

Б.М. Дівесв, В.В. Костюк, А.Г. Смольський  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра транспортних технологій

## ЗАСТОСУВАННЯ УТОЧНЕНИХ ТЕОРІЙ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВІБРОЗАХИСНИХ ПЛАТФОРМ

© Дівесв Б.М., Костюк В.В., Смольський А.Г., 2008

**Розглянуто методи розрахунку та оптимізації вібраційних процесів у колісних машинах. Запропоновано нову математичну модель для зменшення рівнів вібрації платформи водія за допомогою демпфуючих шаруватих плит та динамічних поглиначів коливань.**

**The paper deals with the methods of calculation and optimization of vibration processes in wheel machines. A new mathematical model for the driver platform vibration level decreasing by means of damping layered plate and dynamic vibration absorbers is proposed.**

**Вступ.** Розглянуто пасивні віброзахисні пристрої, що складаються з пластинчастого елемента – основи платформи та приєднаних динамічних гасників коливань для віброзахисту від збурень, що діють на платформу. Така платформа може застосовуватися як основа кабіни вібронавантажених дорожніх, гірничих машин, в автобусах з низькою підлогою, у схемах амортизації приладів. Останнім часом поширеними є конструкції з шаруватих композитних матеріалів у сучасному машинобудуванні і, особливо, в транспорті, в авіакосмічній промисловості. Враховуючи їх малу вагу і високу міцність, вони все частіше використовуються в цивільному будівництві, дорожньому транспорті і машинобудуванні. Швидке зростання промислового використання цих конструкцій вимагало розвитку нових аналітичних і числових інструментів, застосованих для аналізу і дослідження їхньої механічної поведінки.

**Огляд джерел.** Щоб моделювати композитні шаруваті пластини, важливо мати ефективну загальну теорію, щоб точно оцінити ефекти поперечних зсувних напружень на роботу пластини. Давно відомо, що вищого порядку теорії шаруватих пластин можуть бути ефективним інструментом розв'язання для того, щоб точно передбачити поведінку деформації композитних тонких пластин, підданих згинним навантаженням. Відомо, що теорії вищого порядку, які враховують поперечний зсув і поперечні нормальні напружки, взагалі забезпечують розумний компроміс між точністю і простотою, хоча вони зазвичай зв'язуються з граничними умовами вищого рангу, які важко інтерпретувати у практичних технічних додатках. У [1–7] наведено приклади розрахунку, оптимізації та ідентифікації параметрів тришарових композитних пластин з наповнювачем. Динамічні гасники коливань (ДГК) широко застосовуються в транспортних процесах [8–13]. Вони можуть застосовуватися для зменшення рівнів вібрації і шуму в кабінах транспортних засобів. Джерелами цих збурень можуть бути як процес взаємодії коліс з дорогою, так і внутрішні джерела: двигуни, трансмісії і віброзбудники (наприклад, вібратор у вібраційному дорожньому катку). ДГК застосовуються також для зменшення вібронавантаженості конструкцій транспортних засобів, зменшення шуму при пересуванні машин і роботі спеціальних транспортних засобів.

**Постановка проблеми.** Метою є розроблення конденсованих розрахункових схем для визначення динамічних характеристик платформи та оптимізації її віброзахисних властивостей у загальній моделі динаміки колісної машини. Для цього необхідно вирішити такі завдання:

- 1) отримання конденсованої розрахункової схеми шаруватої пластини шляхом приведення її до одношарової пластини Тимошенка з відповідними динамічними властивостями;
  - 2) знаходження основних динамічних характеристик (власних частот, власних форм коливань платформи разом з приєднаними до неї елементами;
  - 3) одержання та аналіз дискретно-континуальних моделей з врахуванням ДГК.
- Схематичне зображення платформи (P) з ДГК (A) та приєднаними елементами (N) наведено на рис. 1.

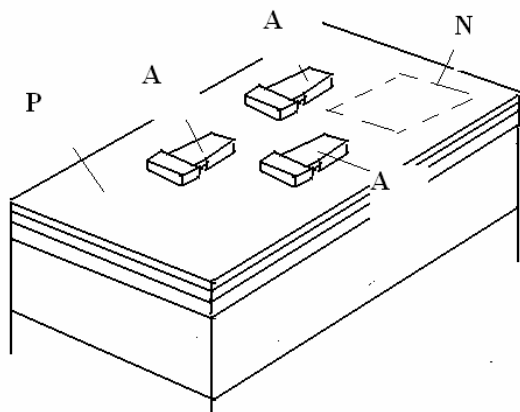


Рис. 1. Платформа (P) з ДГК (A) та приєднаними елементами (N)

**Конденсована схема шаруватої пластини.** Для зменшення віброшумоактивності застосовують конструкції з шаруватих матеріалів (рис. 2).

