

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДРОСЕЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ПАРАМЕТРІВ НЕНЬЮТОНІВСЬКИХ РІДИН

О Крих Г.Б., 2008

Проаналізовані і отримані витратні характеристики трубок під час руху в них неньютонівських рідин, що описуються різними реологічними моделями. Показана можливість застосування наближених формул для визначення реологічних параметрів за вихідними сигналами гідродинамічних мостових вимірювальних перетворювачів .

The flow rate equations of tubes at motion in them of non-Newtonian fluids with different rheological behavior are analysed and defined. The possibility of application of approximate formulas for determination of rheological parameters after the output signals of hydrodynamic bridge measuring transducers is shown.

Постановка проблеми. Гідродинамічні вимірювальні перетворювачі широко застосовуються внаслідок простоти і надійності для вимірювання реологічних параметрів неньютонівських рідин у широкому діапазоні швидкостей зсуву. Математичні моделі гідродинамічних дросельних вимірювальних перетворювачів чи систем завжди містять витратні характеристики дросельних елементів, на базі яких вони побудовані. Якщо перетворювач містить лише один дросельний елемент, то його модель відповідає витратній характеристиці цього елемента [1]. Основним дросельним елементом гідродинамічних вимірювальних перетворювачів є циліндрична трубка круглого поперечного перерізу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Для отримання витратних характеристик таких елементів застосовують узагальнене рівняння (1), яке є універсальним для неньютонівських рідин, що мають різноманітну реологічну поведінку [2,3]. Це рівняння доведено з врахуванням багатьох припущень, основними з яких є такі: потік рідини є усталеним, ламінарним, осесиметричним; трубка є достатньо довгою і її кінцевими ефектами можна знехтувати; рідина є нестисливою; властивості рідини не залежать від тиску і не змінюються в часі; на стінці трубки температура підтримується постійною; “ковзання” рідини на поверхні труби відсутнє і швидкість рідини на межі труба-рідина дорівнює нулю; тангенціальна та радіальна компоненти швидкості дорівнюють нулю. Детальне доведення рівняння наведено в роботі [3] і має вигляд

$$\Gamma = \frac{4F}{\pi R^3} = \frac{4}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau, \quad (1)$$

де τ – напруження зсуву; τ_w – напруження зсуву на стінці; R , L – радіус та довжина трубки; Γ – уявна швидкість зсуву на стінці; F – об’ємна витрата рідини в трубці; $\mathcal{F} = f(\tau)$ – реологічна модель ньютонівської рідини, що встановлює зв’язок між швидкістю зсуву \mathcal{F} та напруженням зсуву τ .

Рівняння (1) дозволяє отримати витратні характеристики циліндричних трубок круглого поперечного перерізу з течією рідин, що описуються різними реологічними моделями $\mathcal{F} = f(\tau)$.

Формулювання цілі статті. Метою роботи є аналіз витратних характеристик циліндричних трубок круглого поперечного перерізу, як основних дросельних елементів гідродинамічних вимірювальних перетворювачів реологічних параметрів неньютонівських рідин, що

підпорядковуюються різним реологічним моделям. У результаті необхідно отримати таку формулу розрахунку характеристик течії неньютонівських рідин, за якою можна би було визначати параметри рідин різної реологічної поведінки.

Виклад основного матеріалу. Рівняння (1) є основною залежністю між напруженням зсуву та швидкістю зсуву. Наприклад, для ньютонівської рідини його можна розв'язати, підставивши

$$\dot{\gamma} = f(\tau) = \frac{\tau}{\mu}$$

$$\frac{F}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \frac{\tau}{\mu} d\tau = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \frac{\tau^3}{\mu} d\tau, \quad (2)$$

де μ – динамічна в'язкість.

Після інтегрування (2) одержимо

$$\frac{F}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \cdot \frac{\tau^4}{4\mu} \Big|_0^{\tau_w} = \frac{\tau_w}{4\mu} \text{ або } \Gamma = \frac{\tau_w}{\mu}. \quad (3)$$

Підставляючи в рівняння (3) $\tau_w = \frac{\Delta PR}{2L}$, одержимо рівняння Пуазейля-Хагена

$$F = \frac{\pi \Delta PR^4}{8L\mu}. \quad (4)$$

Якщо це рівняння записати в означеннях ньютонівських рідин $\tau_w = \mu \dot{\gamma}_w$, то формула для швидкості зсуву на стінці труби матиме вигляд $\dot{\gamma}_w = \frac{4F}{\pi R^3} = \Gamma$.

