Як приклад додатково розглянемо електростанцію з двома напругами на стороні підвищеної напруги, де шини цих напруг з'єднані через автотрансформатор. Такі схеми застосовують на більшості електростанцій (рис. 3).

Якщо групи генераторів $G1_{а,б}$ і $G2_{а,б}$ забезпечують необхідні задані напруги на шинах U_1 і U_2, то перетоку реактивної потужності через автотрансформатор не буде, за винятком реактивних навантажень на стороні третинної обвитки автотрансформатора. У такому разі оптимізацію розподілу реактивної потужності необхідно виконувати окремо для двох груп генераторів. У разі видавання потужності генераторів $G1_{а,б}$ на шини РП ВН, необхідно оптимізувати розподіл всіх генераторів електростанції разом.

Висновки. Внаслідок виконаних досліджень розроблено методику розрахунку оптимальних значень реактивних навантажень генераторів електростанції на основі розв'язання оптимізаційної задачі методом нелінійного програмування. За допомогою цієї методики отримано діаграму оптимального розподілу реактивних навантажень генераторів, що може бути реалізована виконавчими органами автоматичних регуляторів збудження генераторів.

Росман Л.В. Групповое управление возбуждением синхронных генераторов гидроэлектростанций. – М., Л.: ГЭИ, 1962. – 167 с. 2. Миняйло А.С., Олексин В.П. Экономное распределение реактивных нагрузок между синхронными и асинхронизированными турбогенераторами // Вестн. Львов. политехн. ин-та. – 1986. – № 204. – С. 48–51. 3. Олексин В.П., Матвийчук А.Н., Миняйло А.С. Управление режимами совместной работы асинхронных и асинхронизированных турбогенераторов // Электрические станции. – 1989. – № 2. – С. 7–9. 4. Росман Л.В. Об учете потерь при автоматическом распределении реактивной нагрузки между генераторами электростанции // Электрические станции. – 1959. – № 6. – С. 33–35. 5. Миняйло А.С. Определение потерь от реактивной мощности в блоках с АСТГ // Энергетика и электрификация. – 1994. – № 6. – С. 4–7. 6. Перхач В.С. Математические задачи электроэнергетики. – Львов: Вища шк., 1982. – 380 с.

УДК 621.313.322-81;621.311.22

О.С. Міняйло, О.І. Маврін, К.Б. Покровський, А.В.Чабан
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електричних станцій

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОНІЗОВАНОГО ТУРБОГЕНЕРАТОРА У ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ

Побудовано математичну модель асинхронізованого турбогенератора з розподіленими параметрами у фазних координатах.

The mathematical model of asynchronized turbogenerator is in-process developed with the up-diffused parameters in phaze coordinates.

Постановка проблеми. Застосування асинхронізованих турбогенераторів (АСТГ) в енергосистемах на сучасному етапі залишається актуальною проблемою через зростання нерівномірності графіків навантаження енергосистеми. Досвід експлуатації АСТГ засвідчує високу ефективність роботи таких генераторів в режимах глибокого споживання реактивної потужності під час денних та нічних знижень навантаження та під час використання асинхронного режиму генератора для підвищення надійності роботи електростанції [1]. Для дослідження режимів роботи енергосистем з

АСТГ доцільно застосовувати методи математичного моделювання через значну собівартість виконання досліджень на фізичних моделях та в умовах реальної експлуатації об'єкта досліджень.

Мета та задачі досліджень. З метою розширення наукової бази досліджень асинхронізованих турбогенераторів в роботі ставиться задача розроблення сучасної математичної моделі АСТГ у фазних координатах.

Аналіз останніх досліджень. На відміну від попередніх робіт [2, 3] така модель надасть можливість дослідити режими роботи АСТГ в реальних умовах різноманітних схем електричних з'єднань, що, здебільшого, не дозволяє фізичне моделювання. Одночасно нова математична модель дозволить виконати симуляційні дослідження з врахуванням розподілу параметрів масиву ротора по поверхні поковки, а врахування фазної системи координат позбавляє необхідності застосування багаторазового математичного перетворення системи координат під час симуляції.