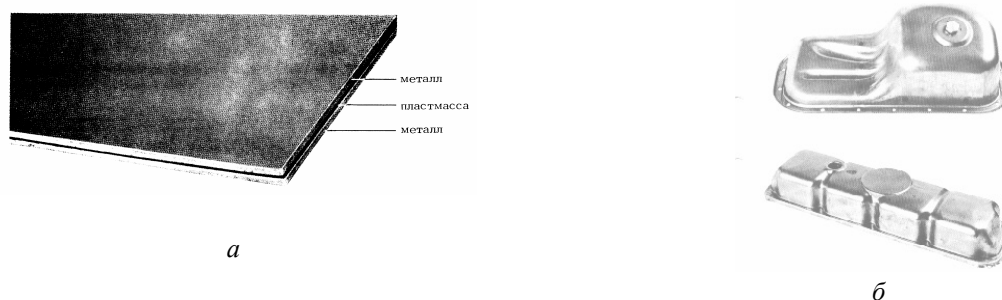


Рис. 2. Приклад шаруватого матеріалу типу МПМ (а); деталі клапанної кришки та картера двигуна з шаруватого матеріалу (б)

**Постановка задачі.** Щоб моделювати композитні шаруваті пластини, важливо мати ефективну загальну теорію, щоб точно оцінити ефекти поперечних зсувних напружень на роботу пластини. Давно відомо, що вищого порядку теорії шаруватих пластин можуть забезпечити ефективний інструмент передбачення поведінки деформації композитних тонких пластин, підданих згинним навантаженням. Відомо, що теорії вищого порядку, які враховують поперечні зсуви і поперечні напруження, забезпечують розумний компроміс між точністю і простотою, хоча вони зазвичай пов'язані з граничними умовами вищого рангу, які важко інтерпретувати в практичних технічних додатках.

**Асимптотичний підхід високого порядку.** Різні кінематичні моделі механіки шаруватих композитних пластин розвинені у [1–7]. У [12, 13] розглянуто випадок симетричного деформування симетричного пакета (сандвіч). На практиці ці панелі бувають як симетричні, так і несиметричні. Представимо пластину як суму двох пластин: пластину з симетричними та асиметричними механічними властивостями відносно середньої площини. Аналогічно розіб'ємо напружено-

деформований стан на симетричний (s) та асиметричний (a) для всього пакета. Розглянемо таку саму, як і у симетричному випадку, незалежну апроксимацію для шарів пакета:

$$U_s^e - \begin{cases} u_s^e = \sum_{i,k} u_{iks}^e z^{(2i-1)} \sin k\pi x / L, \\ w_s^e = \sum_{i,k} w_{iks}^e z^{(2i-2)} \cos k\pi x / L, \end{cases} \quad U_a^e - \begin{cases} u_a^e = \sum_{i,k} u_{ika}^e z^{(2i-2)} \cos k\pi x / L, \\ w_a^e = \sum_{i,k} w_{ika}^e z^{(2i-1)} \sin k\pi x / L, \end{cases} \quad (1)$$

основна апроксимація для всього пакета,

$$U_s^N - \begin{cases} u_s^N = \sum_{i,k} u_{iks}^N z^{(i)} \sin k\pi x / L, \\ w_s^N = \sum_{i,k} w_{iks}^N z^{(i)} \cos k\pi x / L, \end{cases} \quad U_a^N - \begin{cases} u_a^N = \sum_{i,k} u_{ika}^N z^{(i)} \text{sign}(z) \cos k\pi x / L, \\ w_a^N = \sum_{i,k} w_{ika}^N z^{(i)} \text{sign}(z) \sin k\pi x / L, \end{cases} \quad N=1,2,\dots \quad (2)$$

для кожного з N додаткових шарів. Вектор невідомих коефіцієнтів виберемо у такому вигляді:

$$U = \begin{pmatrix} u_{11s}^e, u_{12s}^e, \dots, w_{11s}^e, u_{12s}^e, \dots, u_{11s}^N, u_{12s}^N, \dots, w_{11s}^N, w_{12s}^N, \dots, \\ u_{11a}^e, u_{12a}^e, \dots, w_{11a}^e, u_{12a}^e, \dots, u_{11a}^N, u_{12a}^N, \dots, w_{11a}^N, w_{12a}^N \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Тобто спочатку розглянемо симетричні, а потім асиметричні складові. Підставляючи (1, 2) до варіаційного рівняння, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь  $[A]U = f$  [12, 13].

