

Величини складових сил навантаження компресора залежать від відносного простору  $\varepsilon$ , ступеня стиску  $p_r/p_a$  та від характеристичних факторів клапанів.

**Висновки.** Застосування електромагнітного віброзбудника для приводу компресора накладає деякі обов'язкові вимоги до його конструкції у зв'язку з порівняно малою амплітудою коливань і високими швидкостями руху поршня: а) “мертвий простір” циліндра має бути мінімально можливим для досягнення у ньому достатнього тиску подавання, інакше компресор працює без нагнітання; б) для уникнення резонансних коливань клапанів, які збільшують втрати тиску, вони повинні мати дуже малу інерційність.

*Повідайло В. Вібраційні процеси та обладнання: Навч. посібник. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2004. – 248 с.*  
*2. Вібрації в техніке: Справочник: В 6 т. Т. 4: Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела. – М.: Машиностроение, 1981. – 509 с.*  
*3. Герц Е.В. Динамика пневматических систем машин. – М.: Машиностроение, 1985, 256 с.*  
*4. Васильченко В.А. Гидравлическое оборудование мобильных машин: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 301 с.*

УДК 621. 3.01

**І.А. Вікович, Х.А. Висоцька**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра транспортних технологій

## **АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ПЕРЕМОТУВАЛЬНІЙ МАШИНІ ТЕКСТИЛЮ ВІДКРИТОГО ТИПУ З БАГАТООПОРНИМИ РОЗПРАВЛЯЮЧИМИ ВАЛКАМИ**

© Вікович І.А., Висоцька Х.А., 2008

**Виконано аналіз динамічних процесів у перемотувальній машині текстилю відкритого типу з багатоопорними розправляючими валками. Знайдено резонансні частоти поздовжніх і поперечних коливань стрічки тканини під час перемотування.**

**The analysis of dynamic processes is conducted in a rewinding machine to textile of the opened type from much straightening persistent we by fellings. Resonance frequencies of longitudinal and transversal vibrations of ribbon of fabric are found during rewinding.**

Перемотувальні машини поширені в різних галузях промисловості як допоміжні, що застосовуються на підготовчих операціях перемотувальних довгомірних тонких матеріалів, без яких неможливий подальший технологічний процес до подальшої їх переробки.

Підвищення швидкості перемотування тканини призводить до деякого зростання вібрації рухомих елементів цієї машини, що негативно позначається на якості намотаних рулонів. Зокрема, з'являються невеликі складки в рулонах тканини, переважно на початку запуску роботи перемотувальної машини [2]. Це пов'язано насамперед з деякою некруглістю сувоїв внаслідок неякісного намотування та деформацією їх під час зберігання на складах, з характеристикою електродвигуна, а також з недостатньою можливістю гальмівного механізму миттєво реагувати на зміни натягу тканини.

Некруглість сувоїв тканини зумовлює ексцентриситет, який є однією з основних причин коливальних процесів у цих машинах під час встановленого режиму роботи.

Для покращання якості намотаних сувоїв тканини у намотувальній машині текстилю відкритого типу переважно збільшують кількість допоміжних опорних розправляючих валків.

Принципову розрахункову схему для аналізу динамічних процесів у перемотувальній машині текстилю відкритого типу з багатоопорними “ $n$ ” розправляючими валками можна подати у вигляді, яка показана на рис. 1.

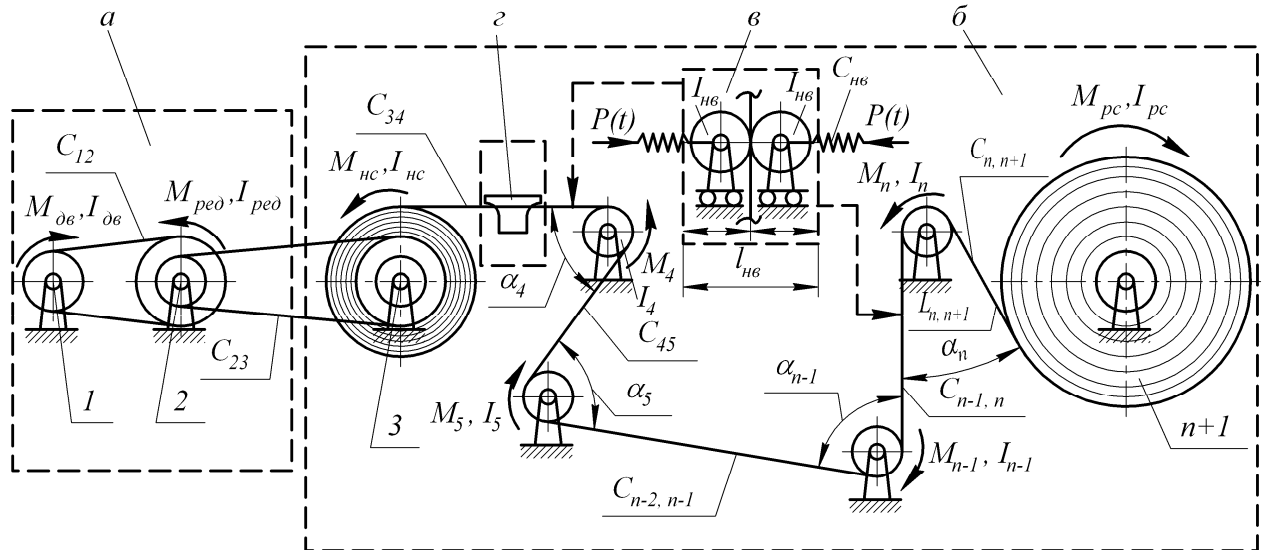


Рис. 1. Принципова розрахункова схема перемотувальній машині текстилю відкритого типу з багатоопорними “ $n$ ” розправляючими валками

Розрахункова схема перемотувальній машині текстилю відкритого типу, яка показана на рис. 1, подана у вигляді окремих блоків  $a$ ,  $б$ ,  $в$  і  $г$ , де:  $a$  – блок електропривода із системою автоматичного регулювання кутової швидкості електродвигуна (1 – електродвигун, 2 – редуктор та пасові передачі);  $б$  – система багатоопорних “ $n$ ” розправляючих валків у сукупності відповідно з намотувальним 3 і розмотувальним  $n-1$  сувоями тканини;  $в$  – два спарені натяжні розправляючі валки, які для вирівнювання тканини періодично вмикаються і вимикаються під час перемотування тканини;  $г$  – лазерно-електро-механічно-важільна система керування натяжними розправляючими валками з давачем автоматичного керування.

