

4. З трьох досліджуваних способів автоматичного керування процесів перезаряджання НЕ найбільшою глибиною перезаряджання (найменшим значенням $U_{C1.k*}$ і найбільшим $U_{C2.k*}$) характеризується спосіб за умови $I_{1*} = \text{const}$, а найменшою – за умови $I_{2*} = \text{const}$ (рис. 2, 5, 7). У такому самому порядку ці способи розміщуються і за швидкістю перезаряджання (τ_k), а за енергетичною ефективністю (η_k) – у зворотній послідовності. Компромісним варіантом за вказаним комплексом показників є спосіб керування за умови $P_{2*} = \text{const}$.

5. Враховуючи значне зниження часу перезаряджання за підвищення U_{C20*} за способу керування за умови $I_{2*} = \text{const}$, цей спосіб найкраще використовувати для неглибокого перезаряджання.

1. *Накопители энергии / Д.А. Бут, Б.Л. Алиевский, С.Р. Мизюрин, П.В. Васюкевич. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 400 с.* 2. *Астахов Ю.Н., Веников В.А., Тер-Газарян А.Г. Накопители энергии в электрических системах. – М.: Высш. шк., 1989.* 3. *Barton J., Infield D. Energy storage and its use with intermittent renewable energy // IEEE Trans. on Energy Conversion. – 2005. – Vol. 20, No. 1. – P. 236–243.* 4. *Щур І.З. Аналіз процесів безпосереднього перезаряджання нагромаджувачів енергії з постійними узагальненими ємностями // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2007. № 587. – С. 118–124.* 5. *Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур / Пер. с англ. – М.: Мир, 2002. – 461 с.*

УДК 536.24

В.О. Яковенко

Академія митної служби України, м. Дніпропетровськ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНОСУ ТЕПЛА ПІД ДІЄЮ НВЧ ЕНЕРГІЇ В ТЕХНОЛОГІЇ ПЕРЕРОБКИ НАФТИ

© Яковенко В.О., 2007

Наведено математичну модель процесу теплообміну водонафтової емульсії у каналах під дією енергії надвисоких частот. Отримані узагальнювальні результати для довільних перерізів каналу з урахуванням фазових перетворень у матеріалі.

The mathematical model of process of heat exchange of a water-oil emulsion in channels under activity of energy of ultrahigh frequencies is given. Extending effects for the any sections of the channel in view of phase changes in a material are gained.

Обводнювання продуктивних шарів нафтових родовищ спричиняє серйозні ускладнення під час видобутку, збору і підготовки нафти, пов'язані з утворенням водонафтових емульсій. Утворення стійких емульсій знижує показники безвідмовності роботи насосних установок, пробоїв електричної частини внаслідок перевантажень заглибного електродвигуна. Зростання тиску рідини в системах збору нафти і газу спричиняє прориви колекторів, утрудняються сепарація газу і попереднє скидання води. Тому, однією з проблем під час проведення різних технологічних операцій у нафтогазовій промисловості є руйнування водонафтових емульсій [1].

Вплив електромагнітної енергії надвисокочастотного (НВЧ) діапазону широко розвивається і використовується в технологічних процесах. Сфери використання енергії НВЧ зростають з кожним роком, до них належить сушіння різних матеріалів, знезаражування відходів, стерилізація, пастеризація, розморожування харчових продуктів, готування їжі і переробка сільськогосподарської

продукції, утилізація харчових і тваринницьких відходів, виробництво будівельних матеріалів, виробництво і переробка продуктів нафтохімічної промисловості [2].

Розглянемо процес теплообміну під час нагрівання водонафтової емульсії (ВНЕ) у каналах її передачі енергією надвисоких частот, який є визначальним у разі дослідження технологічних процесів видобутку та переробки нафти.

