

А.І. Головатий, М.В. Лобур, Я.М. Новіцький\*  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра САПР,  
\*кафедра деталей машин

## ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ МЕМС ГІРОСКОПА ЗАЛЕЖНО ВІД ЙОГО ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

© Головатий А.І., Лобур М.В., Новіцький Я.М., 2008

**Розроблено методику проектування підвісу робочого органа МЕМС гіроскопа, а саме конструктивних розмірів пружин залежно від необхідних параметрів гіроскопа, такі, як товщина, ширина пружин та їх довжина, а отже, габаритні розміри гіроскопа. Завдяки цій методиці створено підсистему автоматизованого проектування системи пружного підвісу МЕМС гіроскопа.**

**In this work, design technique of the working organ suspension of MEMS gyroscope, that is springs dimensions depending on the required gyroscope performance, such as the thickness and the width of the springs and their length, hence the overall dimensions of the gyroscope, is developed. The created technique allows to create computer-aided design subsystem of the spring elements of the MEMS gyroscope.**

**Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій.** Мікроелектромеханічні системи (МЕМС) увійшли в стадію динамічного розвитку з 90-х років минулого століття. Особливістю таких пристроїв є об'єднання на одному напівпровідниковому кристалі схеми керування (мікропроцесорна частина), так і механічних елементів (мікромеханічна система). Виготовлення МЕМС ґрунтується в основному на процесах, що становлять технологію виготовлення напівпровідникових приладів (інтегральних схем) [1].

МЕМС – це такі пристрої, як мікродвигуни, мікроактюатори, мікропомпи, мініатюрні підвіски, системи позиціонування для дисководів тощо. Серед них можна виділити окрему групу інерційних давачів – це акселерометри та гіроскопи, або давачі кутової швидкості.

Нині МЕМС гіроскопи знайшли широке застосування в різних галузях техніки: автомобільна промисловість (системи підвіски та гальмування), військова промисловість (артилерійські снаряди з корекцією траєкторії, торпеди), фото- та відеотехніка (стабілізатори зображення) та багато інших [1].

За оцінками експертів попит на них зростатиме і обсяг продажів до 2010 року сягне 800 млн. доларів [2].

МЕМС гіроскоп є одним з найскладніших МЕМС як за принципом дії, так і за конструкцією. Існують різні конструкції мікромеханічного гіроскопа, такі, як: камертонна, карданна, кільцева, вібраційного колеса.

МЕМС гіроскопи зараховують до вібраційних гіроскопів. Основна відмінність мікромеханічних вібраційних гіроскопів від традиційних полягає в тому, що їх вихідний сигнал має вібраційний характер, крім того в конструкціях цих гіроскопів відсутні елементи, що обертаються. Всі МЕМС вібраційні гіроскопи використовують той самий фізичний принцип роботи, але мають різний характер власного руху чутливого елемента. Чутливий елемент може здійснювати крутильні (кільцева конструкція) або поступальні коливання (камертонна конструкція).

На рис. 1 зображено двомасову конструкцію мікромеханічного гіроскопа камертонного типу.

Принцип роботи такого гіроскопа полягає ось у чому [3]. Чутливі елементи приводять в протифазні вимушені гармонійні коливання з частотою, близькою до резонансу в площині  $XOZ$ , за допомогою електростатичних віброприводів. У разі обертання платформи, на якій встановлено

гіроскоп, відносно осі чутливості приладу (осі вимірювання  $z$ ) з кутовою швидкістю  $\Omega$  виникають протилежно напрямлені Коріолісові сили інерції. Сили інерції Коріоліса змінюються з частотою вимушених коливань, а їх модулі пропорційні кутовій швидкості вимірювання,  $\Omega$ . Коріолісові сили інерції спричиняють поступальні коливання чутливих елементів в площині  $YOZ$ . Амплітуда цих коливань є пропорційною величині кутової швидкості обертання платформи  $\Omega$ , а їх фаза – напряму [3].