Перемотувальну машину текстилю відкритого типу з багатоопорними “ $n$ ” розправляючими валками можна розглядати у вигляді дискретно-континуальної моделі.

Моделюючи перемотувальну машину текстилю відкритого типу у вигляді дискретної механічної системи, нехтуємо при цьому розподіленою масою тканини у прольотах. Для аналізу динамічних процесів у цій перемотувальній машині застосуємо рівняння Лагранжа другого роду у вигляді [1]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j=1 \dots n+1). \quad (1)$$

де  $\Pi$  і  $T$  – кінетична і потенціальна енергія системи;  $\Phi$  – функція розсіяння Релея;  $q_j$  –  $j$ -та узагальнена координата;  $Q_j$  – узагальнена сила, яка відповідає  $j$ -й узагальненій координаті. За узагальнені координати вибираємо кутові переміщення обертових частин перемотувальній машині:  $\varphi_{\delta в}$  і  $\varphi_{ред}$  – кути повороту вала електродвигуна і вихідного вала редуктора;  $\varphi_{нс}$  і  $\varphi_{пс}$  – відповідно кути повороту намотувального і розмотувального сувоїв;  $\varphi_{jв}$  – кути повороту опорних розправляючих валків ( $j = 1, 2 \dots n$ ,  $n$  – кількість валків);  $\varphi_{нв}$  – кути повороту натяжних валків; моменти інерції обертових частин перемотувальній машині є:  $I_{\delta в}$  і  $I_{ред}$  – моменти інерції вала електродвигуна і зведений момент інерції обертових частин редуктора;  $I_{нс}$  і  $I_{пс}$  – моменти інерції відповідно намотувального і розмотувального сувоїв  $I_{нс} = I_{нсa}(1 + \alpha_{нс}\varphi_{нс})$  і  $I_{пс} = I_{псa}(1 - \alpha_{пс}\varphi_{пс})$ ,

$I_{nc\Pi} = m_{nc\Pi} r_{pc\Pi}^2$ ,  $I_{pc\Pi} = m_{pc\Pi} r_{pc\Pi}^2$  – відповідно початкові моменти інерції, маси, радіуси та коефіцієнти  $\alpha...$  намотувальних і розмотувальних сувоїв;  $I_{j\epsilon}$  – моменти інерції опорних розправляючих валків ( $I_{j\epsilon} = m_{j\epsilon} r_{j\epsilon}^2$ , де  $m_{j\epsilon}$  і  $r_{j\epsilon}$  – маси і радіуси валків,  $j = 1, 2, \dots, n$ );  $I_{нв} = m_{нв} r_{нв}^2$  – моменти інерції натяжних валків.

Запишемо кінетичну енергію системи у вигляді

$$T = \sum_{j=1}^n T_j = T_{\delta\epsilon} + T_{ред} + T_{nc} + T_{pc} + T_{j\epsilon} + T_{нв}, \quad (j=1, 2, \dots, n+1), \quad (2)$$

де  $T_{\delta\epsilon} = \frac{1}{2} I_{\delta\epsilon} \dot{\varphi}_{\delta\epsilon}^2$  – кінетична енергія обертових частин електродвигуна;  $T_{ред} = \frac{1}{2} I_{ред} \dot{\varphi}_{ред}^2$  – кінетична енергія обертових частин редуктора;  $T_{nc} = \frac{1}{2} I_{nc} \dot{\varphi}_{nc}^2 = \frac{1}{2} I_{nc\Pi} (1 + \alpha_{nc} \varphi_{nc}) \dot{\varphi}_{nc}^2$  – кінетична енергія намотувального сувою;  $T_{pc} = \frac{1}{2} I_{pc} \dot{\varphi}_{pc}^2 = \frac{1}{2} I_{pc\Pi} (1 - \alpha_{pc} \varphi_{pc}) \dot{\varphi}_{pc}^2$  – кінетична енергія розмотувального сувою;  $T_{j\epsilon} = \frac{1}{2} I_{j\epsilon} \dot{\varphi}_{j\epsilon}^2$  – кінетична енергія опорних розправляючих валків;  $T_{нв} = \frac{1}{2} 2 I_{нв} \dot{\varphi}_{нв}^2$  – кінетична енергія натяжних валків.

Запишемо потенціальну енергію системи у такому вигляді:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} c_j r_j (r_{j-1} \varphi_{j-1} - r_j \varphi_j)^2 = \Pi_{\delta\epsilon} + \Pi_{ред} + \Pi_{nc} + \Pi_{j\epsilon} + \Pi_{pc} + \Pi_{нв}, \quad (3)$$