Такий процес визначатимемо системою нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, яка складається з рівнянь Максвелла і рівнянь теплопровідності такого вигляду:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \vec{D} &= \varepsilon(t)\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu(t)\vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma(t)\vec{E}, \\ \frac{\partial(c_i \rho_i t_i)}{\partial \tau} + \vec{V}_i \vec{\nabla} t_i &= \operatorname{div}(\lambda_i \vec{\nabla} t_i) + q(t_i, \vec{E}), \end{aligned}$$

де \vec{E}, \vec{H} – вектори напруженості електричного та магнітного полів відповідно, \vec{D}, \vec{B} – вектори електричної та магнітної індукції відповідно, \vec{j} – щільність струму провідності, $\varepsilon_i = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon' - i\sigma/\omega$, μ – абсолютні діелектрична і магнітна проникності матеріалу відповідно, σ – провідність матеріалу, ω – кругова частота, c_i, ρ_i, λ_i – коефіцієнт теплоємності, щільність і коефіцієнт теплопровідності матеріалу, що залежать від температури i -ї фази, \vec{V}_i – вектор швидкості переміщення i -го матеріалу, $\vec{\nabla}$ – оператор Гамільтона, $q = 0,5\omega\varepsilon'\operatorname{tg}\delta|\vec{E}|^2$ – питома поглинена потужність, t_i – температура i -го матеріалу, $\operatorname{tg}\delta = \varepsilon''/\varepsilon'$ – тангенс кута діелектричних утрат матеріалу.

Наведена система рівнянь доповнюється початковими та граничними умовами, а також умовою на межі розділу фаз.

Необхідно зазначити, що розв'язок наведеної системи рівнянь пов'язаний з труднощами не тільки обчислювального характеру, але й принциповими. Таке твердження ґрунтується ось на чому: умови на межі розділу фаз є нелінійними, сформульована модель є багатомірною відносно просторових змінних, електрофізичні параметри матеріалів залежать від температури і є наближеними, алгоритми розв'язку таких задач вимагають обґрунтування та використання необхідних комп'ютерних технологій.

Тому потрібно розглянути спрощену модель процесу, реалізацію якої можна здійснити методами комп'ютерного моделювання. Для такої моделі потрібно довести її адекватність відомим моделям або порівняти отримані результати з експериментальними.

Матеріали типу ВНЕ характеризуються межею плинності, нижче від якої матеріал поводить як тверде недеформоване тіло (модель Сен – Венана), або як ідеально пружне тіло Гука (модель Прандтля). За межею плинності матеріал тече як звичайна ньютонівська рідина [3].

Сполучення пластичності і в'язкості визначається рівнянням реологічного стану в'язко-пластичного матеріалу (модель Шведова – Бінгама):

$$\tau = \tau_0 \pm \nu \frac{\partial V}{\partial n},$$

де ν – коефіцієнт в'язкості, n – нормаль до напрямку швидкості, знак ν збігається зі знаком $\sqrt{\partial V / \partial n}$.

В умовах течії такого матеріалу у каналах визначаються дві області потоку – ядро потоку та пограничний шар. У ядрі потоку, де $\tau \leq \tau_0$, матеріал поводить як пружне тіло, а у пограничному шарі спостерігається складний розподіл швидкості [4, 5].

В умовах нестационарного теплообміну профіль ядра потоку є невідомою функцією часу. Враховуючи те, що на поверхні ядра потоку $\tau = \tau_0$, із рівняння реологічного стану випливає $\partial V / \partial n = 0$.

Застосовуючи закон зберігання кількості руху для тіла змінної маси, маємо

$$m \frac{dV_0}{d\tau} = F + (V_0 - V_1) \frac{dm}{d\tau},$$

де V_0 – швидкість ядра маси m , V_1 – швидкість відокремлених (приєднаних) частинок матеріалу, F – поверхневі сили.