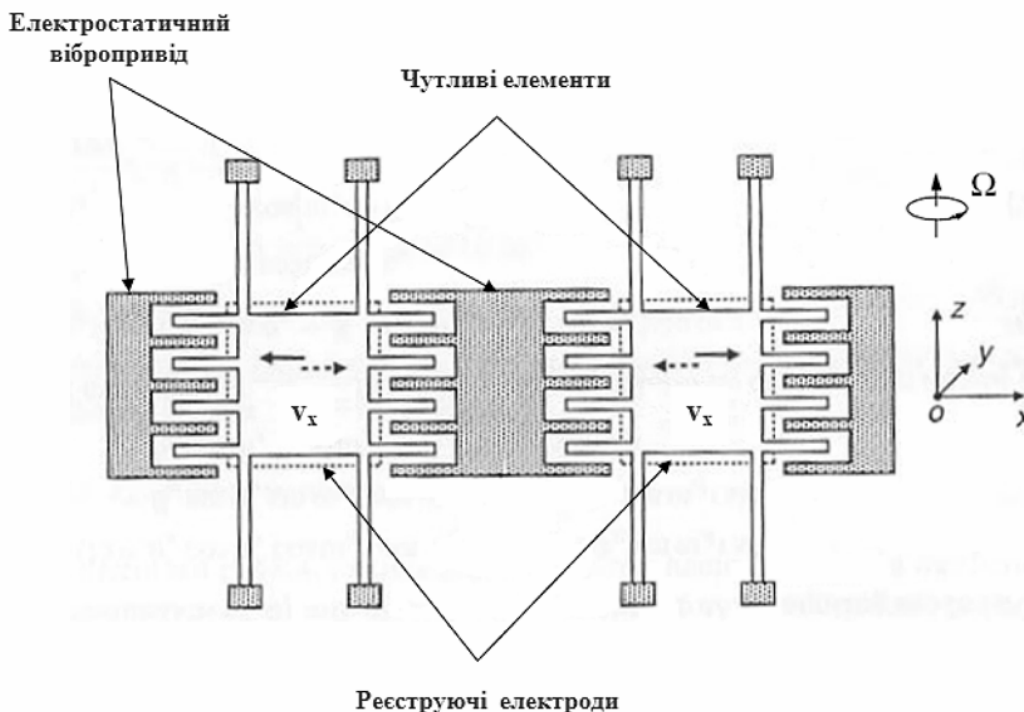


Рис. 1. Конструкція MEMS гіроскопа камертонного типу

**Формулювання цілі статті.** Покращання технічних характеристик мікромеханічних систем гіроскопів та розроблення методик їх розрахунку для створення підсистем автоматизованого проектування є актуальними завданнями сьогодення. Для цього необхідно розробити алгоритм оптимізації конструктивних параметрів пружного підвісу гіроскопа, електростатичного приводу та ємнісного давача з метою їх оптимальної відповідності щодо вхідних та вихідних параметрів гіроскопа.

**Виклад основного матеріалу.** Для дослідження розглянуто конструкцію MEMS гіроскопа камертонного типу, рис. 1.

Важливим конструктивним параметром такого гіроскопа є система пружного підвісу, яка істотно впливає на технічні характеристики виробу (діапазон вимірювання, чутливість, довговічність). Мета дослідження – оптимізація системи пружного підвісу, яка б задовольняла допустимі умови міцності.

Як відомо із теорії лінійних коливань [4], частота власних коливань одномасового пружинного осцилятора визначається за формулою

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}; \quad (\text{Гц}), \quad (1)$$

де  $c$  – жорсткість пружини (Н/м);  $m$  – робоча маса гіроскопа (кг).

Для забезпечення можливості існування резонансних (білярезонансних) коливань необхідно справдження умови

$$f_0 = (1.05 \div 1.01) f, \quad (2)$$

де  $f$  – частота вимушених коливань сили електростатичного приводу (вібратора).

Для цього необхідно так спроектувати коливальну систему гіроскопа, щоб жорсткість її пружинної системи (рис. 2) задовольняла рівняння (1), тобто:

$$c = \frac{m}{i} (2\pi f_0)^2, \quad (3)$$

де  $i$  – кількість пружних елементів.