де  $\Pi_{\delta\epsilon} = \frac{1}{2} c_{12} r_{\delta\epsilon} (r_{\delta\epsilon} \varphi_{\delta\epsilon} - r'_{ред} \varphi_{ред})^2$  – потенціальна енергія електродвигуна і пасової передачі ( $c_{12}$  – зведений коефіцієнт жорсткості електродвигун–пасова передача–редуктор;  $r_{\delta\epsilon}$ ,  $r'_{ред}$ ,  $\varphi_{\delta\epsilon}$ ,  $\varphi_{ред}$  – відповідно радіуси вала електродвигуна і вхідного вала редуктора та кути їх повороту);  $\Pi_{ред} = \frac{1}{2} c_{12} r'_{ред} (r_{\delta\epsilon} \varphi_{\delta\epsilon} - r'_{ред} \varphi_{ред})^2 + c_{23} r_{ред}'' (r_{\delta\epsilon} \varphi_{\delta\epsilon} - r'_{nc} \varphi_{nc})^2$  – потенціальна енергія редуктора та пасової передачі редуктор–намотувальний сувій тканини ( $c_{23}$  – зведений коефіцієнт жорсткості–редуктор–намотувальний сувій;  $r'_{ред}$  – радіус вихідного вала редуктора;  $r_3''$  – радіус привідного вала намотувального сувою);  $\Pi_{nc} = \frac{1}{2} \{ c_{23} r'_{nc} (r_{ред}'' \varphi_{ред} - r'_{nc} \varphi_{nc})^2 + c_{34} r_{nc\Pi} (1 + \beta_{nc} \varphi_{nc}) \cdot [r_{nc\Pi} \varphi_{nc} (1 + \beta_{nc} \varphi_{nc}) - r_4 \varphi_4]^2 \}$  – потенціальна енергія намотувального сувою ( $r'_{nc}$  – радіус намотувального сувою на початку намотування;  $\beta_{nc}$  – коефіцієнт, який враховує зміну радіуса намотувального сувою під час намотування тканини;  $r_4$ ,  $\varphi_{nc}$  – радіус і кут повороту опорного розправляючого валка номером чотири);  $\Pi_{j\epsilon} = \frac{1}{2} \{ -c_{34} r_{nc\Pi} (1 + \beta_{nc} \varphi_{nc}) \cdot [r_{nc\Pi} \varphi_{nc} (1 + \beta_{nc} \varphi_{nc}) - r_4 \varphi_4]^2 + c_{j-1} r_j (r_{j-1} \varphi_{j-1} - r_j \varphi_j)^2 + c_{j,j} + r_j (r_j \varphi_j - r_{j+1} \varphi_{j+1})^2 + c_{n,n+1} r_n [r_n \varphi_n - r_{pc\Pi} \varphi_{pc} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc})]^2 \}$  – потенціальна енергія опорних розправляючих валків ( $j = 1, 2, \dots, n+1$  – індекс, який відповідає відповідно  $j$ -му опорному розправляючому валку, а  $c_j$ ,  $r_j$ ,  $r_n$  та  $\varphi_j$  і  $\varphi_n$  – відповідно зведені коефіцієнти жорсткості тканини і радіуси опорних розправляючих  $j$ -х і  $n$ -го валків та кути повороту  $j$ -го і  $n$ -го валків;  $r_{pc\Pi}$  – початковий радіус розмотувального сувою тканини;  $\beta_{pc}$  – коефіцієнт, який враховує зміну радіуса розмотувального сувою під час розмотування тканини);  $\Pi_{pc} = \frac{1}{2} \{ -c_{n,n+1} r_{pc\Pi} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc}) \times$

$\times [r_n \dot{\varphi}_n - r_{pc\Pi} \dot{\varphi}_{pc} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc})]^2$  – потенціальна енергія розмотувального сувою тканини;  
 $\Pi_{нв} = \frac{1}{2} \left\{ -c_{n-1,n} r_{r-1} \cdot \left[ (r_{n-1} \dot{\varphi}_{n-1} + r_{нв} \dot{\varphi}_{нв} \sin \frac{3}{4} (\varphi_{n-1} - \varphi_n) - r_n \dot{\varphi}_n) \right]^2 \right\}$  – потенціальна енергія натяжних

валків ( $r_{нв}$  і  $\varphi_{нв}$  – радіуси і кути повороту натяжних валків).

Запишемо функцію розсіяння Релея у вигляді

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} k_j r_j (r_{j-1} \dot{\varphi}_{j-1} - r_j \dot{\varphi}_j)^2 = \Phi_{\text{дв}} + \Phi_{\text{ред}} + \Phi_{\text{нс}} + \Phi_{\text{жв}} + \Phi_{\text{рс}} + \Phi_{\text{нв}}, \quad (4)$$

де  $\Phi_{\text{дв}} = \frac{1}{2} k_{12} r_{\text{дв}} (r_{\text{дв}} \dot{\varphi}_{\text{дв}} - r'_{\text{ред}} \dot{\varphi}_{\text{ред}})^2$  – функція розсіяння Релея для електродвигуна і пасової передачі  $\dot{\varphi}_{\text{дв}}$  і  $\dot{\varphi}_{\text{ред}}$  – кутові швидкості електродвигуна і редуктора;  $k_{12}$  – зведений коефіцієнт демпфування, пропорційний кутовій швидкості руху тканини;  $\Phi_{\text{ред}} = \frac{1}{2} k_{12} r'_{\text{ред}} (r_{\text{дв}} \dot{\varphi}_{\text{дв}} - r'_{\text{ред}} \dot{\varphi}_{\text{ред}})^2 + k_{23} r''_{\text{ред}} (r''_{\text{ред}} \dot{\varphi}_{\text{ред}} - r'_{\text{нс}} \dot{\varphi}_{\text{нс}})^2$  – функція розсіяння Релея для редуктора та пасової передачі редуктора – намотувальний сувій тканини ( $\dot{\varphi}_{\text{нс}}$  – кутова швидкість намотувального сувою;  $k_{23}$  – зведений коефіцієнт демпфірування системи двигун–редуктор–пасова передача);  $\Phi_{\text{нс}} = \frac{1}{2} \{ k_{23} r'_{\text{нс}} (r''_{\text{ред}} \dot{\varphi}_{\text{ред}} - r'_{\text{нс}} \dot{\varphi}_{\text{нс}})^2 + k_{34} r'_{\text{нс\Pi}} (1 + \beta_{\text{нс}} \varphi_{\text{нс}}) \cdot [r_{\text{нс\Pi}} \dot{\varphi}_{\text{нс}} (1 + \beta_{\text{нс}} \varphi_{\text{нс}}) - r_4 \dot{\varphi}_4]^2$  – функція розсіяння Релея намотувального сувою тканини ( $k_{34}$  – зведений коефіцієнт демпфірування тканини);  $\Phi_{\text{жв}} = \frac{1}{2} \{ -k_{34} r'_{\text{нс\Pi}} (1 + \beta_{\text{нс}} \varphi_{\text{нс}}) \times [r_{\text{нс\Pi}} \dot{\varphi}_{\text{нс}} (1 + \beta_{\text{нс}} \varphi_{\text{нс}}) - r_4 \dot{\varphi}_4]^2 + k_{j-1,j} r_j (r_{j-1} \dot{\varphi}_{j-1} - r_j \dot{\varphi}_j)^2 + k_{j,j+1} r_j (r_j \dot{\varphi}_j - r_{j+1} \dot{\varphi}_{j+1})^2 + k_{n,n+1} r_n \times [r_n \dot{\varphi}_n - r_{pc\Pi} \dot{\varphi}_{pc} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc})]^2$  – функція розсіяння Релея опорних розпрямляючих валків ( $k_{j-1,j}$ ;  $k_{j,jn}$ ;  $k_{n,n+1}$ ;  $k_{n,n+1}$ ;  $\dot{\varphi}_{j-1}$ ;  $\dot{\varphi}_j$ ;  $\dot{\varphi}_{j+1}$ ;  $\dot{\varphi}_n$ ;  $\dot{\varphi}_{pc}$  – відповідно коефіцієнти демпфування тканини на ділянках  $j-1, j$ ;  $j, j+1$ ;  $n, n+1$  та кутові швидкості повороту опорних розпрямляючих валків);  $\Phi_{\text{рс}} = \frac{1}{2} \{ -k_{n,n+1} r_{pc\Pi} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc}) \cdot [(r_n \dot{\varphi}_n - r_{pc\Pi} \dot{\varphi}_{pc} (1 - \beta_{pc} \varphi_{pc}))]^2 \}$  – функція розсіяння Релея розмотувального сувою тканини ( $k_{n,n+1}$  – зведений коефіцієнт демпфування розмотувального сувою тканини на ділянці  $n, n+1$ );  $\Phi_{\text{нв}} = \frac{1}{2} \{ k_{n-1,n} r_{m-1} \cdot [(r_{n-1} \dot{\varphi}_{n-1} + r_{нв} \dot{\varphi}_{нв} \sin \frac{3}{4} (\varphi_{n-1} - \varphi_n) - k_n \dot{\varphi}_n]^2 \}$  – функція розсіяння Релея натяжних валків.