Враховуючи, що процес відокремлення (приєднання) частинок матеріалу відбувається безударно, отримаємо

$$\rho \frac{\partial V_0}{\partial \tau} = P - \frac{2^k \tau_0}{\xi},$$

де $P(\tau)$ – тиск, $\xi(\tau)$ – закон зміни ядра потоку у часі, $k = 0, 1$ – відповідає плоскій і циліндричній симетрії каналу.

Якщо наведене рівняння зінтегрувати, то маємо розподіл швидкості у ядрі потоку

$$V_0(\tau) = V_0(0) + \frac{1}{\rho} \int_0^\tau \left[P(y) - \frac{2^k \tau_0}{\xi(y)} \right] dy, \quad (1)$$

Математична модель процесу теплообміну ВНЕ у каналах під дією надвисокочастотного нагрівання матиме вигляд

$$c_i \rho_i \left(\frac{\partial t_i}{\partial \tau} + V_i \frac{\partial t_i}{\partial x} \right) = \frac{\lambda_i}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^k \frac{\partial t_i}{\partial r} \right) + q(\tau, r), \quad (2)$$

$$t_i(0, x, r) = t_H, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial t_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad t_1(\tau, x, \xi(\tau)) = t_2(\tau, x, \xi(\tau)), \quad (4)$$

$$t_i(\tau, 0, r) = t_H, \quad \lambda_1 \left. \frac{\partial t_1}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} = \lambda_2 \left. \frac{\partial t_2}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)}, \quad (5)$$

$$t_2 = (\tau, x, r_c) = t_H, \quad V_1 = V_0 (r_c - r)^{k+1} / (r_c - \xi)^{k+1}, \quad (6)$$

$i = 0$ – ядро потоку, $D_1 = \{\tau\}0, 0\langle x\langle\infty, 0\langle r\langle\xi(\tau)\}$; $i = 1$ – пограничний шар, $D_2 = \{\tau\}0, 0\langle x\langle\infty, \xi(\tau)\langle r\langle r_c\}$.

Функцію питомої поглинаючої потужності джерела НВЧ енергії запишемо у вигляді [6]:

$$q(\tau, r) = A e^{-2\alpha r} + B e^{2\alpha r} + C \cos 2\beta(r - \xi(\tau)), \quad (7)$$

де

$$A = \frac{\delta |S_{21}|^2}{|1 + \Gamma_H S_{11} e^{-2z\xi}|^2}, \quad B = A \Gamma_H^2 e^{-4\alpha\xi}, \quad C = 2A \Gamma_H e^{-2\alpha\xi}, \quad z = \alpha + j\beta,$$

α – коефіцієнт згасання, β – фазовий коефіцієнт, $S_{11} = \Gamma$ – коефіцієнт відбиття на межі повітря з матеріалом, $S_{21} = \sqrt{1 - |\Gamma|^2}$, $\Gamma = (W_1 - W_2) / (W_1 + W_2)$, W_1, W_2 – характеристичний опір відповідно повітря і діелектрика, Γ_H – коефіцієнт відбиття ($\Gamma_H = -1$ – для металевої межі, $\Gamma_H = 1$ – для межі у вигляді решітки із граничних хвилеводів).

Випадок для плоско-паралельного каналу ($k = 0$). Для визначення розподілу температур у каналі, або області D_1 і D_2 , застосуємо комп'ютерне моделювання, основу якого становить відповідне скінченне інтегральне перетворення [7, 8].

