\mathbf{\Lambda}$ – матриця інтенсивності переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму записування доповнюють вектор-рядком початкових ймовірностей станів $\mathbf{p}(0)$. Формування будь-якої Марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-рядка початкових ймовірностей $\mathbf{p}(0)$.

Пропонуємо *для досліджуваного об'єкта* залежність кількості запасних частин від довірчої імовірності визначати так. Перетворимо замкнену Марковську модель, в якій переходи, що відповідають відновленням, повертаються у вихідні стани, до спеціальної розімкненої Марковської моделі, в якій ці переходи скеровані у наступні стани. Таке перетворення відоме як заміна циклічної моделі на ациклічну. З цією метою розкладаємо матрицю інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ на складові:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}_1 + \mathbf{\Lambda}_2\,.$$

де $\mathbf{\Lambda}_1$ – матриця інтенсивності переходів між фазами одного і того самого стану; $\mathbf{\Lambda}_2$ – матриця інтенсивності переходів між фазами різних станів, які відповідають відмовам.

Матрицю інтенсивності $\mathbf{\Lambda_N}$ та вектор-стовпець $\mathbf{p_N}(0)$ ациклічної Марковської моделі формуємо, використовуючи такі вирази:

$$\mathbf{\Lambda_N} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{K} & \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{\Lambda}_2 & \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{K} & \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{\Lambda}_2 & \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{K} & \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{\Lambda}_0 & \mathbf{\Lambda}_2 & \mathbf{\Lambda}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p_N}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}(0) \\ \mathbf{p}_0(0) \\ \mathbf{p}_0(0) \\ \mathbf{K} \\ \mathbf{p}_0(0) \end{bmatrix} \tag{1}$$

де $\mathbf{\Lambda}_0$ – нульова квадратна матриця, розмірність якої дорівнює розмірності матриці $\mathbf{\Lambda}$; $\mathbf{p}(0)$ – вектор-стовпець початкових ймовірностей фаз для вихідної Марковської моделі; $\mathbf{p}_0(0)$ – нульовий вектор-стовпець, розмірність якого дорівнює розмірності вектора $\mathbf{p}(0)$.

Розмірність матриці $\mathbf{\Lambda}_\mathrm{N}$ вибираємо такою, щоб імовірність виникнення останньої відмови в кінці досліджуваного напрацювання T не перевищувала числа, яке дорівнює точності обчислень. Для формування матриці $\mathbf{\Lambda}_\mathrm{N}$ розроблено алгоритм, який автоматизує її складання.

Результатом розрахунку спеціальної Марковської моделі на основі розширення простору станів є вектор-стовпець ймовірностей фаз $\mathbf{p_N}(T)$. Перетворимо вектор-стовпець $\mathbf{p_N}(T)$ у задану таблицею дискретну функцію $P_g(n)$, яка визначає імовірність появи n-ї кількості відмов в об'єкті для напрацювання T, додаванням між собою функцій ймовірностей фаз, що відповідають одному і тому самому стану. Використовуючи функцію $P_g(n)$, визначаємо функцію $P_Г(n)$, яка визначає імовірність появи не більше n відмов в об'єкті для напрацювання T.

$$P_\Gamma(n) = \sum_{i=0}^{n} P_g(i)\,. \tag{2}$$

Отримана таблична дискретна функція $P_Г(n)$ і є тією характеристикою, яка визначає необхідну кількість запасних елементів для заданої довірчої імовірності.

Об'єкт функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент часу він перебуває у справному стані, який позначимо як S_0 (рис. 1, *а*).

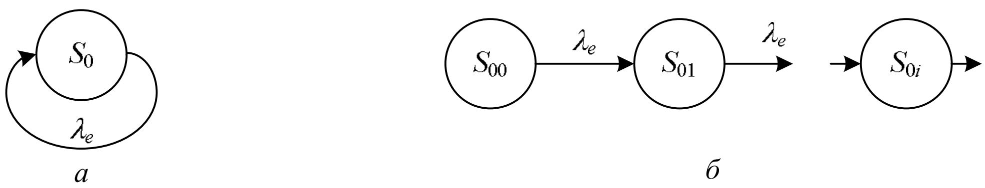

Рис. 1. Діаграма станів та переходів відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами:
а – циклічна; б – ациклічна

Напрацювання об'єкта у стані S_0 підлягає моделі відмов $R(t)$ фазового типу. Застосування розподілу фазового типу необхідно для того, щоб сформувати однорідну Марковську модель на основі розширення простору станів. Приймаємо, що модель відмов задана канонічним фазовим розподілом п'ятого порядку, для якого аналітичний вираз функції безвідмовності [12] є такий:

$$R(t) = \left[\sum_{i=0}^{4} \left(\sum_{j=i}^{4} c_j \right) \cdot \frac{(l \cdot t)^i}{i!} \right] \cdot e^{-l \cdot t},$$

де c_j, l – параметри моделі відмов.