**Частотна залежна жорсткість та демпфування.** Розглянемо частотно залежні характеристики шаруватих пластин [14, 15]. На рис. 3 для різної жорсткості шарів наведено частотно залежне відношення жорсткостей  $E/E_s$  тришарової симетричної балки та балки Ейлера зі згинною жорсткістю  $EI_S = \int_{-H}^H E(z)z^2 dz$ . Відношення  $E/E_s$  буде  $E/E_s = f_i^2 / f_{si}^2$ . Тут  $f_i$  – обчислені власні

частоти  $f_{iS} = H/2\pi \sqrt{E_S g / (12\rho)} \alpha_i^2 / L^2$ ,  $\alpha_1 = 1.875, \alpha_2 = 4.694, \dots$  – відомі частоти консольної балки Ейлера. Розглядаються випадки, коли граничні шари у десять разів жорсткіші за внутрішні шари, однорідна балка та наповнювач, у десять разів жорсткіший. Розглянемо тепер вплив положення демпфуючого внутрішнього прошарку на демпфування в пакеті (несиметричний пакет) (рис.4). Тут  $Hf$  – товщина притискаючого жорсткого шару з нульовим демпфуванням.

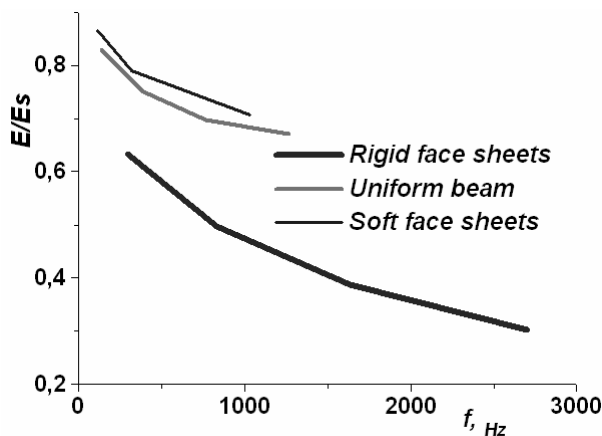


Рис. 3. Еквівалентна згинна жорсткість сандвіча

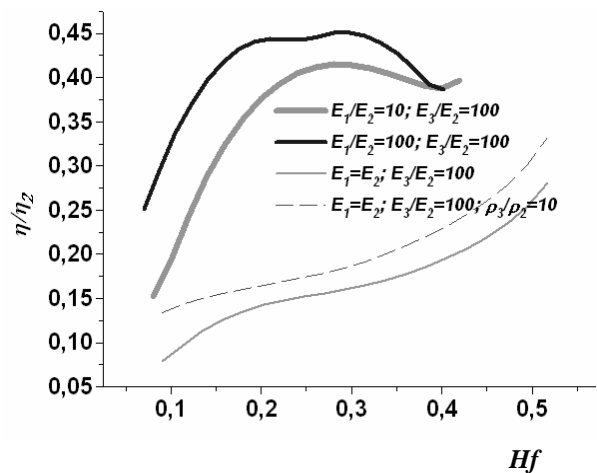


Рис. 4. Демпфування у тришаровій несиметричній пластині

**Динамічні характеристики платформи водія з приєднаними елементами.** Власні частоти та власні форми коливання платформи з приєднаними елементами доцільно отримувати на основі стандартних пакетів МСЕ, наприклад ANSYS, NASTRAN.... У цій роботі використано придбаний університетом для навчально-наукової мети пакет WinMachin. На рис. 5 наведено власні форми та і частоти коливань платформи водія дорожньої машини, отримані за допомогою WinMachin.