Лише за умови узагальнення моделі можна припустити, що крайові співвідношення (4) є однорідними. Тоді поле температур в області D_1 має вигляд

$$t_0 = \frac{2(x - V_0\tau)}{\xi(\tau)} \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n^{(1)}(\tau) \cos \frac{\pi(2n+1)}{2\xi(\tau)} r, \quad (8)$$

де $x \geq V_0\tau$, $\gamma_n^{(1)}(\tau)$ – коефіцієнти функціонального ряду визначаються із розв'язку задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\frac{d\gamma_n^{(1)}}{d\tau} + \left(\frac{\varepsilon_n a_0}{\xi} \right)^2 \gamma_n^{(1)} = G_n^{(1)}(\tau) + \frac{\dot{\xi}}{2\xi} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(1)} \gamma_m^{(1)}, \quad (9)$$

$$\gamma_n^{(1)}(0) = \frac{(-1)^n 2\xi t_H}{\pi(2n+1)}, \quad (10)$$

де

$$w_{nm}^{(1)} = \frac{4(-1)^{n+m+1} \varepsilon_n \varepsilon_m}{\pi^2(n-m)(n+m-1)}, \quad n \neq m; \quad w_{nm}^{(1)} = 1, \quad n = m; \quad \varepsilon_n = \frac{\pi(2n+1)}{2},$$

$$G_n^{(1)}(\tau) = \frac{(A+B) \left[2\alpha\xi^2 + (-1)^n \varepsilon_n \xi e^{-2\alpha\xi} \right]}{4\alpha^2\xi^2 + \varepsilon_n^2} + \frac{c\xi}{2} \left[\frac{\sin(2\beta\xi - \varepsilon_n - 2\beta) + \sin 2\beta}{2\beta\xi - \varepsilon_n} + \frac{\sin(2\beta\xi + \varepsilon_n - 2\beta) + \sin 2\beta}{2\beta\xi + \varepsilon_n} \right].$$

Розподіл температур в області D_2 матиме такий вигляд:

$$t_1 = t_c + \frac{2(x - V_1\tau)}{r_c - \xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^{(2)}(\tau) \sin \frac{n\pi(r - \xi)}{r_c - \xi(\tau)}, \quad (11)$$

де $\gamma_n^{(2)}(\tau)$ – розв'язок задачі Коші

$$\frac{d\gamma_n^{(2)}}{d\tau} + \left(\frac{n\pi a_0}{r_c - \xi} \right)^2 \gamma_n^{(2)} = G_n^{(2)}(\tau) + \frac{\dot{\xi}}{2(r_c - \xi)} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(2)} \gamma_m^{(2)}, \quad (12)$$

$$\gamma_n^{(2)}(0) = 0, \quad (13)$$

$$w_{nm}^{(2)} = \frac{4(-1)^{n+m} mn}{m^2 - n^2}, \quad n \neq m; \quad w_{nm}^{(2)} = -1, \quad n = m,$$

$$G_n^{(2)}(\tau) = \frac{(r_c - \xi)n\pi \left[1 - (-1)^n \right]}{4\alpha^2(r_c - \xi)^2 + n^2\pi^2} \left(A e^{-2\alpha r_c} + B e^{2\alpha r_c} \right) - \frac{C(r_c - \xi)}{2} \times$$

$$\times \left[\frac{\cos(2\beta(r_c - \xi)) + n\pi - 1}{2\beta(r_c - \xi) + n\pi} + \frac{\cos(2\beta(r_c - \xi)) - n\pi - 1}{2\beta(r_c - \xi) - n\pi} \right].$$

Для визначення профілю ядра потоку припустимо, що поблизу межі між областями D_1 і D_2 маємо $V_0/V_1 = 1$, тоді запишемо крайову умову (5) у вигляді такого алгебраїчного рівняння відносно функції $r = \xi(\tau)$:

$$\frac{\xi^2}{(r_c - \xi)^2} = \frac{\lambda_1 \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \gamma_n^{(1)}}{2\lambda_2 \sum_{n=1}^{\infty} n \gamma_n^{(2)}}. \quad (14)$$

Випадок для циліндричного каналу ($k=1$). Діючи аналогічно як і для випадку для плоско-паралельного каналу при $k=0$, розподіл температур в області D_1 запишемо у вигляді

$$t_0 = \frac{2(x - V_0 \tau)}{\xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(3)}(\tau)}{J_1^2(\eta_n)} J_0(r \eta_n / \xi), \quad (15)$$

де $x \geq V_0 \tau$, η_n – додатні корені характеристичного рівняння $J_0(\eta_n) = 0$.