Узагальненими силами є момент електродвигуна намотувальної машини текстилю відкритого типу, моменти опору гальм та сила  $P(t)$ , яка прикладена до натяжних розпрямних валків і сила пружності пружини  $P_{нв}$ .

Запишемо узагальнену силу для усієї системи у такому вигляді:

$$Q_j = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{\delta A_j}{\delta \varphi_j} = Q_{\text{дв}} + Q_{\text{ред}} + Q_{\text{нс}} + Q_{\text{жв}} + Q_{\text{рс}} + Q_{\text{нв}}, \quad (5)$$

де  $Q_{\text{дв}} = M_{\text{дв}}(\dot{\varphi}_{\text{дв}})$  – узагальнена сила, яка відповідає моментові на валу електродвигуна;

$Q_{\text{ред}} = M_{\text{ред}}(\dot{\varphi}_{\text{ред}})$  – узагальнена сила, яка відповідає моментові на вихідному валу редуктора;

$M_{ред}(\dot{\varphi}_{ред}) = M_{дв}(\dot{\varphi}_{дв})u$ ; ( $u$  – передаточне число редуктора);  $Q_{нс} = \frac{M_j}{e^{f\alpha_{3,j}}} + M_{нс}\sigma_0(\dot{\varphi}_{нс})$  – узагальнена сила намотувального сувою тканини ( $f$  – коефіцієнт тертя стрічки тканини;  $\alpha_{3,j}$  – кут охоплення попереднього опорного розпрямного валка;  $M_j$  – момент опору  $j$ -го розпрямного валка;  $M_{нс}$  – момент опору намотувального сувою тканини;  $\sigma_0$  – символ функції Хевісайда);  $Q_{jв} = \frac{M_{pc}}{e^{f\alpha_{n,n+1}}} + M_{jв}\sigma_0(\dot{\varphi}_{jв})$  – узагальнена сила опорних розпрямних валків ( $M_{pc}$  – момент опору розмотувального сувою тканини;  $\alpha_{n,n+1}$  – кут охоплення опорних розпрямних валків);  $Q_{pc} = M_{pc}\sigma_0(\dot{\varphi}_{pc})$  – узагальнена сила розмотувального сувою тканини;  $Q_{нв} = P(t)fr_{нв}$  – узагальнена сила натягувальних валків ( $P(t) = P_0 \sin^{3/4}(\varphi_{n-1} - \varphi_n)$ ;  $P_0$  – величина сили притискання натягувальних валків,  $P_0f \geq c_{n-1,n}(r_{n-1}\varphi_{n-1} - r_n\varphi_n)$ ).

Узявши частинні похідні від рівнянь кінетичної, потенціальної енергій та функцій розсіяння Релея за узагальненими координатами  $q_i$  і їх швидкостями  $\dot{q}_j$  та підставивши їх, разом з виразами для узагальнених сил, у рівняння Лагранжа другого роду одержимо систему нелінійних диференціальних рівнянь, які описують динамічні процеси у перемотувальній машині текстилю відкритого типу з “ $n$ ” розправними валками:

$$\begin{aligned}
 & I_{дв}\ddot{\varphi}_{дв} + c_{12}r'_{ред}(r_{дв}\varphi_{дв} - r'_{ред}\varphi_{ред}) + k_{12}r'_{ред}(r_{дв}\dot{\varphi}_{дв} - r'_{ред}\dot{\varphi}_{ред}) = M_{дв}(\dot{\varphi}_{дв}); \\
 & I_{ред}\ddot{\varphi}_{ред} + c_{12}r'_{ред}(r_{дв}\varphi_{дв} - r'_{ред}\varphi_{ред}) + c_{23}r''_{ред}(r''_{ред}\varphi_{ред} - r'_{нс}\dot{\varphi}_{нс}) = M_{ред}(\dot{\varphi}_{нс}); \\
 & I_{нс\Pi}(1 + \alpha_{нс}\varphi_{нс})\ddot{\varphi}_{нс} + \frac{1}{2}I_{нс\Pi}\alpha_{нс}\dot{\varphi}_{нс}^2 - c_{23}r'_{нс}(r''_{ред}\varphi_{ред} - r'_{нс}\varphi_{нс}) + c_{34}r'_{нс\Pi}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) \cdot \\
 & \quad \cdot [r_{нс\Pi}\varphi_{нс}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) - r_4\varphi_4] - k_{23}r'_{нс}(r''_{ред}\dot{\varphi}_{ред} - r'_{нс}\dot{\varphi}_{нс}) + k_{34}r'_{нс\Pi} \cdot \\
 & \quad \cdot [r_{нс\Pi}\dot{\varphi}_{нс}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) - r_4\varphi_4] = \frac{M_{jв}}{e^{f\alpha_{3,j}}} + M_{нс}\sigma_0(\dot{\varphi}_{нс}); \\
 & I_{jв}\ddot{\varphi}_{jв} - c_{34}r_{нс\Pi}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) \cdot [r_{нс\Pi}\varphi_{нс}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) - r_4\varphi_4] + c_{j-1,j}r_j(r_{j-1}\varphi_{j-1} - r_j\varphi_j) + \\
 & + c_{j,j+1}r_j(r_j\varphi_j - r_{j+1}\varphi_{j+1}) + c_{n,n+1}r_n[r_n\varphi_n - r_{pc\Pi}\varphi_{pc}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc})] - k_{34}r_{нс\Pi}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) \cdot \\
 & \cdot [r_{нс\Pi}\dot{\varphi}_{нс}(1 + \beta_{нс}\varphi_{нс}) - r_4\varphi_4] + k_{j-1,j}r_j(r_{j-1}\dot{\varphi}_{j-1} - r_j\dot{\varphi}_j) + k_{j,j+1}r_j(r_j\dot{\varphi}_j - r_{j+1}\dot{\varphi}_{j+1}) + \\
 & + k_{n,n+1}r_n[r_n\dot{\varphi}_n - r_{pc\Pi}\dot{\varphi}_{pc}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc})] = \frac{M_{pc}}{e^{f\alpha_{m,m+1}}} + M_{jв}\sigma_0(\dot{\varphi}_{jв}); \\
 & I_{pc\Pi}(1 - \alpha_{pc}\varphi_{pc})\ddot{\varphi}_{pc} + \frac{1}{2}I_{pc\Pi}\alpha_{pc}\dot{\varphi}_{pc}^2 - c_{n,n+1}r_{pc\Pi}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc}) \cdot \\
 & [r_n\varphi_n - r_{pc\Pi}\varphi_{pc}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc}) - k_{n,n+1}r_{pc\Pi}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc})][r_n\dot{\varphi}_n - r_{pc\Pi}\dot{\varphi}_{pc}(1 - \beta_{pc}\varphi_{pc})] = M_{pc}\sigma_0(\dot{\varphi}_{pc}); \\
 & 2I_{нв}\ddot{\varphi} + c_{n-1,n}r_{n-1}[r_{n-1}\varphi_{n-1} + r_{нв}\varphi_{нв}\sin^{3/4}(\varphi_{n-1} - \varphi_n) - r_n\varphi_n] + \\
 & + k_{n-1,n}r_{n-1}[r_{n-1}\dot{\varphi}_{n-1} + r_{нв}\dot{\varphi}_{нв}\sin^{3/4}(\dot{\varphi}_{n-1} - \dot{\varphi}_n) - r_n\dot{\varphi}_n] = P(t)fr_{нв}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Переважно первинне змотування тканини у сувої під час виготовлення є нерівномірним. Часто такі сувої намотують з ексцентриситетом, який збільшується внаслідок зберігання сувоїв тканини на складах [3].

Для деяких технологічних процесів для виготовлення готової продукції виникає потреба в якісному, рівномірному, без складок тканини, намотуванні сувоїв. Тому під час перемотування сувоїв з ексцентриситетом  $e_{pc}$  необхідно враховувати вплив збурення, зумовленого ексцентриситетом, на динамічні процеси у перемотувальній машині текстилю відкритого типу.

На нерівномірний рух стрічки текстилю під час перемотування накладаються коливання двох видів: поздовжні і поперечні.

Спочатку виконаємо аналіз поздовжніх коливань стрічки тканини на перемотувальній машині текстилю відкритого типу на ділянці  $n, n+1$ . Для першого наближення, знехтуємо розсіянням енергії в матеріалі тканини  $\bar{\Phi}(u)$ , а збурення, зумовлене рівномірним розподіленим навантаженням  $Q_0$  замінимо збуренням, зумовленим ексцентриситетом  $v_{pc} \cos v_0 t$ . Тоді рівняння поздовжніх коливань тканини під час перемотування з урахуванням постійної швидкості руху подамо у вигляді

$$V_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2V_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (7)$$

Вплив збурень, зумовлених ексцентриситетом, на поздовжні коливання стрічки тканини під час перемотування врахуємо в крайових умовах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_n(x,t)}{\partial t} + V_0 \frac{\partial u_n(x,t)}{\partial t} \Big|_{x=l_{n+1}} &= v_0 e_{pc} \cos v_0 t; \\ \frac{J_{pc}}{r_{pc\Pi}} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_n}{\partial t} + V_0 \frac{\partial u_n}{\partial x} \right) \Big|_{x=l_n} &= EF_0 \frac{\partial u_n}{\partial x} \Big|_{x=l_n}, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $E$  – модуль пружності тканини;  $F_0$  – площа поперечного перерізу тканини.

Розв'язок рівняння (7) шукаємо у комплексній формі

$$u_n(x,t) = \text{Re} \left\{ f(x) e^{i v_0 t} \right\}, \quad (9)$$

$$f(x) = f_1(x) \cos v_0 t + f_2(x) \sin v_0 t. \quad (10)$$

З рівняння (7) знаходимо

$$f(x) = f_1(x) + i f_2(x) = A_1 e^{i \lambda_1 x} + A_2 e^{-i \lambda_2 x}, \quad (11)$$

де  $\lambda_1 = \frac{v_0}{c + V_0}$ ;  $\lambda_2 = \frac{v_0}{c - V_0}$ ;  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  – швидкість звуку в матеріалі тканини.