Аналогічно отримують рівняння витратних характеристик циліндричних трубок для неньютонівських рідин, зокрема псевдопластичних, в'язкопластичних. Аналітичні рівняння витратних характеристик рідин, що описуються різними реологічними моделями, наведені в табл. 1. Деякі з них запозичені з літератури, інші (наприклад, для реологічних моделей де Хагена, Вокадло) отримав автор на основі рівняння (1).

Як очевидно з табл. 1, аналітичні рівняння витратних характеристик трубок з течією неньютонівської рідини звичайно є нелінійними трансцендентними рівняннями. Для деяких реологічних моделей знаходження рівняння витратної характеристики в аналітичному вигляді є складним завданням, а деколи й таким, що не розв'язується в елементарних функціях. У таких випадках для його знаходження доцільно застосувати числові методи. Так, під час знаходження інтеграла методом прямокутників рівняння (1) запишемо у вигляді

$$\Gamma \approx \frac{4}{\tau_w^3} \sum_{i=0}^{N-1} \tau_i^2 f(\tau_i) \Delta\tau = 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} i^2 f(i\Delta\tau), \quad (5)$$

де $\Delta\tau = \tau_w/N$ – інтервал дискретизації дотичного напруження в діапазоні $[0; \tau_w]$; N – кількість інтервалів дискретизації. Зрозуміло, що чим менший інтервал дискретизації $\Delta\tau$, тим точніший розрахунок інтеграла в рівнянні (1) і відповідно точніший розрахунок уявної швидкості зсуву Γ .

Так, для ньютонівської рідини рівняння (5) набуде вигляду

$$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\mu} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^3. \quad (6)$$

Аналитичні рівняння витратних характеристик циліндричних трубок

№ з/п	Рівняння розподільної моделі*	Рівняння витратної характеристики	Літера тура
1	Ньютоп $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$	3	4 [2, 5]
2	Оствальда $\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$ $0 < n < 1$	$\Gamma = \frac{4n}{3n+1} \cdot \left(\frac{\tau_w}{K} \right)^{1/n}$	[2, 3, 5]
3	Еліс $\tau(\eta) = \frac{\eta_0}{1 + (\tau/\tau_{1/2})^p} \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma = \frac{4}{\eta_{11}} \left[\frac{\tau_w}{4} + \frac{\tau_{1/2}}{n+3} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_{1/2}} \right)^{1/p} \right]$	[6]
4	де Хавет $\tau = \frac{\eta_0}{1 + K_T^n} \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma = \frac{\tau_w}{\eta_0} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{K}{4+n} \tau_w^n \right)^{1/n}$	
5	Драцилл-Ейрінг $\tau = K_1 \operatorname{Arsh}(\dot{\gamma}/K_2)$	$\Gamma = \frac{8}{\tau_w} \cdot K_2 K_1 \cdot \left[\frac{1}{2} \operatorname{ch} \left(\frac{\tau_w}{K_1} \right) - \operatorname{sh} \left(\frac{\tau_w}{K_1} \right) + \left(\frac{\tau_w}{K_1} \right)^2 \left(\operatorname{ch} \left(\frac{\tau_w}{K_1} \right) - 1 \right) \right]$	[2, 6]
6	Бінгам $\tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma = \frac{\tau_w}{\eta} \cdot \left[1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 \right]$	[2, 3, 6, 7]
7	Коссоп $\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + K_1 \dot{\gamma}^{0.5}$	$\Gamma = \frac{4}{K_1^2} \cdot \left[\frac{\tau_w}{4} - \frac{4}{7} (\tau_0 \tau_w)^{0.5} + \frac{\tau_0}{3} - \frac{1}{84} \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 \right]$	[3, 6, 7]

* $\eta_0 = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta$ – ефективна в'язкість за швидкістю зсуву, близької до нуля; $\eta_{\infty} = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \eta$ – в'язкість за дуже високих швидкостей зсуву; $\tau_{1/2}$ – напруження зсуву, за якого $\eta = 0.5\eta_0$; τ_w – напруження зсуву, за якого в'язкість визначається так: $\eta = 0.5(\eta_0 + \eta_{\infty})$; Γ – пластична в'язкість; τ_0 – границя напруження зсуву; $K, K_1, K_2, n, p, \eta_1, \eta_2, m$ – довільні емпіричні і найбільшіричні константи та індекси степенів.