Коефіцієнти $\gamma_n^{(3)}(\tau)$ визначаються із задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь такого вигляду:

$$\frac{d\gamma_n^{(3)}}{d\tau} + \left(\frac{\eta_n}{\xi} \right)^2 \gamma_n^{(3)} = G_n^{(3)}(\tau) + \frac{\dot{\xi}}{\xi} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(3)} \gamma_m^{(3)}, \quad (16)$$

$$\gamma_n^{(3)}(0) = \frac{t_n \xi^2(0) J_1(\eta_n)}{\eta_n}, \quad (17)$$

$$w_{nm}^{(3)} = \frac{2\mu_n \mu_m J_1(\mu_n)}{J(\mu_m)(\mu_m^2 - \mu_n^2)}, \quad n \neq m; \quad w_{nm}^{(3)} = 1, \quad n = m,$$

$$G_n^{(3)}(\tau) = \int_0^{\xi(\tau)} q(r, \tau) r J_0(\mu_n r / \xi) dr.$$

Поле температур у пограничному шарі визначається співвідношенням

$$t_1 = t_c + \frac{\pi^2(x - V_1 \tau)}{2\xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(4)} J_0(\mu_n) \mu_n^2}{J_0^2(\mu_n) - J_0^2(\mu_n / \xi)} u_0(\mu_n r / \xi), \quad (18)$$

де $u_0(\mu_n r / \xi) = J_0(\mu_n r / \xi) Y_0(\mu_n / \xi) - J_0(\mu_n / \xi) Y_0(\mu_n r / \xi)$ – власні функції відповідної задачі Штурма – Ліувілля, μ_n – додатні корені характеристичного рівняння $J_0(\mu) Y_0(\mu / \xi) - J_0(\mu / \xi) Y_0(\mu) = 0$, J_0, Y_0 – функції Бесселя першого та другого роду нульового порядку.

Задача Коші відносно коефіцієнтів $\gamma_n^{(4)}$ ряду Фур'є – Бесселя має вигляд

$$\frac{d\gamma_n^{(4)}}{d\tau} + \left(\frac{\mu_n}{\xi} \right)^2 \gamma_n^{(4)} = \frac{\dot{\xi}}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} w_{nm}^{(4)} \gamma_m^{(4)} + G_n^{(4)}(\tau), \quad (19)$$

$$\gamma_n^{(4)}(0) = 0, \quad (20)$$

$$w_{nm}^{(4)} = \frac{\pi^2 \mu_m^2 \mu_n J_0^2(\mu_m)}{2\xi^3 [J_0^2(\mu_m) - J_0^2(\mu_m / \xi)]} \int_{\xi}^1 r^2 u_1(\mu_n r / \xi) u_0(\mu_m r / \xi) dr, \quad n \neq m,$$

$$w_{nm}^{(4)} = 1, \quad n = m, \quad G_n^{(4)}(\tau) = \int_{\xi}^{r_c} r u_0(\mu_n r / \xi) q(r, \tau) dr.$$

Профіль ядра потоку з урахуванням співвідношень (5), (15), (18) визначається рівнянням

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(3)} \eta_n}{J_1(\eta_n)} = \frac{\pi^2 \lambda_2}{4\lambda_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(4)} J_0(\mu_n) \mu_n^3 u_1(\mu_n)}{J_0^2(\mu_n) - J_0^2(\mu_n / \xi)}. \quad (21)$$

Враховуючи, що розподіли температур в області D_1 і D_2 описуються рівномірно збіжними у цих областях функціональними рядами, число членів для їх обчислень може дорівнювати чотирьом з похибкою 10^{-3} .

