

ВСТУП

Математичне моделювання фізичних явищ електродинаміки ґрунтується на законах теоретичної електротехніки, в основі яких лежить теорія електромагнітного поля.

Аналіз електромагнітних явищ в електротехнічних пристроях передбачає проведення розрахунку електромагнітних процесів у широкому діапазоні різноманітних структур із розподіленими параметрами, а саме: рухомих і нерухомих, лінійних і нелінійних, ізотропних і анізотропних середовищах і є однією із найскладніших задач теоретичної електротехніки. Розв'язання цієї задачі зумовлено одночасним врахуванням у математичних моделях компонентів електромагнітного поля заданих струмів, вихрових полів, складових поля, пов'язаних із механічним рухом елементів конструкції електротехнічних пристроїв.

Переважну більшість польових математичних моделей електротехнічних пристроїв розроблено у позачасовій області та з метою окремого незалежного розрахунку просторових розподілів значень векторів електромагнітного поля заданих струмів, вихрових полів, знаходження значень електромагнітних величин у розподілених динамічних структурах. Такий підхід виключає можливість проведення об'єктивного аналізу перехідних та усталених електромагнітних процесів в електротехнічних пристроях, оскільки унеможливорює встановлення відповідного взаємозв'язку між значеннями основних інтегральних функціональних залежностей досліджуваних пристроїв (струмами, напругами та іншими величинами) та реальними просторово-часовими розподілами значень базових векторів електромагнітного поля.

Практично всі існуючі польові математичні моделі електротехнічних пристроїв побудовано у режимі заданого струму, тобто на основі використання методів теорії електромагнітних кіл знаходять значення струмів, а відповідно до них – розраховують просторові розподіли значень векторів електромагнітного поля у рухомих і нерухомих зонах пристроїв. Така постановка задачі не має достатнього практичного інтересу. Струми у всіх зонах електротехнічних пристроїв є похідними величинами від просторово-часових розподілів значень електромагнітних величин і тому повинні визначатись саме за значеннями векторів електромагнітного поля в рухомих і нерухомих середовищах у перехідних та усталених процесах. Такі можливості надають лише польові математичні моделі електротехнічних пристроїв, побудовані в режимі заданих напруг.

Розраховують електромагнітні процеси в електродинамічних пристроях з використанням методів теорії електромагнітних кіл, поєднанням методів теорії кіл і теорії електромагнітного поля та виключно методів теорії електромагнітного поля. У найпростіших випадках для аналізу електромагнітних процесів доцільно використовувати математичні моделі, які оперують інтегральними величинами, але вони є непридатними для опису електромагнітних явищ у масивних струмо- та магнітопроводах. Частковим розв'язанням такої задачі є одночасне використання в моделях методів як теорії електромагнітних кіл, так і теорії електромагнітного поля. Необхідно підкреслити, що якнайповніше врахувати всі особливості електромаг-

нітних явищ у рухомих і нерухомих середовищах при побудові математичних моделей електротехнічних пристроїв можливо лише на основі використання методів теорії електромагнітного поля.

На практиці великий інтерес викликають тривимірні польові математичні моделі. Існуючий рівень розвитку апаратно-програмних засобів дає змогу реалізувати такі моделі, але ще залишаються теоретичні і прикладні проблеми, які вимагають свого вирішення. Це такі проблеми, як розроблення ефективних методів розрахунку електромагнітних процесів у рухомих нелінійних анізотропних середовищах як в одній рухомій або нерухомій системі координат, так і одночасно у рухомій і нерухомій системах координат; розвиток методів та способів знаходження крайових умов для основної системи розрахункових рівнянь; фізичну і математичну обґрунтованість використання прийнятих калібровок; врахування особливостей реальних режимів роботи пристроїв під час побудови польових математичних моделей, а також удосконалення алгоритмічно-програмних комплексів.

Першим кроком до побудови тривимірних польових математичних моделей є розв'язання цих задач для випадку прийняття допущення про плоскопаралельність електромагнітного поля у пристроях. Навіть за такого наближення для широкого класу електротехнічних пристроїв за допомогою двовимірних польових математичних моделей можна досягти високої адекватності відтворення розробленими моделями фізичних закономірностей електромагнітних явищ у довільних станах пристроїв.

