

УДК 528.2

ДО ПИТАННЯ ТОЧНОСТІ ДОВЖИН ВЕКТОРІВ, ОТРИМАНИХ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВІДНОСНИХ GPS-СПОСТЕРЕЖЕНЬ ДВОЧАСТОТНИМИ ПРИЙМАЧАМИ

Я. Костецька, Ю. Пішко

Національний університет “Львівська політехніка”

Постановка проблеми

У наш час GPS-технології широко застосовують у геодезії при виконанні робіт, в яких вимоги до точності отримання координат пунктів є різними, а також є різними віддалі між супутниковими приймачами. В більшості інженерно-геодезичних робіт вони становлять від декількох десятків метрів до десятків кілометрів.

У технічних характеристиках GPS-приймачів фірми вказують точність отримання параметрів векторів при заданій тривалості спостережень, а довжина векторів не перевищує визначеної межі. Вказівки для визначення точності параметрів векторів іншої довжини при іншій тривалості спостережень в технічних описах приймачів відсутні. Тому дослідження точності результатів відносних статичних GPS-спостережень, які дадуть змогу визначати оптимальну тривалість сесій спостережень при різних видах геодезичних робіт, залишаються актуальними.

Аналіз публікацій

Питання точності GPS спостережень стосується багато досліджень [1–4, 6, 9–11]. Але більшість з них виконано тоді, коли система NAVSTAR/GPS ще не була повністю укомплектована. Критичний аналіз результатів досліджень впливу тривалості спостережень на точність векторів різних довжин зроблено в [1]. З нього випливає, що це питання вимагає подальших досліджень. Автори статті [1] запропонували свій цікавий підхід для оцінки точності результатів супутникових спостережень, який ґрунтується на точності визначення параметрів вектора, вказаній фірмами, які виготовляють приймачі, мінімальній тривалості спостережень t_0 , при якій виключається багатозначність, та відношенню реальної тривалості спостережень t до t_0 . Сесія спостережень розглядається як n -кратне повторення сесій тривалості t_0 . У [6] вказано, що такий підхід можна розглядати як наближений, бо повторних виключень багатозначності під час однієї сесії спостережень не виконують.

Постановка завдання

Метою досліджень було уточнення впливу тривалості сесій відносних статичних спостережень двочастотними приймачами на середню квадратичну помилку (СКП) довжин векторів, які передбачені в державних мережах 2 класу [7], тобто від 5 до 20 км.

Виклад основного матеріалу

У дослідженні використано результати спостережень за дві доби, 21 і 22 жовтня 2008 р., на 14 перманентних станціях, які були взяті з WEB-сторінки www.sopac.ucsd.edu.

Із цих результатів для дослідження вибрано тільки ті, за якими можна отримати параметри векторів довжиною від 5 до 20 км. Таких векторів виявилось 34.

З цієї самої WEB-сторінки взято також геоцентричні координати кінців вибраних векторів та обчислені їхні довжини за цими координатами. У табл. 1 вписані назви векторів, координати кінців векторів. Ці довжини в дослідженні використано як точні їхні значення для порівняння з довжинами, обчисленими за результатами спостережень.