Граничні умови (8) з урахуванням (11) одержимо у вигляді

$$\begin{aligned} u f'(e) - i \omega_0 f(e) &= e_{pc} \omega_0; \\ - \frac{J_{pc}}{r_{pc\Pi}^2 EF} \left[ \omega_0^2 f(0) + i \omega_0 V f'(0) \right] &= f'(0). \end{aligned} \quad (12)$$

Підставимо (11) у (12) і після перетворень одержимо

$$\begin{aligned} A_1 [i \lambda_1 V_0 - \omega_0] e^{i \lambda_1 t} + A_2 [-i \lambda_2 V_0 - v_0] e^{-i \lambda_2 t} &= e_{pc} v_0; \\ \frac{J_{pc} \omega_0}{r_{pc\Pi} EF} [\lambda_0 (A_1 + A_2) + i V (i A_1 \lambda_1 - i A_2 \lambda_2)] &= i A_1 \lambda_1 - i A_2 \lambda_2; \\ -i v_0 \frac{c}{c + V_0} A_1 e^{i \lambda_1 t} + i v_0 \frac{c}{c - V_0} A_2 e^{-i \lambda_2 t} &= e_{pc} v_0; \\ - \left( \frac{J_{pc} v_0}{r_{pc\Pi}^2 EF} \frac{c v_0}{c + V_0} + i \frac{v_0}{c + V_0} \right) A_1 - \left( \frac{J_{pc} v_0}{r_{pc\Pi}^2 EF} \frac{c v_0}{c - V_0} - i \frac{v_0}{c - V_0} \right) A_2 &= 0. \end{aligned}$$

Спростимо попередні рівняння. Для цього зробимо заміну, позначивши

$$A'_1 = \frac{c A_1}{c + V_0}; \quad A'_2 = \frac{c A_2}{c - V_0}; \quad (13)$$

тоді одержимо

$$\begin{aligned} A'_1 e^{i \lambda_1 t} + A'_2 e^{-i \lambda_2 t} &= e_{pc} i; \\ \left( \frac{J_{pc} v_0 c}{r_{pc\Pi}^2 EF} + i \right) A'_1 + \left( \frac{J_{pc} v_0 c}{r_{pc\Pi}^2 EF} - i \right) A'_2 &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Введемо заміну

$$A = \frac{J_{pc} v_0 c}{r_{pcII}^2 EF}. \quad (15)$$

Для розв'язання системи (14) застосуємо правило Крамера.

Тоді система (14) набуде вигляду

$$\begin{aligned} A'_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1}{\varphi(v_0)} \frac{e_{pc} i(A-i)}{2i} e^{i \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n} = \frac{e_{pc}}{2\varphi(v_0)} \left[ \left( A \cos \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n + \sin \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n \right) + \right. \\ &\quad \left. i \left( A \sin \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n - \cos \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n \right) \right]; \\ A'_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{\varphi(\omega_0)} \frac{-e_{pc} i(A+i)}{2i} e^{i \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n} = \frac{e_{pc}}{2\varphi(v_0)} \left[ \left( -A \cos \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n + \sin \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n \right) + \right. \\ &\quad \left. i \left( -A \sin \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n - \cos \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n \right) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$\varphi(v_0) = A \sin \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n - \cos \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} l_n.$$

Знаходження зміни натягу  $\Delta N$  тканини біля розмотувального сувою, який виникає внаслідок коливань, і який є найважливішим результатом розв'язання поставленої задачі:

$$\Delta N = EF \frac{\partial u_n}{\partial x} \Big|_{x=l_n} = \text{Re} \left[ EF f'(e) e^{-i v_0 t} \right] = \text{Re} \left[ EF e^{-i v_0 t} (i \lambda_1 A_1 e^{i \lambda_1 t} - i \lambda_2 A_2 e^{i \lambda_2 t}) \right]. \quad (17)$$

На основі рівнянь (9)–(12) одержимо

$$A_1 \lambda_1 = \frac{v_0}{c} A'_1; \quad A_2 \lambda_2 = \frac{v_0}{c} A'_2. \quad (18)$$

Отже, рівняння (17) з урахуванням (18) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \Delta N &= \text{Re} \left[ EF \frac{i v_0}{c} e^{-i v_0 t} (A'_1 e^{i \lambda_1 t} - A'_2 e^{-i \lambda_2 t}) \right] = \\ &= C_1 \cos v_0 t + C_2 \sin v_0 t = N_c \cos(v_0 t + \beta), \end{aligned} \quad (20)$$

де

$$N_c = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}.$$

З рівняння (20) знайдемо  $C_1$ ,  $C_2$  і  $N_c$ :

$$C_1 = -EF \frac{v_0}{c} J_m (A'_1 e^{i \lambda_1 t} - A'_2 e^{-i \lambda_2 t}), \quad (21)$$

$$C_2 = EF \frac{v_0}{c} \text{Re} (A'_1 e^{i \lambda_1 t} - A'_2 e^{-i \lambda_2 t}), \quad (22)$$

$$N_c = EF \frac{v_0}{c} |A'_1 e^{i \lambda_1 t} - A'_2 e^{-i \lambda_2 t}|. \quad (23)$$

Виконавши низку перетворень для  $N_c$  як було зроблено у (16), одержимо

$$N_c = \frac{EF v_0 e_{pc}}{c} \left[ \frac{A \cos \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} l_n - \cos \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} l_n}{A \sin \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} l_n - \cos \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} l_n} \right]. \quad (24)$$

Ураховуючи, що швидкість руху тканини  $V_0$  дуже мала порівняно із швидкістю звуку у тканині  $\left(\left(\frac{V_0}{c}\right)^2 \ll 1\right)$ , а також з урахуванням (13), (14) і (15), запишемо

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c+V_0} + \frac{v_0}{c-V_0} \right) = \frac{c v_0}{c^2 - V^2} \approx \frac{v_0}{c}.$$

$$N_c = \frac{EF \omega_0 e_{pc}}{c} \left[ \frac{v_c \cos \omega_c + \mu \sin v_c}{\omega_c \sin \omega_c - \mu \cos \omega_c} \right], \quad (25)$$

де

$$v_c = \frac{v_0 l_n}{c}; \quad (26)$$

$$\mu = \frac{m_0 r_{pc\Pi}^2}{J_{pc}}, \quad (27)$$

$m_0 = \rho F l_n$  – маса тканини завдовжки  $l_n$ .