Загалом польові математичні моделі електротехнічних пристроїв відповідно до їх призначення умовно можна поділити на математичні моделі розрахунку усталених і перехідних електромагнітних процесів. Найскладнішими у реалізації є польові математичні моделі розрахунку усталених електромагнітних процесів, оскільки вони передбачають безпосереднє знаходження стаціонарних просторово-часових розподілів значень електромагнітних величин (періодичних і неперіодичних) у зонах електротехнічних пристроїв одночасно у системах координат рухомих і нерухомих середовищ. Цю задачу поки що не розв'язано навіть на теоретичному рівні. Вагомим поступом у цьому напрямі є розроблення ефективних польових математичних моделей розрахунку перехідних електромагнітних процесів електротехнічних пристроїв [95]. Слід також наголосити, що побудова польових математичних моделей навіть найпростіших електротехнічних пристроїв, які враховують реальні електромагнітні характеристики рухомих і нерухомих середовищ, особливості їх конструкції і призначені для розрахунку перехідних електромагнітних процесів, є окремим складним завданням.

Більшість польових математичних моделей електротехнічних пристроїв розроблено в режимі заданих струмів, зокрема це показано в працях В. В. Римші [80, 81], Ю. М. Васьковського [12–14], Е. Рітчі [242], Т. Любіна [243], Дж. Берда [117–119] та інших. Крім того, таку постановку задачі передбачає поширений програмний продукт “Magnetics Maxwell” американської компанії Ansoft Corporation, призначений для аналізу електромагнітних явищ в електродинамічних пристроях. У цьому програмному засобі динаміку руху середовищ реалізовано за допомогою окремого незалежного додатку з використанням інтегральних електромагнітних величин, а не методів теорії електромагнітного поля.

Важливим теоретичним і практичним питанням побудови польових математичних моделей електродинамічних пристроїв є забезпечення однозначності розв'язку сформованої системи розрахункових рівнянь. Успішність вирішення цієї проблеми безпосередньо залежить від вибору способу інваріантного калібрування потенціалів електромагнітного поля, наприклад, Г. А. Лоренца – Ж. А. Пуанкаре, Г. Вейля та інших. Для розв'язання деяких задач електродинаміки у відомих закордонних працях П. Фістера [269], Дж. Берда [117–119], С. Літа [237] та вітчизняних А. Н. Карлова, І. П. Кондратенка, А. П. Ращепкіна [36] та інших використано калібровку Ш. О. Кулона, яка не забезпечує однозначності перетворення векторів електромагнітного поля з рухомої системи координат у нерухому і навпаки.

Використовуючи методи теорії електромагнітних кіл, подібні задачі розв'язували відомі у царині математичного моделювання електромагнітних процесів у турбогенераторах вчені: С. Я. Казовський [33, 34], Е. Г. Кошарський [34], Е. М. Коварський [39], Г. В. Рубісов [34], І. О. Глебов [17, 18], В. Г. Данько [27].

Колопольові математичні моделі як передостанній крок до побудови польових моделей сьогодні є найбільш ефективним практичним інструментом аналізу електромагнітних процесів в електродинамічних пристроях. Значного успіху у розробленні таких моделей досягли А. В. Іванов-Смоленський [29], К. М. Поліванов [75, 76], С. Н. Кадніков [31], А. В. Левін, П. С. Васіч [61], В. Й. Чабан [94, 95], Ю. М. Васьковський [12–14], А. Н. Карлов, І. П. Кондратенко, А. П. Ращепкін [35, 36], Г. А. Циганкова [92], Е. Ланге [234], С. Руохо [283, 284], Б. Стумбергер [306] та інші.

Під час розв'язання задач аналізу електромагнітних процесів у складних рухомих і нерухомих нелінійних анізотропних середовищах велику увагу приділяють побудові польових математичних моделей електротехнічних пристроїв у режимі заданих напруг обмоток намагнічування, що ґрунтуються виключно на методах теорії електромагнітного поля, якнайповніше враховують їхні конструктивні особливості, беруть до уваги системи координат рухомих і нерухомих середовищ, у яких розглядається електромагнітний процес, і можуть ефективно використовуватися в практичних дослідженнях. Тому у цій роботі основну увагу приділено побудові саме такого виду математичних моделей електротехнічних пристроїв.