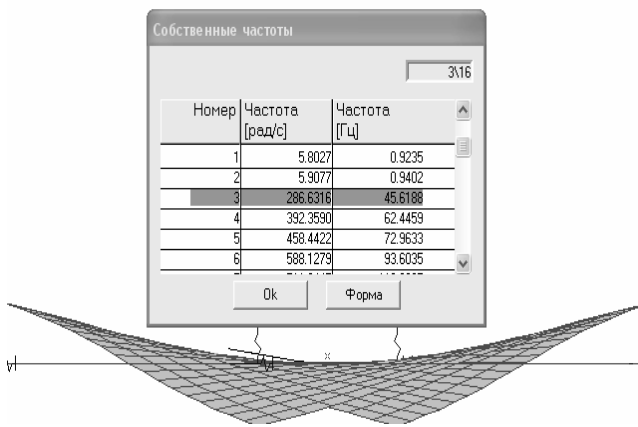


Рис. 5, а. Перша форма згинальних коливань платформи (частота 45Гц)

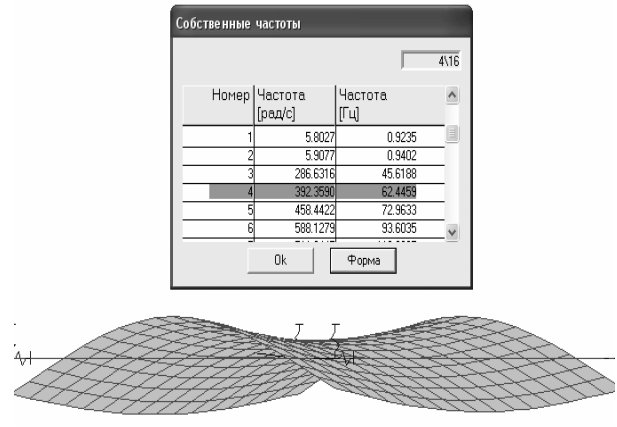


Рис. 5, б. Друга форма згинальних коливань платформи (частота 62Гц)

**Дискретно-континуальна модель платформи водія в колісній машині з врахуванням ДГК.** При застосуванні ДГК для зменшення коливань конструкцій у середньому частотному діапазоні необхідно враховувати деформативність цієї конструкції. Адже робоча частота ДГК може наближатися до власних частот конструкції. У такому випадку треба розглянути загальнішу дискретно-континуальну розрахункову схему [8–12]. Розглянемо платформу водія як гнучку конструкцію з приєднаними ДГК. За варіаційним принципом Гамільтона–Остроградського отримаємо рівняння динамічної рівноваги:

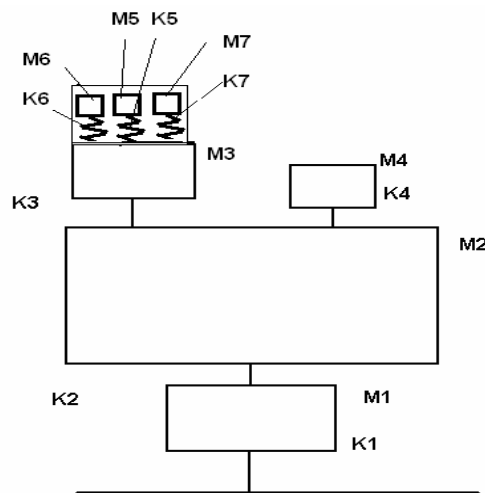


Рис. 6. Одночетвертна модель колісної машини з приєднаними ДГК

$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + k_1(u_1 - u_0) + k_2(u_1 - u_2) = F(t), m_1 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + k_2(u_2 - u_1) + k_3(u_2 - u_3 + w_1) + k_4(u_2 - u_4) = 0,$$

$$m_1 \frac{d^2 u_3}{dt^2} + k_3(u_3 - w_1 - u_2) + k_5(u_3 + w_1 \varphi_1(x_5, y_5) - u_5) + k_6(u_3 + w_1 \varphi_1(x_6, y_6) - u_6) + k_7(u_3 + w_1 \varphi_1(x_7, y_7) - u_7) = 0,$$