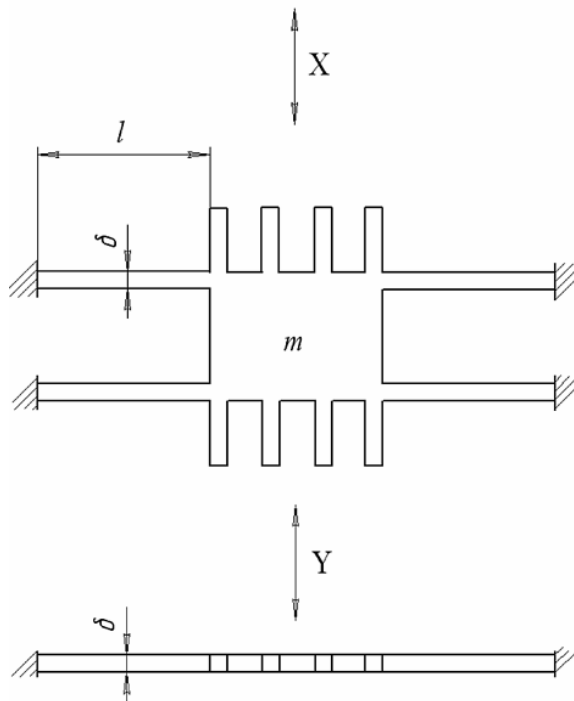


Рис. 2. Схематичне зображення робочого органа та системи пружного підвісу гіроскопа

Методика розрахунку та конструювання параметрів робочого органа (маси) гіроскопа викладена в роботі [5].

Жорсткість підвісу з двома защемленими кінцями обчислюється за формулою [8] (рис. 2):

$$c = \frac{12EJ}{l^3}, \quad (4)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу підвіски;  $J$  – момент інерції поперечного перерізу підвісу;  $l$  – робоча довжина підвіски.

Прийнявши оптимальне число пружних підвісів (пружин) гіроскопа  $i=4$ , із формул (3) і (4) визначаємо необхідний момент інерції перерізу підвісу:

$$J = \frac{cl^3}{12E} = \frac{m\pi^2 f_0^2 l^3}{12E}. \quad (5)$$

Для того, щоб коливання робочої маси гіроскопа, які відбуваються одночасно в двох площинах (два ступені вільності) були резонансними, необхідно, щоб жорсткість пружин в обох напрямках була однаковою. Ідеальним варіантом форми поперечного перерізу підвісу є круг, оскільки при одночасних коливаннях маси в двох координатах (рис. 3а) відбувається своєрідне повертання осей інерції, що у разі круглого поперечного перерізу пружини не викликає зміни жорсткості, а отже, і зміни власної частоти коливань. У разі квадратної форми поперечного перерізу пружини (рис. 3б), одночасне коливання маси гіроскопа в двох осях спричиняє зміну жорсткості пружини.

І що характерно, величина відхилення залежить від співвідношення амплітуд  $A_x$  та  $A_y$ , що при змінній величині  $A_y$  робить неможливим будь-яке коректування частоти вимушуючої сили (для

можливості роботи в резонансі). На жаль, технологія виготовлення підвісу не залишає нам сьогодні ніяких варіантів, крім квадрата. Однак відхилення жорсткості є невеликим, оскільки відношення  $A_y/A_x = (2\div 5)\times 10^{-6}$ , що дозволяє знехтувати зміною жорсткості підвісу.