Ураховуючи, що  $\sin v_c = v_c = \frac{v_c^3}{2!} + \dots \approx v_c$ , а  $\cos v_c = 1 - \frac{1}{2} v_c^2 + \dots \approx 1$ , то рівняння (25) запишемо у вигляді

$$N_c = EF \frac{e_{pc}}{l_n} \frac{v_c (1 + \mu v_c)}{|v_c^2 - \mu|} \quad (28)$$

З рівняння (28) випливає, що під час повільного перемотування тканини динамічна складова натягу зростає пропорційно квадрату  $v_c^2$ , тобто квадрату кутової швидкості  $v_0$  відповідно з виразом (26).

Отже, наближено величину  $N_c$  можна подати у вигляді

$$N_c \approx EF \frac{e_{pc}}{l_n} \cdot \frac{v_c^2}{\mu}; \quad (29)$$

Ураховуючи, що  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  та вирази (26) і (27), рівняння (29) запишемо у вигляді

$$N_c = \frac{e_{pc} v_0^2 J_{pc}}{r_{pc\Pi}^2}; \quad (30)$$

де  $v_{pc\Pi}$  – початковий радіус розмотувального сувою тканини.

Резонансну частоту поздовжніх коливань стрічки на початковій стадії розмотування матеріалу тканини можна визначити подібно як визначають частоту коливань будь-якої механічної системи, а саме:

$$v_{рез} = \sqrt{\frac{c_c}{m_{pc\Pi}}}, \quad (31)$$

де  $c_c = \frac{EF}{l_n}$  – поздовжня жорсткість перемотувальної тканини;  $m_{pc\Pi} = \frac{J_{pc}}{r_{pc\Pi}^2}$  – зведена початкова маса розмотувального сувою.

Для аналізу динамічних процесів у перемотувальній машині текстилю відкритого типу і резонансного режиму коливань рухомої стрічки тканини під час перемотування знайдемо зміну натягу величини  $N_c$  під час коливань, підставивши (31) у (30)

$$N_{c\infty} = \frac{EF}{l_n} e_{pc} = c_c e_{pc}. \quad (32)$$



Вираз (32) вказує на те, що величина зміни натягу  $C$  під час коливань пропорційна жорсткості стрічки тканини і ексцентриситету  $e_{pc}$  розмотувального сувою.

Під час намотування резонансна частота  $\nu_{pez}$  повільно зростає із зменшенням зведеної маси розмотувального сувою  $m_{pc}$ .

$$\sqrt{\frac{c_c}{m_{pc \min}}} \geq \nu_{pez} \geq \sqrt{\frac{c_c}{m_{pc \max}}}. \quad (33)$$

За формулою (33) визначимо можливі резонансні частоти коливань рухомої стрічки тканини під час перемотування сувоїв тканини,  $\nu_{pez \max} = 1,70 \Gamma\text{ц}$ ;  $\nu_{pez \min} = 2,9 \Gamma\text{ц}$  за таких параметрів системи:  $E=1 \cdot 10^7 \text{Н/м}^2$ ;  $F=5 \cdot 10^{-4} \text{м}^2$ ;  $l=1,5 \text{м}$ ;  $m_{pc \max}=30 \text{кг}$ ;  $m_{pc \min}=10 \text{кг}$ .

Виконуємо аналіз поперечних коливань тканини під час перемотування її на перемотувальній машині текстилю відкритого типу, загальна схема якої показана на рис. 1. Аналіз поперечних коливань тканини виконуємо для найнавантаженої ділянки  $n - (n + 1)$  (рис. 1), у якій продукуються збурення, зумовлені ексцентриситетом  $e_{pc}$  розмотувального сувою тканини. Поперечні коливання тканини, які виникають під час перемотування, можна описати рівнянням, аналогічним до поперечних коливань струни, у якому зовнішнє збурення  $q(x, t) = e_{pc} \sin \sigma \nu_0 t$

$$\rho F_0 \left[ V_0 \frac{2\partial^2 W_n}{\partial x^2} + 2V_0 \frac{2\partial^2 W_n}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2} \right] + 2n \left( V_0 \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial t} \right) = N_0 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{3}{2} E F_0 \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}. \quad (34)$$

Вплив збурень, зумовлених ексцентриситетом, на поперечні коливання стрічки тканини під час перемотування врахуємо у крайових умовах аналогічно, як це було зроблено для поздовжніх коливань:

$$w_n(x, t) \Big|_{x=l_{n+1}} = e_{pc} \sin \nu_0 t; \quad w_n(x, t) \Big|_{x=l_n} = 0. \quad (35)$$

Розв'язок рівняння (34) шукаємо у вигляді

$$w_n(x, t) = \varphi_1(x) \cos \nu_0 t + \varphi_2 \sin \nu_0 t, \quad (36)$$

де крайові умови

$$\varphi_1(x) \Big|_{x=l_n} = \varphi_1(x) \Big|_{x=l_{n+1}} = \varphi_2(x) \Big|_{x=l_n} = 0; \quad \varphi_2(x) \Big|_{x=l_{n+1}} = e_{pc}. \quad (37)$$