Дані про перманентні станції

| ID станції | Назва станції | Місцерозташування | Координати, м | | |
|------------|--------------------|------------------------------|----------------|----------------|--------------|
| | | | X, м | Y, м | Z, м |
| CARH | Carr Hill Site Two | Parkfield / California | - 2620445.4322 | - 4460941.5578 | 3718446.6466 |
| HUNT | Hunt | Parkfield / California | - 2618467.5708 | - 4462644.7786 | 3717747.7730 |
| HOGS | Hogs | Parkfield / California | - 2625065.1905 | - 4460125.5776 | 3716663.8938 |
| MASW | Mason West | Parkfield / California | - 2623331.5878 | - 4463671.3690 | 3713566.3561 |
| TBLP | Table | Parkfield / California | - 2614188.1591 | - 4462851.5262 | 3721323.9442 |
| LAND | Lang Parkfield | Parkfield / California | - 2623410.7214 | - 4458420.3417 | 3719523.7963 |
| MNMC | Mnmc | Parkfield / California | -2618260.9875 | -4456647.2905 | 3726074.3752 |
| P067 | CleggRanchCS2004 | Cambria / California | -2675936.1194 | -4452984.6967 | 3687903.2060 |
| P278 | ClarkeMtn_CS2004 | San Simeon / California | -2675257.4761 | -4441701.2637 | 3702496.5269 |
| P526 | RamageRnchCS2004 | Templeton / California | -2662913.4036 | -4454742.3910 | 3695682.5058 |
| P295 | ChimneyRR_CS2004 | Lake Nacimiento / California | -2658829.0154 | -4452735.2902 | 3701287.9384 |
| PKDB | Platteville | Parkfield / California | -2627226.7982 | -4452757.6201 | 3723620.3970 |
| POMM | Pomm | Parkfield / California | -2623159.1067 | -4457075.8330 | 3721348.8963 |
| RNCH | Rnch | Parkfield / California | -2627524.8378 | -4456235.7352 | 3719700.5762 |

Результати спостережень опрацьовані за допомогою програм пакета Trimble Geomatic Office, які дають змогу ділити результати спостережень на частини та кожну з них опрацьовувати окремо. У такий спосіб для кожного з вибраних векторів сформовано спостереження 4 сесій тривалістю 12 год, 8 сесій тривалістю 6 год, 16 сесій тривалістю 3 год, 24 сесії тривалістю 2 год і 48 сесій тривалістю 1 год. Спостереження всіх сесій опрацьовано, в результаті чого отримано параметри усіх векторів з кожної сесії.

У дослідженні використано тільки довжини векторів. Їх порівняно з довжинами, обчисленими за координатами, наведеними в табл. 1, точність яких є істотно вищою від точності векторів, отриманих за результатами супутникових спостережень. Різниці довжин, обчислених за результатами спостережень та за координатами, вважались істинними помилками векторів, одержаних за супутниковими спостереженнями, що дало змогу обчислити середні квадратичні помилки всіх векторів за вказаної вище тривалості сесій. Отримані значення СКП наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Довжини векторів та їхні СКП, за різної тривалості сесій спостережень, мм

| Довжини векторів, км | Тривалість сесій, год | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----|-----|-----|-----|
| | 12 | 6 | 3 | 2 | 1 |
| <i>l</i> | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 5,017 | 0,5 | 1,1 | 0,9 | 1,4 | 2,4 |
| 5,019 | 1,2 | 2,2 | 3,1 | 3,2 | 3,8 |
| 5,512 | 1,1 | 1,3 | 2,1 | 2,3 | 2,8 |
| 6,081 | 3,0 | 3,3 | 3,4 | 3,7 | 4,4 |
| 6,292 | 1,2 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 2,7 |
| 6,496 | 3,1 | 3,2 | 3,9 | 4,0 | 4,4 |
| 6,641 | 0,7 | 0,9 | 1,6 | 1,6 | 2,3 |
| 6,819 | 2,3 | 2,6 | 2,8 | 2,8 | 4,3 |
| 7,145 | 1,2 | 2,7 | 3,0 | 3,2 | 3,9 |
| 7,147 | 2,1 | 2,4 | 2,9 | 3,0 | 4,5 |
| 7,220 | 0,9 | 1,2 | 1,1 | 1,3 | 2,5 |
| 7,942 | 1,1 | 1,0 | 1,6 | 1,8 | 2,5 |
| 8,519 | 2,9 | 2,5 | 3,4 | 3,6 | 4,7 |
| 8,593 | 2,4 | 2,9 | 2,7 | 3,3 | 4,1 |
| 8,812 | 2,8 | 3,1 | 3,3 | 3,3 | 3,9 |
| 9,022 | 1,6 | 2,0 | 2,8 | 3,1 | 3,4 |
| 10,077 | 2,7 | 3,6 | 3,4 | 3,4 | 3,8 |
| 10,264 | 0,9 | 1,3 | 2,0 | 1,8 | 2,6 |
| 10,389 | 1,1 | 1,4 | 2,5 | 2,7 | 3,8 |