З метою порівняння результатів, отриманих розрахунком Марковської моделі на основі розширення простору станів та звичайної Марковської моделі об'єкта, знайдемо параметр l_e відповідної експоненціальної моделі відмов

$$R_e(t) = e^{-l_e \cdot t},$$

Числове значення параметра експоненціальної моделі відмов визначаємо апроксимацією кривої імовірності безвідмовної роботи $R(t)$, згідно з критерієм мінімізації середньоквадратичної похибки, кривою імовірності безвідмовної роботи $R_e(t)$.

Після відмови, об’єкт покидає справний стан S_0. Приймаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні, тобто відмова об’єкта діагностується миттєво і одразу після її виникнення розпочинається ремонт. Вважаємо, що ремонт відбувається миттєво. Це означає, що після покидання стану S_0 об’єкт миттєво повертається назад у цей самий стан S_0. Процес переходів об’єкта із стану S_0 і назад повторюється. Для розрахунку кількості запасних частин переходимо від циклічної моделі (рис. 1, *а*) до ациклічної (рис. 1, *б*). Початковий стан S_0 в ациклічній моделі позначимо S_{00}. Перехід із цього стану здійснюється не назад у себе, а у наступний справний стан S_{01}. Відповідно, із стану S_{01} об’єкт переходить у наступний стан S_{02}, S_{03} … S_{0i} і т. д.

Визначимо кількість запасних частин, використовуючи звичайну однорідну Марковську модель. Таку модель, як зазначалось вище, утворюють заміною дійсної моделі відмов на експоненціальну модель відмов із параметром λ_e. Згідно з діаграмою станів та переходів (рис. 1, *а*) для вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$ матриця інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$, а також вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p}(0)$ набувають вигляду $\mathbf{p}(t) = [p_{S0}(t)]$, $\mathbf{\Lambda} = [0]$, $\mathbf{p}(0) = [1]$.
де $p_{S0}(t)$ – імовірність перебування об’єкта у стані S_0.

Розкладемо матрицю інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ на складові: $\mathbf{\Lambda}_1 = [-l]$, $\mathbf{\Lambda}_2 = [l]$.

Використовуючи вираз (1), сформуємо для вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p_N}(t)$ ациклічної Марковської моделі (рис. 1, *б*) матрицю інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda_N}$, а також вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p_N}(0)$:

$$\mathbf{p_N}(t) = \begin{bmatrix} p_{S00}(t) \\ p_{S01}(t) \\ \mathbf{K} \\ p_{S0i}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda_N} = \begin{bmatrix} -l & 0 & \mathbf{K} & 0 \\ l & -l & \mathbf{K} & 0 \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & 0 \\ 0 & 0 & l & -l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p_N}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \mathbf{K} \\ 0 \end{bmatrix}$$

де $p_{S0j}(t)$ – імовірність перебування об’єкта у стані S_{0j} для $j = 0, 1 \ldots i$.

Така модель надійності також відома як найпростіший Пуассонівський процес або HPP (Homogeneous Poisson Process). Імовірність появи n відмов в об’єкті в кінці проміжку часу T збігається з ймовірностями станів S_{0i}. Аналітичний розв’язок цієї системи такий:

$$P_g(n) = p_{S0n}(T) = \frac{(l \cdot T)^n}{n!} e^{-l \cdot T}.$$

Визначимо кількість запасних частин, використовуючи однорідну Марковську модель на основі розширення простору станів. Діаграму станів та переходів об’єкта (рис. 2, *а*) формуємо, використовуючи правила [11].

Згідно з діаграмою станів та переходів для вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$ матриця інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$, а також вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p}(0)$, набувають вигляду

$$\mathbf{p_{Ph}}(t) = \begin{bmatrix} p_{ph0}(t) \\ p_{ph1}(t) \\ p_{ph2}(t) \\ p_{ph3}(t) \\ p_{ph4}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda_{Ph}} = \begin{bmatrix} -(1-c_0) \cdot l & l & 0 & 0 & 0 \\ c_1 \cdot l & -l & l & 0 & 0 \\ c_2 \cdot l & 0 & -l & l & 0 \\ c_3 \cdot l & 0 & 0 & -l & l \\ c_4 \cdot l & 0 & 0 & 0 & -l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p_{Ph}}(0) = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}.$$

де $p_{ph\,j}$ – функція імовірності фази Ph_j, для $j = 0 \ldots 4$.