1	2	3	4
8	Кесон-Шульман $\tau^{1/n} = \tau_0^{1/n} + (K_1 \cdot \dot{\gamma})^{1/n}$	$\Gamma = \frac{\tau_w}{K_1} \cdot 4n \sum_{k=0}^n C_n^k \frac{(-1)^{3n-k}}{3n+1} \cdot \left[\left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{1+k/n} - \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 \right] \cdot C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	[7]
9	Гершель-Валлі $\tau = \tau_0 + K_1 \dot{\gamma}^n$	$\Gamma = \frac{1}{16} \cdot \frac{n}{3n+1} \cdot \left(\frac{\tau_w}{K_1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right)^{1/n} \cdot \left[1 - \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \cdot \left(1 + \frac{2n}{n+1} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \cdot \left(1 + \frac{n\tau_0}{\tau_w} \right) \right) \right]$	[3]
		$\Gamma = \frac{4n}{n+1} \cdot \left(\frac{\tau_w}{K_1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right)^{1/n} \cdot \left[1 - \frac{2n}{2n+1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \cdot \left(1 - \frac{n}{3n+1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right) \right]$	[6]
		$\Gamma = n \cdot \left(\frac{\tau_w}{K_1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right)^{1/n} \cdot \left[\frac{1}{3n+1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^2 + \frac{2}{2n+1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) + \frac{1}{n+1} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^2 \right]$	[7]
		$\Gamma = \frac{4n}{n+1} \cdot \left(\frac{\tau_0}{K_1} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - 1 \right)^{1+1/n} \cdot \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - 1 \right)^2 - \frac{2n}{3n+1} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - 1 \right) - \frac{2n}{2n+1} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - 1 \right) \right]$	[8]
		$\Gamma = \frac{4}{(3n+1)(2n+1)(n+1)} \cdot \left(\frac{\tau_w}{K_1} \cdot \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \right)^{1/n} \cdot \left[2n^2 \cdot 1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \right] - n \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} + 3n + 1 - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right)$	
10	Восардо $\tau = (\tau_0^{1/n} + K_1 \cdot \dot{\gamma})^n$	$\Gamma = \frac{4\tau_w^{1/n}}{K_1} \cdot \left[\frac{n}{3n+1} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{1/n} + \frac{1}{3n+1} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{3+1/n} \right]$	
11.	Рейвер-Філіпов $\tau = \left(\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \tau^2 / \tau_m^2} \right) \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma = \frac{\tau_w}{\eta_\infty} - \frac{2}{\eta_\infty} \cdot \tau_w^2 \cdot \left(\frac{\eta_0 - 1}{\eta_\infty} \right) \cdot \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_m} \right)^2 - \eta_0 \cdot \ln \left(\left(\frac{\tau_w}{\tau_m} \right)^2 \cdot \frac{\eta_\infty + 1}{\eta_0} \right) \right]$	[6]
12	Вільямсон (Рейнolloв) $\dot{\gamma} = K_1 \tau + K_2 \tau^2$	$\Gamma = \tau_w \cdot \left(K_1 + \frac{4}{5} K_2 \tau_w \right)$	[2] [6]

Для псевдопластичної рідини, що описується моделлю 2 табл. 1, рівняння (5) запишеться у вигляді

$$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^{2+1/n} \quad (7)$$

Для бінгамівської рідини, що описується моделлю 6 табл. 1, рівняння розрахунку уявної швидкості набуде вигляду

$$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\eta} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i-k), \quad (8)$$

де η і τ_0 – реологічні параметри: пластична в'язкість та граничне напруження зсуву; $k = \frac{\tau_0}{\Delta\tau}$.

Для складнішої реологічної моделі, наприклад, трипараметричної моделі Гершеля-Балклі (№ 9 в табл. 1), що описує нелінійну в'язкопластичну модель, рівняння наближеного розрахунку уявної швидкості зсуву має вигляд

$$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K_1} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i-k)^{1/n}. \quad (9)$$

Для чотирипараметричної узагальненої моделі Гершеля-Балклі (№ 10 табл. 2) отримати рівняння витратної характеристики в елементарних функціях неможливо. В такому разі для знаходження витратної характеристики можна застосовувати формулу наближеного розрахунку

$$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau^{n_1}}{K_1} \right)^{1/n_2} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^{n_1} - k^{n_1})^{1/n_2}. \quad (10)$$

Формули числового розрахунку уявної швидкості зсуву для рідин, що описуються іншими реологічними моделями Прандтля-Ейрінга, Кесона, де Хавена, Кесона-Шульмана, Вокадло тощо, наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Формули числового розрахунку уявної швидкості зсуву на стінці циліндричної трубки