Продовження табл. 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 10,512 | 1,2 | 1,3 | 1,7 | 2,0 | 2,2 |
| 11,266 | 3,9 | 4,2 | 4,2 | 4,4 | 5,1 |
| 11,820 | 1,6 | 1,6 | 1,9 | 2,4 | 4,1 |
| 12,019 | 2,1 | 2,5 | 2,8 | 3,5 | 3,7 |
| 12,122 | 1,0 | 1,3 | 1,8 | 2,3 | 3,2 |
| 12,143 | 1,6 | 1,8 | 2,2 | 3,1 | 3,6 |
| 14,456 | 1,9 | 2,0 | 2,3 | 2,3 | 4,5 |
| 14,976 | 3,7 | 4,1 | 4,8 | 4,8 | 5,0 |
| 15,215 | 1,4 | 1,5 | 2,2 | 2,3 | 2,5 |
| 15,279 | 1,5 | 2,1 | 2,6 | 2,7 | 3,3 |
| 15,342 | 0,5 | 0,9 | 1,5 | 1,7 | 4,0 |
| 16,648 | 1,5 | 2,0 | 2,6 | 2,6 | 3,7 |
| 18,459 | 2,5 | 3,2 | 3,4 | 3,5 | 4,6 |
| 19,206 | 5,4 | 5,4 | 5,7 | 5,4 | 5,9 |
| 19,827 | 1,9 | 2,3 | 2,7 | 2,7 | 3,4 |

Для отримання залежності між СКП довжини вектора M та його довжиною S і тривалістю сесій спостереження вектора T за даними табл. 2 виконано кореляційний аналіз. Результати цих обчислень зведено в табл. 3.

Таблиця 3

Статистичні параметри СКП, довжин векторів та тривалості сесій

| Показник | M | S | T |
|---------------------------------------|---------|-----------------------|--------|
| Кількість, n | 170 | 34 | 5 |
| Сума всіх значень параметра | 454,7 | 362,998 | 24 |
| Середнє | 2,6747 | 10,6764 | 4,8 |
| Сума квадратів усіх значень параметра | 1446,91 | 4466,1567 | 194 |
| Середнє значення квадрата параметра | 8,5112 | 131,3575 ₅ | 38,8 |
| Стандарт | 1,1650 | 4,1680 | 3,9699 |

У табл. 4 подано результати обчислень коваріацій та коефіцієнтів кореляцій між СКП довжин векторів та їхньою довжиною і СКП довжин векторів і тривалістю сесій.

Таблиця 4

Обчислення коефіцієнтів кореляції та їхні СКП

| Показник | M і S | M і T |
|------------------------------------|-----------|---------------------|
| n | 170 | 170 |
| $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ | 5058,5851 | 1824,0 |
| $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i$ | 29,7564 | 10,7294 |
| \bar{x} | 2,6747 | 2,6747 |
| \bar{y} | 10,6764 | 4,8 |
| c_{xy} | 1,2002 | -2,1092 |
| r_{xy} | 0,2472 | -0,4560 |
| $\sigma_{r_{xy}}$ | 0,0720 | 0,0607 ₅ |
| $ r_{xy} / m_{r_{xy}}$ | 3,43 | 7,51 |

Оцінку коефіцієнта кореляції виконано за формулою [8]:

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}},$$

бо $n = 180 \geq 50$. Відношення отриманих значень коефіцієнтів кореляції до їхнього стандарту є більшим від трьох, що вказує на те, що зв'язки між M і S та M і T є реальним. Зв'язок між помилкою довжини вектора та тривалістю сесій є тіснішим, ніж між помилкою довжини вектора та його довжиною. Знаки коефіцієнтів кореляції показують, що із збільшенням довжини вектора його середня квадратична помилка також збільшується, а із збільшенням тривалості сесій – помилка довжини вектора зростає, що є цілком логічним.

За отриманими значеннями коефіцієнтів кореляції та стандартами складено рівняння регресії:

$$M_S = 0,069 * S + 1,94;$$

$$M_T = -0,134 * T + 2,03.$$

За наведеними вище формулами СКП одержимо в міліметрах, підставляючи в першу з них довжину вектора в кілометрах, а в другу – тривалість сесій в годинах.