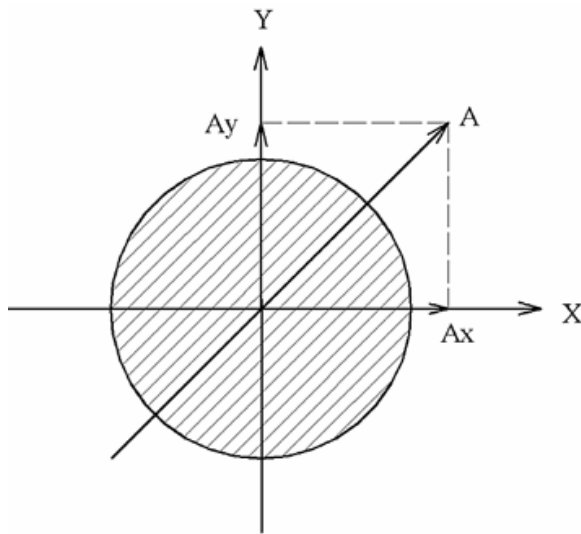


Рис. 3а. Кругла форма поперечного перерізу пружини

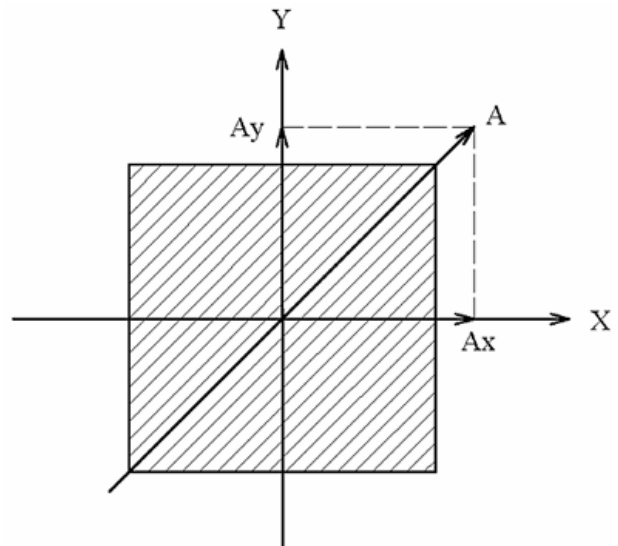


Рис. 3б. Квадратна форма поперечного перерізу пружини

Для квадратного поперечного перерізу підвісу момент інерції:

$$J = \frac{\delta^4}{12}, \quad (6)$$

де  $\delta$  – розмір сторони квадратного перерізу (товщина пружини (рис. 2)).

Підставивши (6) в (5), отримаємо

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{m\pi^2 f_0^2 l^3}{E}}. \quad (7)$$

Аналіз формул (4) і (6) вказує на те, що зміна товщини пружини (точність її виготовлення) в 4-му степені впливає на зміну жорсткості і в квадраті (формула (1)) – на зміну частоти власних коливань. Однак технологічні неточності можна виправити на етапі налагодження приладу незначною зміною частоти вимушених коливань.

Отже, ми визначили один із важливих конструктивних параметрів пружного підвісу – необхідну товщину пружини.

Іншим, не менш важливим параметром є робоча довжина пружини (рис. 2). Мінімальну довжину пружинного стрижня визначають із умови, що максимальні напруження, які виникають в стрижні, не перевищують допустимого напруження витривалості  $[\sigma_1]$ .

Максимальний згинальний момент у разі жорсткого кріплення стрижнів обчислюється за формулою [6]

$$M = \frac{6EJA_x}{l^2}, \quad (8)$$

де  $A_x$  – прогин стрижня – максимальне значення амплітуди коливань робочого органа гіроскопа.

Максимальне напруження в стрижні  $\sigma_{max} = \frac{M}{W_o}$ , де  $W_o$  – осьовий момент опору пружинного стрижня ( для квадратного перерізу  $W_o = \frac{\delta^3}{6}$  ).

Із умови міцності на витривалість  $\sigma_{max} < [\sigma_{-1}]$  отримаємо:

$$\frac{6EJA_x}{l^2 W_o} < [\sigma_{-1}]. \quad (9)$$

Для квадратного перерізу стрижня після підстановки в рівняння (9) значень  $J$  і  $W_o$  отримаємо

$$[\sigma_{-1}] \geq \frac{3EA_x \delta}{l^2} \quad (10)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (7) та (10), отримаємо формулу для визначення мінімальної довжини пружинних стрижнів, що задовольняють умову міцності на витривалість:

$$l_{min} = \sqrt[3]{\frac{81A_x^4 E^3 \pi^2 f_0^2 m}{[\sigma_{-1}]^4}} \quad (11)$$

Отже, отримуємо другий важливий конструктивний параметр підвісу пружинної системи гіроскопа.

Варто відмітити, що робоча довжина пружини повинна бути не меншою від мінімально допустимої, власне, її значення потрібно підставити в формулу (7) для визначення товщини.

Під час визначення мінімальної довжини пружини потрібно брати дещо занижені значення  $[\sigma_{-1}]$ , забезпечуючи, отже, певний запас міцності.

Робоча довжина пружини може істотно відрізнятись від її конструктивної довжини, як в меншу (галтели), так і в більшу (рис. 4) сторону.

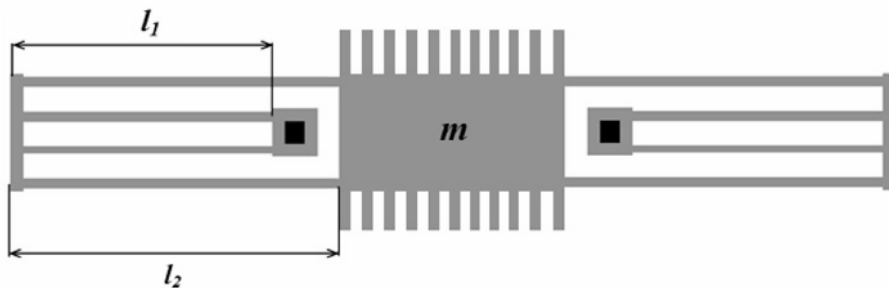


Рис. 4. Робоча довжина:  $l=l_1+l_2$

Величину амплітуди  $A_x$  горизонтальних коливань, яка необхідна для розрахунку мінімальної довжини пружного елемента підвісу гіроскопа, знайдемо з мінімальних вертикальних коливань, що можна виміряти доступними сьогодні засобами і які збуджуються мінімальною Коріолісовою силою, що обумовлює чутливість гіроскопа.