Чисельна реалізація систем рівнянь відносно коефіцієнтів функціональних рядів спільно з рівнянням на рухомій межі областей D_1 і D_2 не викликає принципових труднощів, наприклад у системі MatLab. На рис. 1, 2 показано графіки, які відповідають закону зміни профілю ядра потоку та розподілу температури відносно аксіальної координати за умови $k = 0$, $r_c = 0,25\text{ м}$ і враховуючи початкові дані роботи [6].

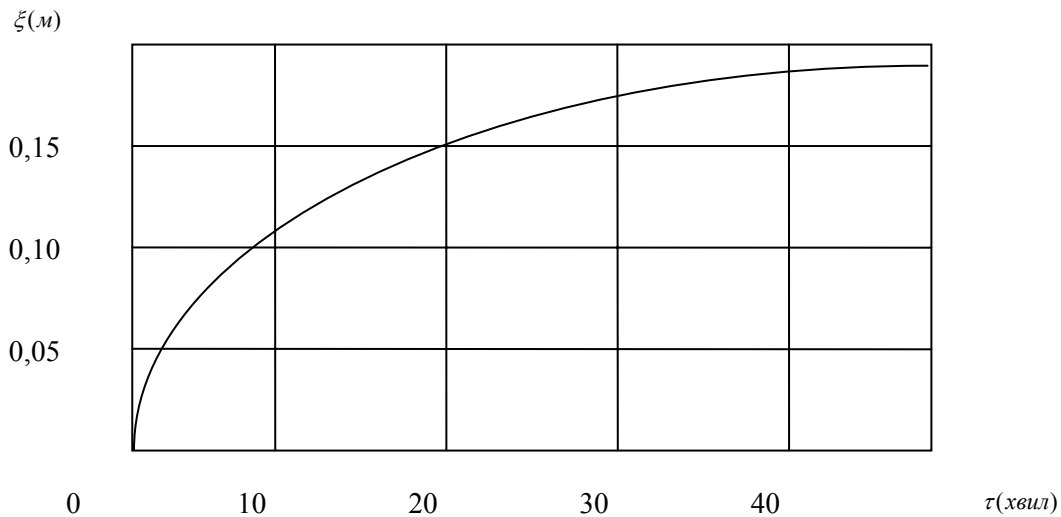


Рис. 1. Залежність профілю ядра потоку від часу

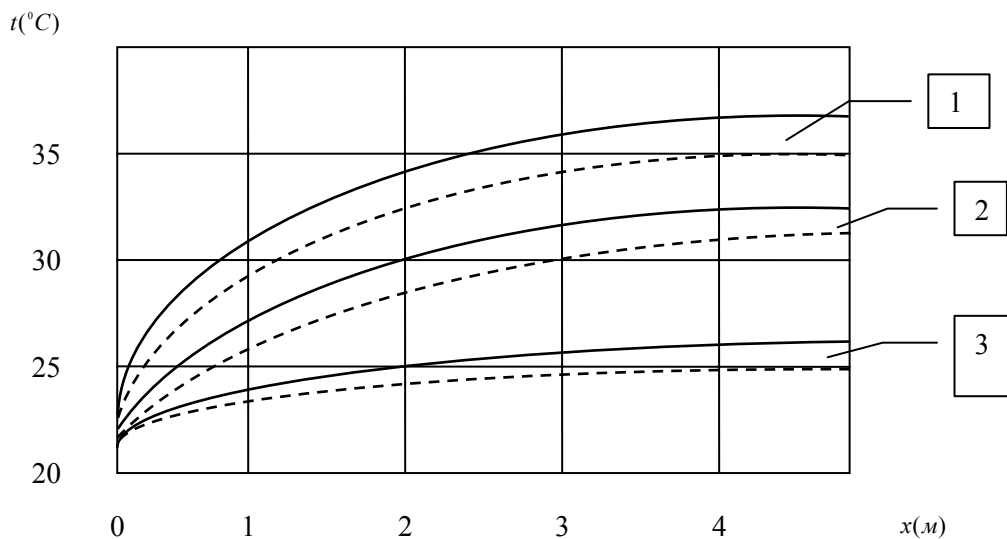


Рис. 2. Розподіл температури у потоці ВНЕ:
 $k = 0$; $1 - r = 0,2$; $2 - r = 0,15$; $3 - r = 0,05$; 1, 2, 3 — — — — [6]