$$\begin{aligned}
& m_{W_1} \frac{d^2 w_1}{dt^2} - k_3(u_3 - w_1 - u_2) + k_5(u_3 + w_1 \Phi_1(x_5, y_5) - u_5) \cdot \Phi_1(x_5, y_5) + k_6(u_3 + w_1 \Phi_1(x_6, y_6) - u_6) \\
& \cdot \Phi_1(x_6, y_6) + k_7(u_3 + w_1 \Phi_1(x_7, y_7) - u_7) \Phi_1(x_7, y_7) + \omega_1^2 m_{W_1} w_1 = 0, \\
& m_1 \frac{d^2 u_4}{dt^2} + k_4(u_4 - u_2) = 0, \quad \alpha_5 \frac{d^2 u_5}{dt^2} + k_5(u_5 - u_3 - w_1 \Phi_1(x_5, y_5)) = 0, \\
& m_1 \frac{d^2 u_6}{dt^2} + k_6(u_6 - u_3 - w_1 \Phi_1(x_6, y_6)) = 0, \quad m_1 \frac{d^2 u_7}{dt^2} + k_7(u_7 - u_3 - w_1 \Phi_1(x_7, y_7)) = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Вважаємо, що координатні функції ортонормовані. Тут розглядається лише одна континуальна форма коливань  $w_1$ , де  $\omega_1$  – перша власна частота,  $m_{W_1}$  – відповідний їй динамічний фактор. Ці величини знаходяться на основі попереднього підпункту.

**Оптимізація системи “машина – ДГК”.** Найоптимальнішим розташуванням ДГК є приєднання тримасового ДГК (рис. 4) безпосередньо до платформи водія. Поодинокий ДГК, як показано у [9–11], має істотний недолік – наявність зони підсилення вібрації поруч з зоною вібропоглинання. Як і можна було спрогнозувати, оптимальним є приєднання ДГК безпосередньо до платформи водія з переміщенням мас у вертикальному напрямку. Для системи (4) написана програма (мовою Fortran) та отримано деякі залежності рівнів вібрації та величин вібропотоків. Демпфування задавалося в’язким, пропорційним жорсткості. У такому випадку на основі (4) при одночастотному режимі отримуємо системи звичайних алгебраїчних рівнянь

$$- [M] \omega^2 \bar{u} + [K] \bar{u} = \bar{F} \tag{5}$$

з комплексними коефіцієнтами. Вибіралося такі параметри:  $M_1=300\text{кГ}$ ,  $M_2=600\text{кГ}$ ,  $K_1 = 1000\text{кГ/см}$ ,  $K_3=100\text{кГ/см}$ . Маси та пружні елементи ДГК вибиралися на основі алгоритмів оптимізації. Застосовувалися два алгоритми: 1) алгоритм візуалізації цільової функції оптимізації – рівня вібрації платформи за параметрами задачі; 2) генетичний алгоритм багатопараметричної оптимізації. Хоча перший алгоритм менш ефективний, однак він дає змогу проглянути зони зміни параметрів і, хоча в малопараметричній постановці, дослідити такий параметр, як робастність, тобто наявність достатнього околу позитивних значень віброзахисту в околі оптимальної точки. Нижче наведено (рис. 7) приклад двопараметричної оптимізації (за частотами додаткових ДГК). Цільова функція при оптимізації задавалася так

$$F_{cil} = \max_{f_1 < \omega_1 < f_2} (|u_3|). \tag{6}$$

**Оптимізація при невідомих динамічних характеристиках платформи.** При невідомих динамічних характеристиках платформи, коли можлива присутність резонансних частот у заданому діапазоні, цільова функція при оптимізації задавалася так

$$F_{cil} = \max_{f_1 < \omega_1 < f_2} \left( \int_{f_1}^{f_2} |u_3(f)| P(f) df \right), \tag{7}$$

де  $u_3$  – рівень вібрації платформи,  $f_1, f_2$  – границі частотного діапазону,  $P$ – вагова функції,  $\omega_1$  – перша власна частота. Параметри оптимізації: маси гасників  $M_4$ - $M_7$ , пружини  $K_4$ -  $K_7$ , коефіцієнти демпфування  $C_4$ - $C_7$ . На рис. 8 наведено оптимізовані АЧХ при різних значеннях власних частот  $f_w$  коливань платформи у діапазоні  $f_1=40\text{с}^{-1}$  –  $f_2=60\text{с}^{-1}$ .

На основі визначених оптимальних інтегральних оптимальних параметрів можна отримати оптимальні конструкції ДГК.