Виклад основного матеріалу. Математичні моделі пристроїв з рухомими масивними струмо- і магнітопроводами є одними з найскладніших моделей електромеханічних пристроїв. Для таких систем електромагнітні процеси описуються складними диференціальними рівняннями як із звичайними, так і з частинними похідними, а механічні процеси – або рівняннями із звичайними похідними (для абсолютно штивних валів валопроводу), або рівняннями із частинними похідними (для пружного валопроводу). Середовище, в якому відбуваються основні електромагнітні процеси, є нелінійним та анізотропним, що істотно ускладнює як формування диференціальних рівнянь стану, так і методи їх числового інтегрування. Такі рівняння доцільно будувати на підставі фундаментальних законів електродинаміки.

Пропонуємо математичну модель АСТГ у фазних координатах струмів. Модель машини описується системою нелінійних диференційних рівнянь електромагнітного та механічного станів. Електромагнітні процеси в пристрої описуються рівняннями з урахуванням зміни потокозчеплення за кутовою координатою. Такий підхід до побудови математичної моделі з високим ступенем адекватності відтворює реальні фізичні процеси в асинхронізованому турбогенераторі. Оскільки тіло ротора являє собою сталеву феромагнітну поковку, то очевидно, що на електромагнітні процеси в роторі значною мірою впливають вихрові струми, які індукуються в цій поковці. Описати такі процеси можна лише на підставі теорії електромагнітного поля. Подібну модель синхронної машини побудовано в [4]. Однак аналіз перехідних процесів за допомогою згаданої моделі вимагає застосування апарата диференційних рівнянь з частинними похідними, що в математичному аспекті становить мішану задачу з крайовими умовами I-го, II-го і III-го родів. Тому з метою спрощення алгоритмічно-програмних комплексів пропонуємо розподіл радіальної компоненти вектора магнітної індукції B_r по поверхні ротора вважати постійною величиною, а основне потокозчеплення – розподіленим за кутовою координатою α.

Обвитку статора турбогенератора як правило з'єднують в зірку (подвійну зірку), причому нульова точка в малих машинах ізольована, а в великих – заземлена через великий опір. Це здійснюють винятково з метою виконання релейного захисту пристрою. За таких умов з достатньою точністю можна вважати, що струми, які протікають в нульовому проводі (зрозуміло, за несиметричного стану роботи генератора), будуть величинами вищого порядку малості щодо струмів в обмотках статора. Враховуючи згадане, статор турбогенератора розглядатимемо як пристрій з ізольованою нейтраллю обмоток статора. Запишемо диференційні рівняння турбогенератора, що працює на симетричне навантаження:

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S - R_S i_S\,; \quad \frac{d\Psi_f}{dt} = u_f - R_f i_f\,; \quad \frac{d\Psi_{Ri}}{dt} = -R_{Ri} i_{Ri}\,; \tag{1}$$

$$i_S = \alpha_S(\Psi_S - \psi_S); \quad i_f = \alpha_f(\Psi_f - \psi_f); \quad i_{Ri} = \alpha_{Ri}(\Psi_{Ri} - \psi_{Ri}); i = 1..3., \tag{2}$$

де Ψ_S – вектор-стовпець повних потокозчеплень статора; ψ_S – вектор-стовпець основних потокозчеплень статора; Ψ_{Ri} – вектор-стовпець повних потокозчеплень і-го контуру масиву ротора; ψ_{Ri} – вектор-стовпець основних потокозчеплень і-го контуру масиву ротора; u_S – вектор-стовпець фазних напруг статора; u_f – вектор-стовпець напруг збудження; i_S – вектор-стовпець струмів статора; i_f – вектор-стовпець струмів збудження; R_S – матриця резистивних опорів обмотки статора; R_R – матриця резистивних опорів контурів ротора (з індексом f – аналогічні величини обвиток збудження); α_S – матриця обернених індуктивностей розсіяння обмоток статора; α_f – обернена індуктивність розсіяння обмотки збудження, за винятком індуктивності пазового розсіяння; α_{Ri} – обернена індуктивність розсіяння і-го контуру масиву ротора; ψ_S, ψ_f – вектор-стовпці основних потокозчеплень обмоток статора і збудження відповідно.