Наведена у роботі модель процесу теплообміну ВНЕ у каналах під дією НВЧ енергії, надає можливість забезпечити рівномірне нагрівання матеріалу на певній глибині об'єму ВНЕ за рахунок вибору швидкості руху матеріалу та потужності джерела НВЧ енергії.

Зазначимо, що запропонована математична модель може бути застосована для випадків, коли переріз каналу буде відмінним від розглянутих, тобто отримані результати узагальнюють результати робіт [1, 2, 6].

1. Joo-Hee Hong, Byoung-Sik Kim and Dok-Chan Kim. Demulsification of Oil – Water Emulsions by Microwave Irradiation. Korean Chem. Eng. Res. – December, 2004. – Vol. 42, No. 6. – P. 662–668.
2. Анфиногентов В.И., Галимов М.Р., Морозов Г.А., Морозов О.Г. Математическое моделирование микроволновой сепарации водонефтяной эмульсии // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ18: Сб. тр. Междунар. научн. конф. Т. 3. – Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2005. – С. 159–162.
3. Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. – М.: Энергия, 1975. – 352 с.
4. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала между параллельными стенками // Прикладная математика и механика. – 1959. – Т. 23, вып. 5. – С. 71–76.
5. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала в круглой трубе // Прикладная математика и механика. – 1960. – Т. 24, вып. 1. – С. 53–59.
6. Анфиногентов В.И. Математическое моделирование СВЧ нагрева диэлектриков. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2006. – 137 с.
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твёрдых тел. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
8. Коряшкина Л.С., Яковенко В.А. О решении одной задачи теплопереноса с фазовым превращением // Питання прикладної математики і математичного моделювання: Сб. научн. тр. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2003. – С. 100–113.

УДК 621.382.001

О.Є. Гамола

Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів

ЕЛЕКТРОТЕПЛОВА МОДЕЛЬ НАПІВПРОВІДНИКОВОГО ДІОДА

© Гамола О.Є., 2007

Запропоновано електротеплову модель напівпровідникового діода, яка дозволяє розрахувати розподіл температури T в структурі з врахуванням залежності рухливості носіїв заряду μ та часу життя τ від температури.

The electric heat model of semiconductor diode which allows to evaluate distributing of the temperature T in its structure when dependence of charge transmitters mobility μ and time of life τ on temperature is taken into account.

Постановка проблеми. Сучасні напівпровідникові прилади – це наночарові структури, кожна ділянка якої легована домішками n або p типу різної концентрації. Електрофізичні властивості таких структур залежать від розподілу температури в них, який зумовлений значним двовимірним електричним полем ($10^5 - 10^6$ В/см). Застосування дифузійно-дрейфової моделі переносу носіїв заряду щодо таких структур не забезпечує адекватності відтворення електрофізичних процесів у них. Створення математичних моделей напівпровідникових приладів, які б враховували явище теплопереносу та його вплив на параметри напівпровідникових структур є **актуальною** задачею.

Аналіз останніх досліджень. Для вирішення цієї проблеми деякі автори пропонують балістичну модель переносу носіїв заряду в малих системах [1, 2], яка допускає, що носії заряду рухаються в середовищі без будь-яких зіткнень. Проте ця модель не дає доброго чисельного результату порівняно з точним розв’язком рівняння Больцмана. У статті Чена [3] виведено і проаналізовано дифузійно-балістичне рівняння теплопроводності, яке враховує дифузійний та