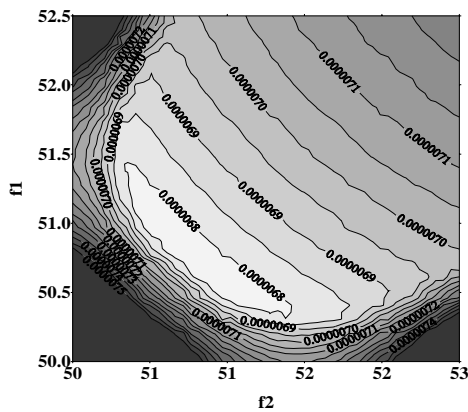


Рис. 7. Карта рівнів віброзахисту в околі робочої частоти

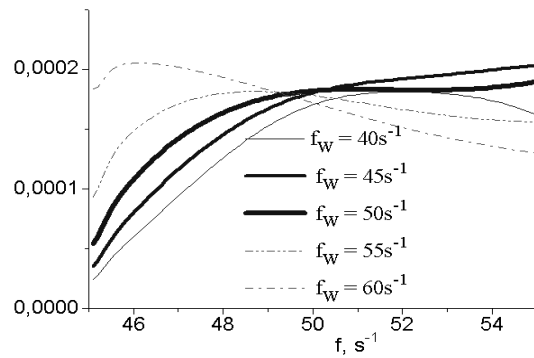


Рис. 8. Оптимізація в заданому частотному діапазоні

**Висновки.** Розроблені теоретичні моделі для динаміки і демпфування шаруватої структури. Динамічна поведінка балки визначається при врахуванні невеликої кількості параметрів. Отримано алгоритми приведення анізотропних шаруватих структур до одношарових ізотропних з еквівалентними динамічними характеристиками. Ці спрощені моделі використані у розрахунку та оптимізації віброзахисних властивостей платформи водія з приєднаними ДГК у дискретно-континуальній моделі колісної машини.

1. Ross D., Ungar E. E., Kerwin E. M. Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminate // *ASME, Structural Damping*. – 1959. – P. 49–88. 2. Di Taranto R. A. Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finite length beams // *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*. – 1965. – Vol. 32. – P. 881–886. 3. Mead D. J., Markus S. The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions // *Journal of Sound and Vibration*. – 1969. – Vol. 10, No. 2. – P. 163–175. 4. Шереметьев М.П., Пелех Б.Л. К построению уточненной теории пластин // *Инж. журн.* – Т.4. – 1964. – Вып. 3. – С. 504 – 510. 5. Пелех Б.Л., Дивеев Б.М. Некоторые динамические задачи для вязкоупругих анизотропных оболочек и пластин. 1. Обобщенные динамические уравнения теории слоистых оболочек с учетом граничных условий на поверхностях // *Механика композитных материалов*. – 1980. – № 2. – С. 277–280. 6. Дивеев Б.М. Один спосіб розрахунку шаруватих структур. – Львів 1991. – 53 с. – (Препр.-АН УРСР. Ін-т прикл. проблем мех. і матем., N 16–90) 7. Дивеев Б.М., Николишин М.М. Уточнені розрахункові схеми для напружено-деформованого стану конструктивних з'єднань шаруватих елементів // *Мат. методи та фіз.-мех.поля*. – 1998. – 41, №4. – С.130–134. 8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М., Наука, 1967. – 444с. 9. Вибрации в технике. Т.6. Защита от вибрации и ударов. –М.: Машиностроение. 1981. – 456с. 10. Стоцько З. А., Дивеев Б.М., Сокіл Б.І., Топільницький В.Г. Математичні моделі керування віброактивністю технологічних машин // *Машинознавство*. – 2005. – №2. – С.37–42. 11. Дивеев Б.М., Вікович І.А., Бутитер І.А., Ройко Ю.Я., Керування вібраційними процесами динамічних гасників коливань в сільгоспагрегатах з обертовими елементами // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні”*. – 2006. – № 40. – С.99–105. 12. Kernytskyu I., Diveyev B., Pankevych B., Kernytskyu N. 2006. Application of variation-analytical methods for rotating machine dynamics with absorber *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities, Civil Engineering, Volume 9, Issue 4*. Available Online <http://www.ejpau.media.pl/> 13. Дивеев Б.М. Оптимізація процесів віброзахисту на основі напівавтоматичного гасника коливань // *Вісник Нац. ун-ту “львівська політехніка” “Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні”*. – 2005. – №39. –С.71–76. 14. Diveyev B., Stotsko Z., V. Topilnyukyj V. Dynamic properties identification for laminated plates // *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*. – 2007. – Vol. 20, ISSUES 1-2. – P. 237–230. 15. Diveyev B., Crocker M. Dynamic Properties and Damping Prediction for Laminated Plates // *Proceeding of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA-2006), September 18-20, 2006 Katholieke Universiteit Leuven, Belgium*. – 2006. – P. 1021–1028.