

Висновки

У монографії розроблено новий якісний метод дослідження математичних моделей коливань об'єктів у нелінійному середовищі. За допомогою згаданого методу досліджено коректність (існування та єдиність) розв'язків, встановлено існування режимів із загостренням у низці задач, які моделюють коливальні процеси в нелінійних динамічних системах. Використано фундаментальні засади та методи загальної теорії нелінійних крайових задач.

У розділі 2 отримано умови коректності розв'язків у математичних моделях коливань обмежених та напівнеобмежених тіл під впливом нелінійних сил опору (достатні умови існування та єдиності розв'язку в просторах Соболева та в класах локально інтегровних функцій). Застосування розробленого у монографії методу дає змогу обґрунтувати коректність розв'язку також й у складніших випадках – коливань під дією комбінованих нелінійних впливів пружної основи та сил опору. Отримано остаточні умови існування та єдиності розв'язку в математичній моделі нелінійних коливань слабкозв'язаних коливальних систем. Класи коректності змішаних задач у таких системах передбачають як довільну (незалежну від вимушуючої сили та початкових даних), так і кваліфіковану поведінку розв'язків на нескінченності. У першому випадку такі класи – простори локально інтегровних функцій, а в другому – вагові соболевські простори функцій. Отримані якісні результати обґрунтовують, зокрема, можливість застосування до вказаних задач наближеного методу Гальоркіна та слугують теоретичною базою застосування різноманітних чисельних методів під час дослідження динамічних характеристик розв'язків у розглянутих математичних моделях.

Варіаційна нерівність, досліджена у розділі 3, виникає під час математичного моделювання коливальних процесів у середовищі з опором. Запропонований підхід до доведення існування та єдиності розв'язку вимагає модифікації методу Гальоркіна, методу монотонності, методу штрафу, використання апарату зрізаючих функцій. Загальні результати, отримані у цьому розділі, можна застосовувати для дослідження односторонніх задач, які широко використовують

під час математичного моделювання конкретних технологічних систем. Умови однозначної розв'язності варіаційної нерівності в обмежених та необмежених за просторовою змінною областях отримані для класу гіперболічних операторів другого порядку. За допомогою підходу, викладеного в цьому розділі монографії, можна досліджувати математичні моделі нелінійних коливань як обмежених, так і необмежених об'єктів, асоційовані з рівняннями високого порядку з другою похідною за часовою змінною (зокрема під час моделювання коливань пластини, балки тощо).

У розділі 4 отримано умови коректності (достатні умови існування та єдиності) розв'язку в математичній моделі коливань під дією нелінійних дисипативних сил в умовах теорії Фойгта–Кельвіна. Класи коректності одержано в математичній моделі коливань обмежених та необмежених тіл, закладено основу подальших досліджень існування єдиного узагальненого розв'язку для випадку математичної моделі коливань необмежених стрижнів та балок. Досліджено узагальнені розв'язки як у вагових соболевських просторах, так і в просторах локально інтегровних функцій. Отримані якісні результати обґрунтовують можливість застосування до наведеної задачі методу Гальоркіна та надалі під час дослідження динамічних характеристик розв'язків розглянутих математичних моделей коливань об'єкта дають змогу застосовувати різноманітні (як явні, так і неявні) чисельні методи.

Використання інтердисциплінарних підходів до моделювання малих поперечних коливань у пружному ізотропному нелінійному середовищі на прикладі мембрани дало змогу формувати безпосередньо рівняння механічного стану об'єкта без будь-яких декомпозиційних процесів, враховуючи винятково енергетичні підходи та теорію механічних полів у континуальних середовищах. На підтвердження коректності постановки задачі про малі поперечні коливання пружної мембрани в нелінійному середовищі використано фундаментальні засади та методи загальної теорії нелінійних крайових задач, теорію диференціального, інтегрального та варіаційного числень. На підставі результатів комп'ютерної симуляції підтверджено достатню адекватність одержаної моделі її реальному

прототипу – сталевій мембрані. Показано, що нелінійне середовище сприяє швидшому загасанню коливань та призводить до виникнення ангармонійних процесів у системі. Також підтверджено відомий факт, що збільшення товщини мембрани призводить до зменшення частоти власних коливань системи і навпаки.

У розділі 5 монографії досліджено першу змішану задачу для нелінійних еволюційних рівнянь п'ятого порядку, які узагальнюють деякі відомі рівняння четвертого порядку (у межах математичних моделей теорії коливань балки Тимошенка) на випадок використання теорії Фойгта–Кельвіна. Отримано умови існування режиму із загостренням у змішаних задачах, які описуються такими рівняннями. Вказані умови є достатніми умовами неіснування глобального за часовою змінною розв'язку. Розроблено метод дослідження режимів із загостренням для широкого класу нелінійних рівнянь, що описують математичні моделі реальних динамічних систем. Оцінено докритичні та критичні режими функціонування системи. Теоретично встановлено аналітичні співвідношення, які характеризують момент переходу процесу у режим із загостренням.