Запишемо рівняння стаціонарних зв’язків та умову несиметрії фазних напруг, приймаючи, що взаємоіндуктивності розсіяння обмоток фаз якоря є однаковими

$$i_{SA} + i_{SB} + i_{SC} = 0; \tag{3}$$

$$\psi_{SA} + \psi_{SB} + \psi_{SC} \equiv 0; \; \Psi_{SA} + \Psi_{SB} + \Psi_{SC} = 0; \tag{4}$$

$$u_{SA} + u_{SB} + u_{SC} \neq 0. \tag{5}$$

Матриці резистивних опорів та обернених індуктивностей розсіяння обмоток статора та вектор-стовпець фазних напруг статора запишемо так:

$$R_S = \begin{bmatrix} R_S & \\ & R_S \end{bmatrix}; \; \alpha_S = \begin{bmatrix} L_S - M & \\ & L_S - M \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} L_{\sigma S} & \\ & L_{\sigma S} \end{bmatrix}^{-1}; \tag{6}$$

$$R_f = \begin{bmatrix} R_{fd} & \\ & R_{fq} \end{bmatrix}; \; \alpha_f = \begin{bmatrix} L_{fd} - M_{fd} & \\ & L_{fq} - M_{fd} \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} L_{\sigma fd} & \\ & L_{\sigma fq} \end{bmatrix}^{-1}; \tag{7}$$

$$R_{Ri} = \begin{bmatrix} R_{Rdi} & \\ & R_{Rqi} \end{bmatrix}; \; \alpha_{Ri} = \begin{bmatrix} L_{Rdi} - M_{Rdi} & \\ & L_{Rqi} - M_{Rdi} \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} L_{\sigma Rdi} & \\ & L_{\sigma Rqi} \end{bmatrix}^{-1}; \tag{8}$$

$$u_S = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2u_{SA} - u_{SB} - u_{SC} \\ 2u_{SB} - u_{SA} - u_{SC} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

де $R_S, L_S, R_{fd}, L_{fd}, R_{fq}, L_{fq}, R_{Rdi}, L_{Rdi}, R_{Rqi}, L_{Rqi}$ – опір та власна індуктивність розсіяння обмоток, відповідно, статора, збудження і контурів масиву ротора; $M_{ij} = M_{ji} = M$ – взаємоіндуктивності розсіяння відповідних обмоток якоря.

Диференціюючи за часом (3) та розв’язуючи одержаний вираз сумісно з (1), одержимо

$$\frac{di_S}{dt} = \alpha_S \left(u_S - R_S i_S - \frac{d\psi_S}{dt} \right); \tag{10}$$

$$\frac{di_f}{dt} = \alpha_f \left(u_f - R_f i_f - \frac{d\psi_f}{dt} \right); \tag{11}$$

$$\frac{di_{Ri}}{dt} = \alpha_{Ri} \left(-R_{Ri} i_{Ri} - \frac{d\psi_{Ri}}{dt} \right). \tag{12}$$

Продиференціюємо за часом рівняння стаціонарного зв’язку (1), чим виключимо із системи рівнянь (9)–(11) похідну за часом від струму фази C. Враховуючи (1)–(9), а також умову

$$u_{Sj} = R_j i_{Sj} + L_j \frac{di_{Sj}}{dt} \quad (j = A, B, C)\,, \tag{13}$$

запишемо результуюче диференційне рівняння щодо струмів якоря:

$$\frac{di_S}{dt} \equiv \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{SA} \\ i_{SB} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 3L_{\sigma S} + 2L_A + L_C & L_C - L_B \\ L_C - L_A & 3L_{\sigma S} + 2L_B + L_C \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \left[\begin{bmatrix} 3R_S + 2R_A + R_C & R_C - R_B \\ R_C - R_A & 3R_S + 2R_B + R_C \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{SA} \\ i_{SB} \end{bmatrix} + 3\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_{SA} \\ \psi_{SB} \end{bmatrix}\right].$$