Розкладемо матрицю інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda_{Ph}}$ на дві складові, а саме:

$$\mathbf{\Lambda_{Ph1}} = \begin{bmatrix} -l & l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l & l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda_{Ph2}} = \begin{bmatrix} c_0 \cdot l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 \cdot l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 \cdot l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 \cdot l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_4 \cdot l & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

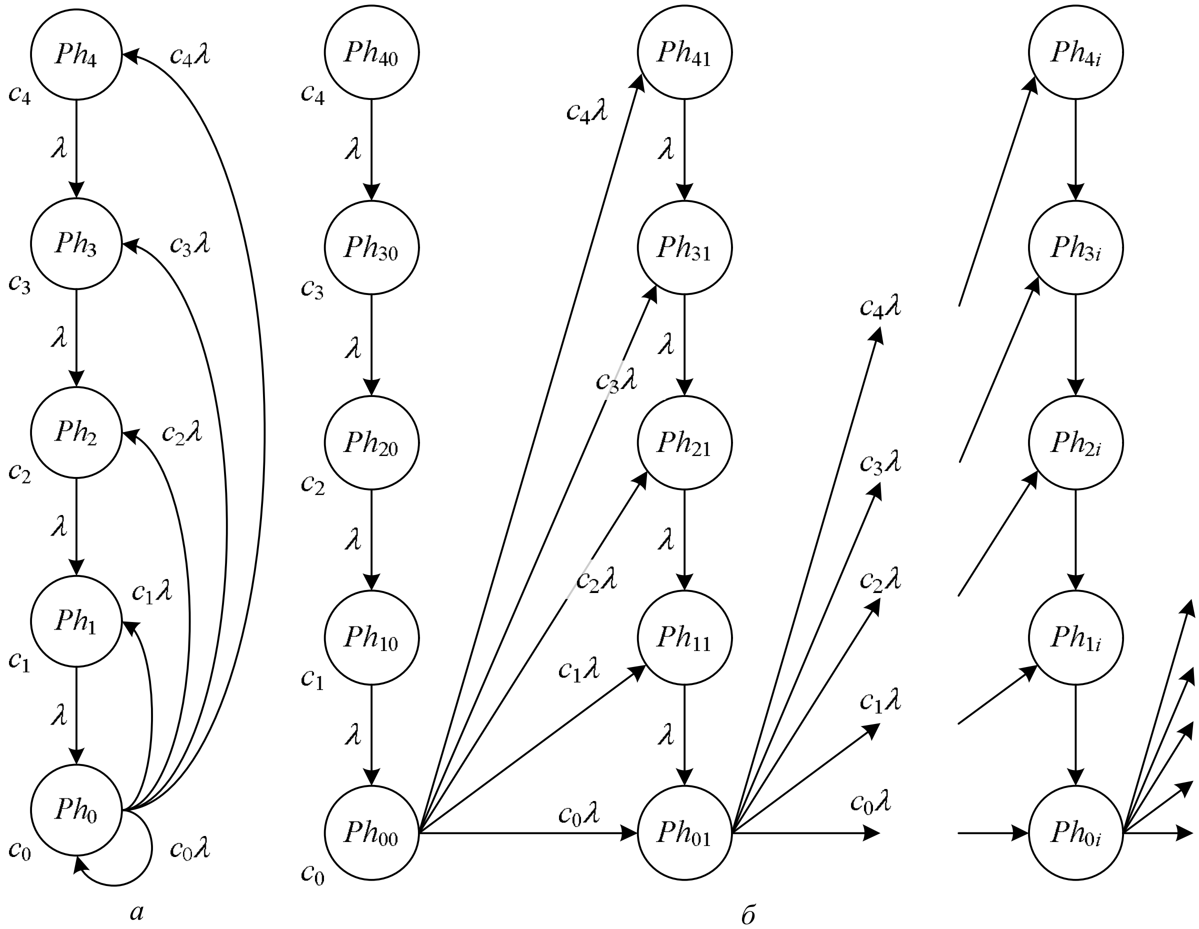

Рис. 2. Розширена діаграма станів та переходів відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами: а – циклічна, б – ациклічна