Рух чутливого елемента мікромеханічного гіроскопа математично описується такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x x + k_x \frac{dx}{dt} = F \sin(\omega t) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} + c_y y + k_y \frac{dy}{dt} = -2m \frac{dx}{dt} \Omega \end{cases} \quad (12)$$

де  $m$  – маса чутливого елемента;  $c_x, c_y$  – коефіцієнти жорсткості;  $k_x, k_y$  – коефіцієнти затухань вздовж осей  $x$  і  $y$ ;  $\Omega$  – кутова швидкість обертання платформи відносно осі  $z$ ;  $F$  – електростатична збуджуюча сила, згенерована віброприводами.

Амплітуду мінімальних вертикальних коливань знаходимо з аналітичного розв'язку другого рівняння системи рівнянь (12):

$$A_{ymin} = \frac{2dx/dt \cdot \Omega_{min}}{\sqrt{(v_y^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}, \quad (13)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт загасань;  $\nu_y = \sqrt{\frac{c_y}{m}}$  – частота власних коливань;  $\omega$  – кутова частота вимушених коливань  $\omega = 2\pi f$ ;  $\Omega_{min}$  – мінімальна кутова швидкість вимірювання.

У разі резонансного настроювання підвісу гіроскопа  $\nu_y = \omega$ .

$$A_{y\ min} = \frac{2(dx/dt) \cdot \Omega_{min}}{\sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} \quad (14)$$

Як відомо із курсу теорії лінійних коливань:

$$\frac{dx}{dt} = A_x \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \quad (15)$$

де  $A_x \cdot \omega$  – амплітудне значення віброшвидкості горизонтальних робочих коливань вздовж осі  $x$ .