Актуальність теми

Ефективність розроблених польових математичних моделей електротехнічних пристроїв визначається рівнем можливостей їх практичного застосування, а також відповідністю отриманих результатів комп'ютерного симулювання фізичним процесам у реальних пристроях.

Під час проектування та розроблення електротехнічних пристроїв для аналізу електромагнітних явищ у рухомих і нерухомих середовищах найзатребуваніші математичні моделі, які оперують інтегральними фізичними величинами, що отримані безпосередньо з електромагнітного процесу, а не задані ззовні. До таких моделей належать польові математичні моделі, побудовані у режимі заданих

напруг, оскільки переважно напруги є вихідними вимушуваними силами електромагнітних процесів у будь-якому електротехнічному пристрої, тобто реальними інтегральними характеристиками їхніх станів.

Більшість існуючих польових математичних моделей електротехнічних пристроїв розроблено у режимі заданих струмів, але струми є лише похідними величинами складних електромагнітних явищ і повинні не задаватися, а обчислюватись безпосередньо з електромагнітного процесу.

Важливе значення при побудові польових математичних моделей електродинамічних пристроїв має спосіб врахування систем координат, у яких розглядається електромагнітний процес. Від цього фактора залежать не тільки адекватність та характер отриманих результатів, але і складність розрахунків. Внаслідок позачасової постановки задачі та прийняття фізично необґрунтованих калібровок потенціалів електромагнітного поля під час розроблення більшості відомих польових математичних моделей електродинамічних пристроїв не беруть до уваги системи координат, у яких здійснюють аналіз електромагнітних процесів. Як правило, існуючі польові математичні моделі електротехнічних пристроїв не передбачають безпосереднього інтегрування рівнянь електромагнітного поля за часовою змінною (в основних векторах чи в потенціалах) з метою визначення просторово-часових залежностей електромагнітних величин у рухомих і нерухомих зонах пристроїв. Тому застосування такого виду польових математичних моделей електротехнічних пристроїв не дає змоги здійснити якнайповніший і всебічний аналіз основних закономірностей електромагнітних явищ у рухомих і нерухомих середовищах пристроїв у часовій області.

У переважній більшості існуючих польових математичних моделей розрахунків електромагнітних процесів у рухомих і нерухомих середовищах зводиться до двох окремих задач: задачі знаходження просторових розподілів значень векторів електромагнітного поля відповідно до заданих струмів при деякому взаємному фіксованому положенні рухомих і нерухомих елементів конструкції пристрою (задача магнітостатики) і задачі розрахунку інтегральних значень струмів для окремого взаємного розміщення рухомих середовищ на основі використання еквівалентних схем заміщення просторової структури пристрою, інтегральні параметри яких визначають за результатами розрахунку попередньої задачі. Це суттєво спрощує аналіз, але вносить певну невідповідність у відтворення реальних електромагнітних явищ, оскільки в такому випадку отриманий електромагнітний процес відповідає лише першому рівнянню Дж. К. Максвелла – закону повного струму, а дотримання закону електромагнітної індукції для рухомих і нерухомих зон пристрою при цьому є сумнівним. У такий спосіб електромагнітні величини в математичних моделях стають позачасовими, а система координат – автоматично нерухою. Описаний підхід реалізовано у відомому та поширеному серед науковців і дослідників програмному продукті “Magnetics Maxwell” компанії “Ansoft Corporation”.

Усе це дає підстави вважати, що побудова польових математичних моделей електродинамічних пристроїв у режимі заданих напруг, які б передбачали безпосереднє інтегрування рівнянь електромагнітного поля за часовою змінною в рухомих і

нерухомих нелінійних анізотропних середовищах в одній рухомій або нерухомій, а також одночасно в рухомій і нерухомій системах координат, відкриває можливість якнайповнішого і комплексного врахування в моделях фізичної природи електромагнітних явищ в електротехнічних пристроях і тому є актуальною науково-технічною проблемою, вирішення якої має вагомое теоретичне та практичне значення.