Сформуємо ациклічну Марковську модель на основі розширення простору станів (рис.2.б). З цією метою у вираз (1) підставимо матриці $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{Ph1}}$, $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{Ph2}}$ та вектор початкових умов $\mathbf{p}_{\mathbf{Ph1}}(0)$. Отримані матриці інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{PhN}}$ та вектор-стовпець початкових умов $\mathbf{p}_{\mathbf{PhN}}(0)$ не наводимо внаслідок їх громіздкості. Результатом розрахунку ациклічної Марковської моделі на основі розширення простору станів є вектор-стовпець ймовірностей фаз $\mathbf{p}_{\mathbf{PhN}}(T)$. Виконаємо додавання між собою функцій ймовірностей фаз, які відповідають одному і тому самому станові $\mathbf{p}_{\mathbf{PhN}}(T)$ ациклічної діаграми станів та переходів. У результаті отримаємо задану таблицею дискретну функцію $P_g(n)$, яка визначає імовірність появи зазначеної кількості відмов.

З метою підтвердження достовірності отриманих результатів було сформовано та розраховано для досліджуваного об'єкта модель надійності на основі методу Монте-Карло. Результатом розрахунку цієї моделі є так само задана таблицею дискретна функція $P_g(n)$.

Криві ймовірностей появи вказаної кількості відмов $P_g(n)$, розраховані згідно з зазначеними вище методами, показані на рис. 3.

Крива ймовірності появи n відмов $P_g(n)$ в об'єкті (рис.3, крива 1, суцільна потовщена, маркер коло) розрахована з використанням однорідної Марковської моделі на основі розширення простору станів збігається, у межах похибки флуктацій, з кривою ймовірності появи n відмов $P_g(n)$ в об'єкті (рис. 3, крива 2, суцільна, маркер хрест) розрахованою на основі методу Монте-Карло. Якщо кількість реалізацій збільшувати, то амплітуда флуктацій і, відповідно, похибка буде зменшуватись, проте тривалість моделювання зростатиме. Крива імовірності появи n відмов (рис. 3, крива 1, суцільна потовщена) розрахована з використанням однорідної Марковської моделі на основі розширення простору станів має меншу дисперсію за криву імовірності появи n відмов (рис. 3, крива 3, пунктир, маркер трикутник) розрахованою на основі звичайної однорідної Марковської моделі ($D_1 = 137 < D_3 = 145$).

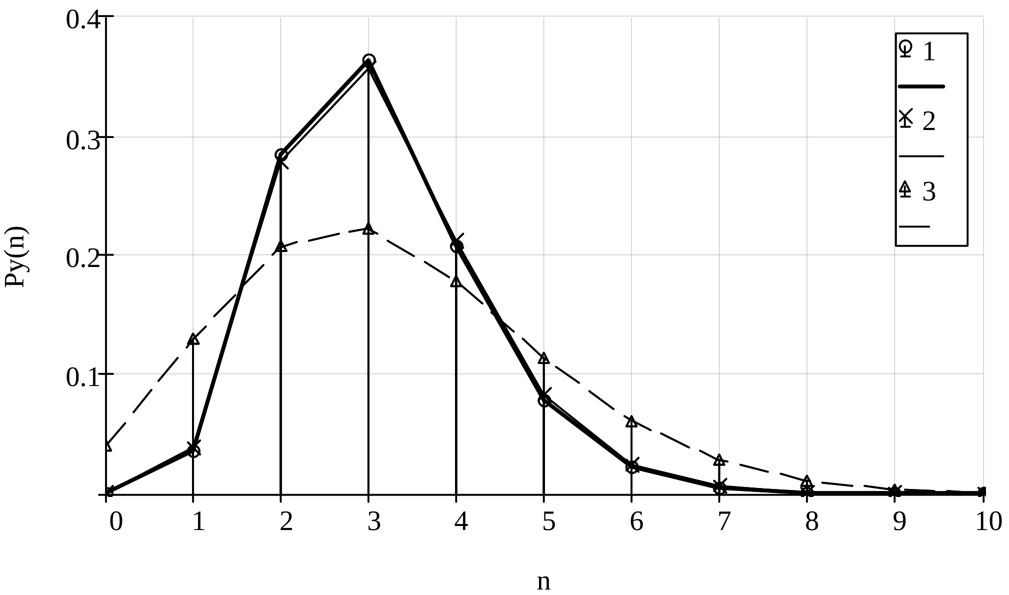

Рис. 3. Криві імовірності появи n *відмов для відновлюваного об'єкта без врахування тривалості відновлення*

Використовуючи функції $P_g(n)$, розраховані різними методами, визначаємо функцію $P_Г(n)$ на основі виразу (2). Отримана дискретна функція, наведена у таблиці, визначає залежність кількості запасних частин від довірчої імовірності. Для порівняння результатів у таблиці наведено ймовірності, отримані з використанням Марковської моделі на основі розширення простору станів та звичайної Марковської моделі надійності об'єкта.