№ з/п	Реологічна модель	Формула числового розрахунку
1	2	3
1	Ньютон $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\mu} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^3$
2	Оствальд $\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$, $0 < n \leq 1$	$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^{2+1/n}$
3	Еліс $\tau(\eta) = \frac{\eta_0}{1 + (\tau/\tau_{1/2})^{n-1}} \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\eta_0} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=1}^N i^3 \cdot (1 + (i\Delta\tau/\tau_{1/2})^{n-1})$
4	Де Хавен $\tau = \frac{\eta_0}{1 + K\tau^n} \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\eta_0} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^3 \cdot (1 + K \cdot (i\Delta\tau)^n)$
5	Прандтль-Ейрінг $\tau = K_1 \text{Arsh}(\dot{\gamma}/K_2)$	$\Gamma \approx 4 \cdot K_2 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^2 \cdot \text{sh} \left(i \frac{\Delta\tau}{K_1} \right)$
6	Бінгам $\tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\eta} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i-k)$

1	2	3
7	Кесон $\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + K_1 \cdot \tau^{0.5}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{K_1^2} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^{0.5} - k^{0.5})^2$
8	Кесон-Шульман $\tau^{1/n} = \tau_0^{1/n} + (K_1 \cdot \tau)^{1/n}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{K_1} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^{1/n} - k^{1/n})^n$
9	Гершель-Балклі $\tau = \tau_0 + K_1 \cdot \tau$	$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K_1}\right)^{1/n} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i - k)^{1/n}$
10	Узагальнене Гершеля-Балклі $\tau^{n_1} = \tau_0^{n_1} + K_1 \cdot \tau^{n_2}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K_1}\right)^{1/n_2} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^{n_1} - k^{n_1})^{1/n_2}$
11	Модифіковане Кесона $\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + K_1 \cdot \tau^{n_1}$	$\Gamma \approx 4 \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{K_1}\right)^{1/n_1} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^{0.5} - k^{0.5})^{1/n_1}$
12	Вокадло $\tau = (\tau_0^{1/n} + K_1 \cdot \tau)^n$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau^{1/n}}{K_1} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=k}^{N-1} i^2 \cdot (i^n - k^n)$
13	Рейнер-Філіпов $\tau = \left(\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \tau^2 / K_1} \right) \cdot \tau$	$\Gamma \approx 4 \cdot \Delta\tau \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=1}^N i^3 \cdot \left(\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (i\Delta\tau)^2 / K_1} \right)^{-1}$
14	Вільямсон (Рабинович) $\tau = K_1 \tau + K_2 \tau^2$	$\Gamma \approx 4 \cdot \frac{\Delta\tau}{\eta_0} \cdot \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_w}\right)^3 \sum_{i=0}^{N-1} i^3 \cdot (K_1 + K_2 \cdot (i\Delta\tau))$

Запропонований числовий метод розрахунку швидкості зсуву дав змогу скоректувати деякі аналітичні рівняння витратних характеристик, наведених в літературі. Наприклад, на основі порівняння з числовим розрахунком виконаний аналіз рівнянь витратних характеристик для моделі Гершеля-Балклі, наведених в роботах [3, 6, 7, 8] і рівняння, отриманого в цій статті. Різні за виглядом, всі вони, за винятком рівнянь [3, 7], забезпечують збіжність з результатами числового розрахунку. У рівнянні, наведеному в [3], зайвим є коефіцієнт 1/16. Уточнені також рівняння витратних характеристик для рідин, що описується моделями Еліса, Рейнера-Філіпова, Вільямсона (Рабиновича). Отримані в цій статті аналітичні рівняння витратних характеристик для моделей де Хавена, Вокадло перевірені за допомогою формул числового розрахунку.

Варто зауважити, що рівняння витратної характеристики трубок кінцевої довжини відрізняються від наведених вище рівнянь. Це зумовлено тим, що профілі тиску в трубці в районі входу, виходу рідини відрізняються від градієнту тиску в області усталеного руху [2–5]. Для забезпечення точності розрахунку реологічних параметрів за результатами вимірювання перепаду тиску в циліндричній трубці необхідно враховувати кінцеві ефекти. Для здійснення автоматичної компенсації деяких неінформативних параметрів застосовують перетворювачі, побудовані за мостовими схемами, за допомогою яких можна, зокрема, вилучити складові перепаду тиску від кінцевих ефектів. Особливості побудови гідродинамічних мостових вимірювальних перетворювачів розглянуті в роботах [1,4]. Математичні моделі таких мостових перетворювачів при всіх інших припущеннях, що наведені вище, можна отримати, застосовуючи розглянуті формули числового розрахунку уявної швидкості зсуву.