Для оцінки точності довжин векторів, отримуваних за результатами відносних статичних спостережень двочастотними приймачами, фірми в технічних характеристиках приймачів наводять формулу, яку при довжині вектора, вираженій в кілометрах, можна записати так: $M = 5_{мм} + 1 * S$ [12]. За нашими результатами коефіцієнт при довжині вектора є майже в 14 разів меншим. Постійна складова помилки є в 2,5 раза меншою. Це дає змогу стверджувати, що реальна точність визначення довжин векторів за результатами GPS спостережень є вищою від вказаних в технічних характеристиках приймачів.

За наведеними вище даними отримано рівняння регресії між СКП довжини вектора та його довжиною і тривалістю сесії. Загальне рівняння регресії з прийнятими в статті [8] позначеннями має вигляд:

$$M - \bar{M} = A(S - \bar{S}) + B(T - \bar{T}),$$

в якому \bar{M} , \bar{S} , \bar{T} – середні значення СКП, довжини векторів та тривалості сесій; A і B – коефіцієнти, які визначають за формулами

$$A = \frac{r_{SM} - r_{TM} r_{ST}}{1 - r_{ST}^2} \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_S}, \quad B = \frac{r_{TM} - r_{SM} r_{ST}}{1 - r_{ST}^2} \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_T}.$$

Під час обчислення коефіцієнтів враховано, що в наведених в табл. 2 даних кореляційний зв'язок між довжиною вектора та тривалістю сесій відсутній, тобто $r_{ST} = 0$. Значення коефіцієнтів кореляції r_{SM} і r_{TM} взяті з табл. 4, а значення стандартів σ_M , σ_S , σ_T – з табл. 3. Одержане нами рівняння множинної регресії має вигляд:

$$M_{ST} = 0,069 \cdot S - 0,134 \cdot T + 2,58.$$

Точність отриманих значень коефіцієнтів визначена за [8]:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_M}{\sigma_S} \sqrt{\frac{1 - r_{SM}^2}{n - 1}}, \quad \sigma_B = \frac{\sigma_M}{\sigma_T} \sqrt{\frac{1 - r_{TM}^2}{n - 1}},$$

Значення СКП довжин векторів, обчислених за отриманою формулою, мм

| Довжини векторів, км | Тривалість сесій, год | | | | | | |
|----------------------|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 12 |
| 5 | 2,79 | 2,66 | 2,52 | 2,39 | 2,26 | 2,12 | 1,32 |
| 6 | 2,86 | 2,73 | 2,59 | 2,49 | 2,32 | 2,19 | 1,39 |
| 7 | 2,92 | 2,80 | 2,66 | 2,53 | 2,39 | 2,26 | 1,46 |
| 8 | 3,00 | 2,86 | 2,73 | 2,60 | 2,46 | 2,33 | 1,52 |
| 9 | 3,07 | 2,93 | 2,80 | 2,66 | 2,53 | 2,40 | 1,59 |
| 10 | 3,14 | 3,00 | 2,87 | 2,73 | 2,60 | 2,47 | 1,66 |
| 12 | 3,27 | 3,14 | 3,01 | 2,87 | 2,74 | 2,60 | 1,80 |
| 14 | 3,41 | 3,28 | 3,14 | 3,01 | 2,88 | 2,74 | 1,94 |
| 16 | 3,55 | 3,42 | 3,28 | 3,15 | 3,01 | 2,88 | 2,08 |
| 18 | 3,69 | 3,55 | 3,42 | 3,29 | 3,15 | 3,02 | 2,21 |
| 20 | 3,83 | 3,69 | 3,56 | 3,42 | 3,29 | 3,16 | 2,35 |

Обчислення за поданими вище формулами дали такі значення стандартів: $\sigma_A = 0,021$ і $\sigma_B = 0,020$, тобто точність обох коефіцієнтів є практично однаковою. Помилка першого коефіцієнта є втричі меншою від його значення, а помилка другого коефіцієнта є майже в шість разів меншою від його значення.