Напругу на навантаженні шукаємо з виразу (9), залежно від симетрії або несиметрії навантаження генератора. Це ще раз підтверджує ідею Лаґранжа щодо числа узагальнених координат (узагальнених швидкостей системи) для голономних систем: число узагальнених координат дорівнює числу ступенів вільності системи. Рівняння стаціонарного зв'язку (у нашому випадку перший закон Кірхгофа) зменшує порядок системи на одне рівняння. Отже, для опису будь-якого стану роботи генератора (зрозуміло, з ізольованою нейтраллю) за умови $M_{ij} = M_{ji} = M$ завжди достатньо два диференційних рівняння, записаних стосовно струмів статора (узагальнених швидкостей), та одне рівняння стаціонарного зв'язку.

Електромагнітне поле в роторі є симетричним щодо початку координат. Тоді це дає змогу інтегрувати на проміжку $[-\pi/2;\, \pi/2]$. Основні потокозчеплення фаз статора й ротора отримуємо за проекціями просторового розподілу радіальної компоненти вектора магнітної індукції на поверхні ротора на геометричні осі відповідних фаз [4]:

$$\psi_{SA} = c_S \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\cos(\alpha+\gamma)\,d\alpha\,; \tag{14}$$

$$\psi_{SB} = c_S \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\cos\left(\alpha+\gamma-2\frac{\pi}{3}\right)d\alpha\,; \tag{15}$$

$$\psi_{fD} = c_f \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\cos\alpha\,d\alpha\,;\quad \psi_{fQ} = c_f \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\sin\alpha\,d\alpha\,; \tag{16}$$

$$\psi_{DRi} = c_{Ri} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\cos\alpha\,d\alpha\,;\quad \psi_{QRi} = c_{Ri} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(R,\alpha)\sin\alpha\,d\alpha\,; \tag{17}$$

$$c_S = \frac{4l\tau w_S}{\pi^2};\quad c_f = \frac{4l\tau w_f}{\pi^2};\quad c_{Ri} = \frac{4l\tau w_{Ri}}{\pi^2} \tag{18}$$

де l – довжина розточки статора; τ – полюсне ділення; w_S, w_f, w_{Ri} – число витків фази статора й ротора відповідно; R – зовнішній радіус ротора; γ – кут повороту осі d ротора щодо магнітної осі фази A статора.

Враховуючи перший вираз у (4), запишемо

$$\psi_{SC} = -\psi_{SA} - \psi_{SB}\,. \tag{19}$$

Диференціюючи за часом функціонали (14)–(17) та вираз (19), а також вважаючи, що ділянка інтегрування за кутовою координатою не залежить від часу, отримаємо

$$\frac{d\psi_{SA}}{dt}=c_S\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\cos(\alpha+\gamma)-\omega B_r(R,\alpha)\sin(\alpha+\gamma)\right)d\alpha\,; \tag{20}$$

$$\frac{d\psi_{SB}}{dt}=c_S\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\cos\left(\alpha+\gamma-\frac{2\pi}{3}\right)-\omega B_r(R,\alpha)\sin\left(\alpha+\gamma-\frac{2\pi}{3}\right)\right)d\alpha \tag{21}$$

$$\frac{d\psi_{fD}}{dt}=c_f\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\cos\alpha\, d\alpha;\ \frac{d\psi_{fQ}}{dt}=c_f\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\sin\alpha\, d\alpha\,; \tag{22}$$

$$\frac{d\psi_{SA}}{dt}=-\frac{d\psi_{SB}}{dt}-\frac{d\psi_{SC}}{dt}; \tag{23}$$

$$\frac{d\psi_{DRi}}{dt}=c_{Ri}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\cos\alpha\, d\alpha;\ \frac{d\psi_{QRi}}{dt}=c_{Ri}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt}\sin\alpha\, d\alpha\,. \tag{24}$$