Залежність кількості запасних частин від довірчої імовірності для одиничного відновлюваного об'єкта без врахування тривалості відновлення

Кількість запасних елементів, n	Імовірність, $P(n)$ (Марковська модель на основі розширення простору станів)	Імовірність, $\mathrm{P}(n)$ (звичайна Марковська модель)
0	0.00015	0.04042
1	0.03642	0.17011
2	0.32048	0.37815
3	0.68456	0.60065
4	0.89332	0.77911
5	0.97137	0.89363
6	0.99355	0.95487
7	0.99874	0.98294
8	0.99978	0.99419
9	0.99996	0.99820

Як очевидно із таблиці, застосування звичайної однорідної Марковської моделі порівняно з однорідною Марковською моделлю на основі розширення простору станів призводить до вибору завищеної кількості запасних частин. Отриману таблицю надалі використовують під час розв'язування задач логістики з оптимізації кількості запасних елементів на складі.

Висновки. Вдосконалено метод простору станів для розрахунку кількості запасних частин із заданою довірчою імовірністю, а саме: показано як перетворити циклічну розширену діаграму станів і переходів у циклічну діаграму та як отримані результати її обчислення застосувати для обчислення зазначеної характеристики. Для одинарного відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами складена відповідна однорідна Марковська модель надійності на основі розширення простору станів, та визначена, згідно з запропонованим підходом, залежність кількості запасних частин від довірчої імовірності. Для перевірки достовірності отриманих результатів сформована та обчислена модель надійності на основі методу Монте-Карло та звичайна однорідна Марковська модель надійності. Результати, отримані запропонованим методом, збігаються в межах допустимої похибки із результатами, отриманими альтернативними методами, що підтверджує коректність запропонованого підходу.

Основна відмінність описаного вище підходу полягає в тому, що для розрахунку кількості запасних частин відновлюваного об’єкта з миттєвими ремонтами використано однорідну Марковську модель на основі розширення простору станів, а саме: показаний ефективний спосіб перетворення такої моделі із циклічного типу у відповідну ациклічну. Цей підхід забезпечує високу точність та швидкість розрахунку цієї характеристики для об’єкта, напрацювання якого описується моделлю відмов, що відмінна від експоненціальної.

Подальші дослідження полягають у визначенні особливостей розрахунку залежності кількості запасних частин від довірчої імовірності для відновлюваних об’єктів, які мають скінченну тривалість ремонтів, а також для відновлюваних систем, які містять декілька елементів.

Стаття написана у межах проекту Ф25.4/024 конкурсу фундаментальних досліджень вищих навчальних закладів і фінансується за кошти державного бюджету.

1. Труханов В.М. Надежность технических систем типа подвижных установок на этапе проектирования и испытания опытных образцов. – М.: Машиностроение, 2003. – 320 с. 2. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др. / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с. 3. W en-Li Wang, Hemminger T.L., Mei-Huei Tang A Moving Average Non-Homogeneous Poisson Process Reliability Growth Model to Account for Software with Repair and System Structures // IEEE Transactions on Reliability. – 2007. – Vol. 56, No3. – P. 411–421. 4. Grottke M., Trivedi K.S. On a method for mending time to failure distributions / Proc. Int. Conf. “Dependable Systems and Networks” (DSN 2005). – 2005. – P. 560–569. 5. Hongzhou Wang, Hoang Pham. Reliability and optimal maintenance. – Springer-Verlag London Limited, 2006. – 345 p. 6. Lozynsky O.Yu., Shcherbovskykh S.V., Stefanchuk Kh.M. Spare Parts Amount Calculation for Park of Restorable Electromechanical Items / Proc. Int. Workshop “Computational Problems of Electrical Engineering” (CPEE’2006). – 2006. – P. 203–204. 7. Marseguerra M., Zio E. Basics of the Monte-Carlo Method with Application to System Reliability. – Hagen: Germany, 2002. – 141 p. 8. Волочій Б.Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2004. – 220 с. 9. Дружинин Г.В. Надёжность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с. 10. Райншке К., Ушаков И.А. Оценка надежности систем с использованием графов / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с. 11. Лозинський О.Ю., Щербовських С.В. Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об’єктів на основі розширення простору станів // Вісн. Нац. техн. ун-ту “Харківський політехнічний інститут”. – 2005. – № 45. – С. 77–81. 12. Лозинський О.Ю, Щербовських С.В. Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об’єктів // Відбір і обробка інформації. – 2004. – № 21. – С. 17–22.