Монографія складається зі вступу та семи розділів.

У **вступі** відображено актуальність проблеми, обґрунтовано мету та основні задачі дослідження.

Перший розділ, за результатами проведеного огляду і опрацювання літературних джерел, присвячено висвітленню стану проблеми розрахунку електромагнітних процесів у рухомих і нерухомих нелінійних анізотропних середовищах електротехнічних пристроїв на основі рівнянь електромагнітного поля. Розкрито основні недоліки відомих методів математичного опису електромагнітних явищ, що використовують для аналізу електромагнітних процесів в електродинамічних пристроях, та вказано напрямки їх удосконалення. Показано теоретичну невідповідність застосування поширених у практичних дослідженнях способів розрахунку електромагнітних процесів в електродинамічних пристроях, які не передбачають врахування систем координат рухомих і нерухомих середовищ, а також методів, що при цьому використовуються.

Другий розділ містить загальні теоретичні положення, які включають в себе підходи до формування рівнянь електромагнітного поля в основних векторах і в потенціалах; описано основні способи калібровки рівнянь електромагнітного поля в потенціалах та межі їх застосування; розкрито методи теорії електромагнітного поля, що використовуються для перетворення основних векторів електромагнітних величин з рухомої системи координат у нерухому і навпаки; висвітлено підходи до формування крайових умов для системи розрахункових рівнянь; викладено методи просторової і часової дискретизації рівнянь електромагнітного поля; розглянуто чисельні методи розв'язання системи диференціальних рівнянь у часткових похідних.

У **третьому розділі** на основі розвинутих теоретичних положень до розрахунку електромагнітних процесів у рухомих і нерухомих анізотропних середовищах з використанням рівнянь електромагнітного поля в потенціалах побудовано польові математичні моделі турбогенератора з еквівалентними зубцевими зонами ротора і статора в режимі неробочого ходу при заданій напрузі обмотки збудження в системі координат ротора та у системах координат ротора і статора одночасно. Проведено комп'ютерне симулювання режиму неробочого ходу турбогенератора та проаналізовано отримані результати.

У **четвертому розділі** розглянуто тему розроблення польових математичних моделей турбогенератора з еквівалентними зубцевими зонами ротора і реальною зубцевою структурою статора в режимі неробочого ходу при заданій напрузі обмотки збудження в системі координат ротора та у системах координат ротора і статора одночасно. Проведено комп'ютерне симулювання режиму неробочого ходу турбогенератора та проаналізовано отримані результати.

У **п'ятому розділі** розглянуто побудову польових математичних моделей турбогенератора з реальними зубцевими зонами ротора і еквівалентною зубцевою зоною статора в режимі неробочого ходу при заданій напрузі обмотки збудження в системі координат ротора та у системах координат ротора і статора одночасно. Проведено комп'ютерне симулювання режиму неробочого ходу турбогенератора та здійснено аналіз отриманих результатів.

Шостий розділ присвячено побудові польових математичних моделей турбогенератора з реальними зубцевими зонами ротора і статора в режимі неробочого ходу при заданій напрузі обмотки збудження в системі координат ротора та у системах координат ротора і статора одночасно. Проведено порівняльний аналіз результатів, отриманих на основі польових математичних моделей турбогенератора, наведених у попередніх розділах та розроблених у цьому розділі.

У **сьомому розділі** розглянуто польові математичні моделі турбогенератора в одній рухомій та одночасно в рухомій і нерухомій системах координат у режимі неробочого ходу при заданій напрузі обмотки збудження з різним рівнем деталізації зубцевих зон ротора і статора, в яких під час розрахунку перехідного процесу неробочого ходу в зонах обмоток, що відтворені в моделях електропровідними або діелектричними середовищами, можуть виникати або бути відсутніми струми провідності. Здійснено порівняльний аналіз впливу різних підходів до розрахунку електромагнітних процесів в електропровідних рухомих зонах турбогенератора на адекватність відтворення моделями режиму неробочого ходу.