Рівняння електромагнітного поля в роторі [4] за умови наявності лише аксіальної компоненти вектор-потенціалу, напрямленої вздовж протікання струму в обмотці ротора, запишемо

$$B_r(r)=\frac{\mu_0 V_\alpha}{\delta}. \tag{25}$$

Розрахунок крайових умов на поверхні масиву ротора здійснюємо за законом повного струму. Замкнений контур інтегрування проходить через ярмо статора, зубцеву зону статора, точку, яка віддалена на α електричних радіан від магнітної осі фази *A*, далі проходить по поверхні ротора і через точку, яка віддалена на $\alpha+\pi$ електричних радіан, повертається крізь зубцеву зону в ярмо статора. Враховуючи це, запишемо

$$V_\alpha=F_\alpha-\varphi_\alpha, \tag{26}$$

де F_α – намагнічувальна сила генератора, що припадає на один полюс; V_α – спад магнітної напруги на поверхні ротора; φ_α – спад магнітної напруги на решті ділянок контуру інтегрування. Розпишемо ці величини послідовно:

$$\begin{gathered}F_\alpha=k_S i_{SA}\cos(\alpha+\gamma)+k_S i_{SB}\cos\left(\alpha+\gamma-\frac{2\pi}{3}\right)+k_S i_{SC}\cos\left(\alpha+\gamma+\frac{2\pi}{3}\right)+\\+k_f i_{fd}\cos\alpha+k_f i_{fq}\sin\alpha++k_{Ri}i_{Rdi}\cos\alpha+k_{Ri}i_{Rqi}\sin\alpha;\end{gathered} \tag{27}$$

$$\varphi_\alpha=\frac{\varphi_m}{\psi_m}\left(\psi_{SA}\cos(\alpha+\gamma)+\psi_{SB}\cos\left(\alpha+\gamma-\frac{2\pi}{3}\right)+\psi_{SC}\cos\left(\alpha+\gamma+\frac{2\pi}{3}\right)\right); \tag{28}$$

$$\begin{gathered}\psi_m=\sqrt{\frac{2}{3}(\psi_{SA}^2+\psi_{SB}^2+\psi_{SC}^2)};\ \ \varphi_m=\varphi_m(\psi_m);\\ \rho_m=\frac{\varphi_m}{\psi_m};\ \ k_S=\frac{2}{\pi}\frac{w_S}{p_0};\ \ k_f=\frac{2}{\pi}\frac{w_f}{p_0};\ \ k_{Ri}=\frac{2}{\pi}\frac{w_{Ri}}{p_0};\end{gathered} \tag{29}$$

де p_0 – число пар магнітних полюсів генератора; $\varphi_m=\varphi_m(\psi_m)$ – крива намагнічення генератора, за винятком спаду магнітної напруги в поковці ротора.

Вираз для знаходження електромагнітного моменту турбогенератора запишемо у звиклий спосіб:

$$M_E=\sqrt{3}p_0(\psi_{SA}i_{SB}-\psi_{SB}i_{SA})\,. \tag{30}$$

До рівнянь електромагнітного стану додамо рівняння механічного стану за умови абсолютно штивного валопроводу турбоагрегату:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{J_\Sigma}{p_0}(M_T - M_E); \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \tag{31}$$

де ω – швидкість обертання ротора; J_Σ – сумарний момент інерції турбоагрегату; M_T – рушійний момент турбіни.

Висновки. Внаслідок виконаних перетворень на основі рівнянь для електричних та магнітних кіл побудовано математичну модель асинхронізованого турбогенератора у фазних координатах. Ця модель без додаткових перетворень системи координат надає можливість визначати параметри режиму роботи АСТГ з урахуванням особливостей як симетричного і несиметричного навантаження, так і різноманітних схем з’єднань.

1. Здановский В.Г., Миняйло А.С., Кривый В.В. и др. Опыт эксплуатации асинхронизированного турбогенератора АСТГ-200 // Электрические станции. – 1993. – № 1. – С. 37–41. 2. Міняйло О.С., Покровський К.Б. Струми короткого замикання асинхронізованого турбогенератора в різних режимах роботи // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. № 418. – 2001. – С. 127–131. 3. Перхач В., Скрипник О., Горячко В., Рижий Т. Математична модель асинхронізованого турбогенератора як елемента електропересильні надвисокої напруги роботи // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1998. – № 398. – С. 133–138. 4. Математичне моделювання коливних процесів в електромеханічних системах / А. Чабан. – Львів: Вид-во Тараса Сороки, 2007. – 316 с.