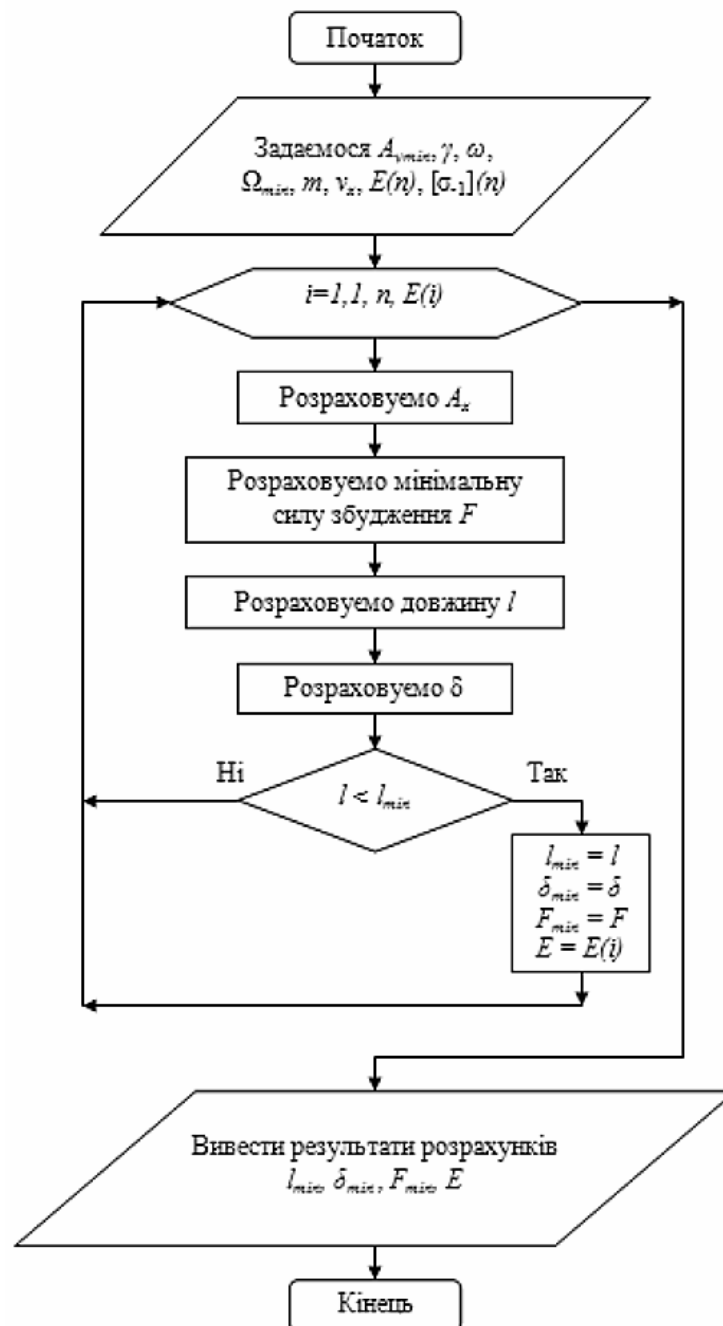


Рис. 5. Блок-схема алгоритму для розрахунку пружної системи MEMC гіроскопа

Тоді

$$A_{y\min} = \frac{2A_x \cdot \omega \cdot \Omega_{\min}}{\sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} \quad (16)$$

Амплітуду  $A_x$  горизонтальних коливань, вздовж осі  $x$ , визначаємо за формулою

$$A_x = \frac{A_{y\min} \sqrt{4\gamma^2 \omega^2}}{2\omega \Omega_{\min}} \quad (17)$$

Величину вимушуючої сили, яка забезпечить необхідну амплітуду  $A_x$ . Знайдемо аналогічно аналітичний розв'язок першого рівняння системи рівнянь (1).

$$A_x = \frac{F}{m \sqrt{(v_x^2 \omega^2) + 4\gamma^2 \omega^2}} \quad (18)$$

У випадку резонансу при  $v_x = \omega$  :

$$A_x = \frac{F}{m \sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} \quad (19)$$

$$F = A_x m \sqrt{4\gamma^2 \omega^2} \quad (20)$$

Алгоритм розрахунку пружної системи МЕМС гіроскопа зображено на рис. 5.

Наприклад, необхідно розрахувати систему пружного підвісу для гіроскопа з такими параметрами:  $m = 0,29 \cdot 10^{-9}$  кг;  $f_0 = 20$  кГц;  $E = 130$  ГПа (модуль Юнга для кремнію);  $[\sigma_{\perp}] = 3,79$  ГПа (допустиме напруження для кремнію).

З формули (17) розраховуємо  $A_x$  і підставляємо в формулу (11) для розрахунку мінімальної довжини пружного елемента підвісу,  $A_x = 2 \cdot 10^{-5}$  м. Отже, з формули (11) та (7) конструктивні габарити пружини:  $l_{\min} = 5,04 \cdot 10^{-8}$  м і  $\delta = 6,11 \cdot 10^{-9}$  м.

**Висновки.** Створено методику розрахунку пружинної системи гіроскопа, що дає змогу досліджувати її вплив на чутливість та інші конструктивні параметри гіроскопа. Досліджено взаємозв'язок конструктивних параметрів гіроскопа і встановлено, що їх оптимальні значення залежать від характеристик його пружинної системи.

Створена методика дає змогу створити підсистему автоматизованого проектування пружних елементів МЕМС гіроскопа.

1. Yazdi N., Ayazi F. and Najafi K. *Micromachined Inertial Sensors* // *Proc IEEE*. – Aug. 1998. – Vol. 86, No. 8. 2. *Report of Yole Developpment, MEMS Gyro Markets, April 2006, Lyon, France*. 3. Yongsik Lee, *Dissertation "A Study Of Parametric Excitation Applied To A MEMS Tuning Fork Gyroscope"*. – P. 4–8, University of Missouri-Columbia, August, 2007. 4. Бабаков И.М. *Теория колебаний*. – М.: ГИТТЛ, 1959. – 621 с. 5. Головатий А.. *Розрахунок і конструювання робочих органів мікромеханічних гіроскопів* // *Вісн. Тернопільського держ. техн. ун-ту*. – 2007. – Т. 12, № 4. – С. 20–25. 6. Беляев Н.М.. *Сопротивление материалов*. – М.: Наука, 1976. – 608 с.