Рівняння (36) і (37) подамо у комплексній формі

$$w_n(x, t) = \text{Re} \left[ \varphi(x) e^{i\nu_0 t} \right] \quad (38)$$

де

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + i\varphi_2(x).$$

Крайові умови подано у вигляді

$$\varphi_1(x) \Big|_{x=l_n} = \varphi_1(x) \Big|_{x=l_{n+1}} = \varphi_2(x) \Big|_{x=l_n} = 0; \quad \varphi_2(x) \Big|_{x=l_{n+1}} = i e_{pc}. \quad (39)$$

Отже, розв'язок рівняння (34) одержимо у вигляді

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + i\varphi_2(x) = B_1 e^{i\delta_1 x} + B_2 e^{i\delta_2 x}, \quad (40)$$

де

$$\delta_1 = \frac{\nu_0}{V_0 - \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}}; \quad \delta_2 = \frac{\nu_0}{V_0 - \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}}.$$

Підставляючи значення  $\delta_1$  і  $\delta_2$  у крайові умови (39), та нехтуючи у першому наближенні у рівнянні (34) геометричною нелінійністю та зовнішнім загасаанням, знайдемо сталі інтегрування  $B_1$  і  $B_2$ :

$$B_1 = \frac{i e_{pc} e^{i\delta_2 t}}{e^{i\delta_1 t} - e^{i\delta_2 t}}; \quad B_2 = \frac{i e_{pc} e^{i\delta_1 t}}{e^{i\delta_2 t} - e^{i\delta_1 t}}. \quad (41)$$

Частоти резонансних коливань стрічки тканини  $v_{n1}$  і  $v_{n2}$  на ділянці  $n, n+1$  одержимо з умови рівності нулю знаменників у (41) для коефіцієнтів  $B_1$  і  $B_2$ :

$$v_{n1} = \frac{2\pi n}{\left| \frac{1}{V_0 - \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}} - \frac{1}{V_0 + \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}} \right|} = \frac{\pi n \left| V_0^2 - \frac{N_0}{\rho F_0} \right|}{\sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}}, \quad v_{n2} = \frac{2\pi n}{\left| \frac{1}{V_0 + \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}} - \frac{1}{V_0 - \sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}} \right|} = \frac{\pi n \left| \frac{N_0}{\rho F_0} - V_0^2 \right|}{\sqrt{\frac{N_0}{\rho F_0}}}. \quad (42)$$

Для невеликих поздовжніх швидкостей руху стрічки тканини  $V_0$  під час перемотування на перемотувальній машині текстилю відкритого типу величина  $V_0^2 \ll \frac{N_0}{\rho F_0}$  і тому  $v_{n1} \approx v_{n2}$ .

Отже, підставляючи відповідні значення параметрів системи у рівняння (42) знайдемо резонансну частоту поперечних коливань стрічки матеріалу  $v_{nрез} \approx 8,1$  Гц за таких параметрів системи:

$$\pi = 3,14; n = 1; V_0 = 1,5 \text{ м/с}; N_0 = 50 \text{ Н}; \rho = 300 \text{ кг/м}^3; F_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

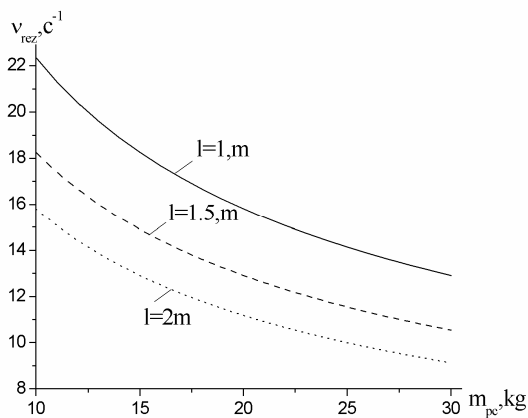


Рис. 2. Характер зміни резонансної частоти  $v$  поздовжніх коливань тканини залежно від зведеної маси сувою тканини під час перемотування для різних величин довжин  $l$  прольотів

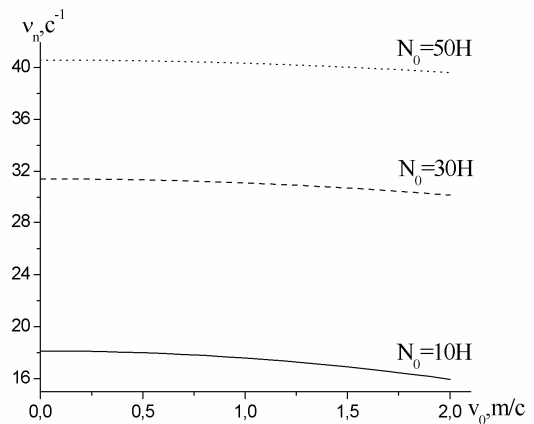


Рис. 3. Залежність частоти  $v_n$  поперечних коливань тканини від сталої швидкості  $V$  перемотування за різних значень натягу  $N_0$

**Висновки.** На основі аналізу встановлено, що зниження резонансної частоти поздовжніх коливань тканини відбуваються із збільшенням довжини прольотів тканини і зведеної маси сувою тканини під час перемотування на перемотувальній машині текстилю відкритого типу.

Також підтверджено зниження частоти поперечних коливань тканини із збільшенням її швидкості поздовжнього руху та зменшення натягу.

Числові розрахунки показують, що в період пуску намотувальної машини, починаючи від 0,5 с – до 1 с зростають кутові коливання третього і восьмого тіл, що призводить до поздовжніх коливань тканини. Це негативно відбивається на якості намотування тканини в період пуску машини. Підвищити якість перемотування тканини можна досягнути за рахунок раціонального підбору характеристики приводу перемотувальної машини. У подальших дослідженнях планується виконати числові експерименти запропонованої математичної моделі перемотувальної машини з різними типами асинхронних електродвигунів, а також з електродвигунами постійного струму, які мають різні характеристики.

1. Василенко Н., Олексійчук О.М. Теорія коливань і стійкість руху. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с. 2. Висоцька Х. А., Вікович І.А. Робота перемотувальних машин відкритого типу // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2006. – № 9. – С. 21–27. 3. Парнес М. Г. Расчет и конструирование намотувальних станков. – М.: Машиностроение, 1975. – 296 с.