Отримана формула дає змогу наближено обчислити очікувану точність визначення векторів від 5 до 20 км за різної тривалості сесій спостережень, наведеної в табл. 5.

Висновки

1. Дослідження показали, що реальна точність довжин векторів, визначених за результатами спостережень двочастотними приймачами американських фірм, є істотно вищою від вказаних в їхніх технічних характеристиках приймачів.

2. Отримана формула залежності середньої квадратичної помилки довжини вектора від його довжини та тривалості сесій, яка може бути використана для апріорної оцінки точності супутникових спостережень.

Література

1. Баран П.І., Чорнокін В.Я. Визначення тривалості GPS-спостережень в геодезичних мережах // Вісник геодезії та картографії. – 2004. – № 2. – С.12–15.
2. Дементьев В.Е. Современная геодезическая техника и ее применение. – Твер, ООО ИП “Ален”, 2006. – 592 с.
3. Генине А.А. Побединский Г.Г. Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М.: “Картгеноцентр” – “Геодезиздат”, 1999. – 272 с.
4. Гофманн-Велленгофф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS): теорія і практика. – Пер. з англ. – К.: Наукова думка, 1996. – 380 с.
5. Інструкція з топографічного знімання в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. ГОНТА – 2.04 – 02 – 98. – К., 1999. – 155 с.
6. Костецька Я., Торопа І., Фок О. До питання тривалості GPS-спостережень залежно від довжини вектора-бази // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. пр. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2005. – Вип. II. – С. 60–65.
7. Основні положення створення Державної геодезичної мережі України. (Затв. Постановою Кабінету Міністрів України від 8 червня 1998 р. № 844.) – 15 с.

8. Романовский В.И. Применение математической статистики в опытном деле. – М.: ОГИЗ, 1957. – 248 с.
9. Третяк К., Черепанов Є. Експериментальні дослідження точності GPS-системи SR-9500 Leica // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. пр. – Львів: Ліга-Прес. – 1999. – С. 93–98.
10. Третяк К.Р., Шушкова Т.М. До питання тривалості GPS-вимірів при побудові державних мереж 1 та 2 класів // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2001. – Вип. 61 . – С. 124 – 132.
11. Lamparski J. NAVSTAR GPS od teorii do praktyki. – Olsztyn: W- stwo Uniwersytetu Warmińsko-mazurskiego, 2001. – 548 s.
12. 4000 SSE User Guide. USA. Trimble Navigation Limited, 1994. – 76 с.

**До питання точності довжин векторів, отриманих за результатами відносних
GPS-спостережень двочастотними приймачами**

Я. Костецька, Ю. Пішко

Досліджено залежність точності довжин векторів від їхньої довжини та тривалості сеансів за результатами спостережень 34 векторів завдовжки від 5 до 20 км. Результатом спостережень є функціональна залежність між середньоквадратичною похибкою довжини вектора та його довжиною та тривалістю сеансу спостережень. Формулу рекомендується застосовувати для апріорної оцінки точності геодезичних супутникових спостережень.

**К вопросу точности длин векторов, полученных за результатами относительных
GPS-наблюдений двухчастотными приемниками**

Я. Костецкая, Ю. Пишко

Исследована зависимость точности длин векторов от их длины и длительности сеансов за результатами наблюдений 34 векторов длиной от 5 до 20 км. Результатом наблюдений является функциональная зависимость между средней квадратической ошибкой длины вектора от его длины и длительностью сеанса наблюдений. Формулу рекомендуется применять при априорной оценке точности геодезических спутниковых измерений.

**To the question of exactness of lengths of vectors, gotten as a result
of relative supervisions two-channel sequential receivers**

Ya. Kostetska, Y. Pishko

Dependence of exactness of lengths of vectors is investigational on their length and duration of sessions as a result of supervisions of 34 vectors long from 5 to 20 km. The result of supervisions is functional dependence between the middle quadratic error of length of vector from it's length and duration of session of supervisions. It is recommended to apply a formula at a priori estimation of exactness of the geodesic satellite measuring.