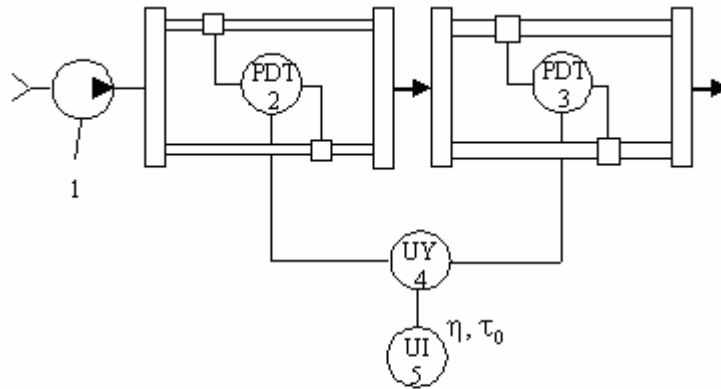


Рис. 1. Принципова схема гідродинамічного перетворювача:
 1 – задавач витрати; 2,3 – дифранометричні перетворювачі;
 4 – пристрій обчислення реологічних параметрів; 5 – вимірювальний показуючий прилад

Розглянемо як приклад вимірювальний перетворювач, що складається з двох послідовно з'єднаних гідродинамічних мостів, що працюють у режимі постійної витрати. Такий перетворювач можна застосовувати для вимірювання реологічних параметрів рідин, що описуються двопараметричною моделлю. Схема та конструктивні особливості перетворювача розглянуті в роботі [4] і показані на рис. 1. Кожний міст складається з чотирьох трубок однакового діаметра різної довжини, але в протилежних плечах моста трубки мають однакову довжину. У вихідні діагоналі мостів під'єднані дифманометри. Діаметри трубок у першому мості 4.01 мм, в другому – 6,05 мм. Різниця довжин між довгими та короткими трубками в першому мості – 0.9 м, в другому – 1,2 м. Продуктивність задавача витрати $F_p = 1.7725 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$. За результатами вимірювання перепаду тиску в діагоналі першого моста 24.3 кПа та 8.1 кПа – в діагоналі другого моста необхідно визначити параметри рідини, що описується моделлю Бінгама. Обчислювальний пристрій 4 розраховує значення пластичної в'язкості η і граничного напруження зсуву τ_0 . За методикою, наведеною в роботах [8,9], вони визначаються з умови мінімізації функції

$$S = \sum_{s=1}^2 (F_s - F)^2, \quad (11)$$

де F_s – витрата, розрахована за рівнянням витратної характеристики в s-му мостовому перетворювачі; $F = F_p/2$ – витрата рідини в трубках. Порівнювались результати розрахунку η і τ_0 під час застосування витратної характеристики мостів у вигляді рівняння Букінгама (№ 6 табл. 1) та наближеного рівняння № 6 з табл. 2. У результаті розрахунку за рівнянням Букінгама отримані такі значення: $\eta = 16.98 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ і $\tau_0 = 2.475 \text{ Па}$. Час розрахунку – 0.1 с. У табл. 3 показані результати розрахунку реологічних параметрів за наближеним рівнянням за різної кількості інтервалів дискретизації, тобто, за різної точності обчислення інтеграла в рівнянні (1).

Таблиця 3

**Значення реологічних параметрів в'язкопластичної рідини,
 розраховані за наближеним рівнянням**

Кількість інтервалів дискретизації, N	Значення η , мПа·с	Значення τ_0 , Па	Час розрахунку, с	Відносна похибка, %	
				η	τ_0
10^6	16.98	2.475	20	0	0
10^5	16.98	2.475	5	0	0
10^4	16.97	2.475	1	-0.06	0
10^3	16.91	2.478	0.1	-0.41	0.12

Як очевидно з табл. 3, за достатньо великої кількості інтервалів дискретизації ($N > 10^5$) точність визначення реологічних параметрів не поступається розрахунку за рівнянням Букінгама, проте час розрахунку достатньо великий (5–20 с). Зменшення інтервалів дискретизації до 10^3 дає незначну похибку розрахунку параметрів, а час їх розрахунку стає співвимірним з часом розрахунку за точним рівнянням.

Висновки. Отже, якщо рівняння витратної характеристики в елементарних функціях виразити не можна, доцільно застосувати наближене рівняння (5), яке з достатньо високою точністю дозволяє розраховувати реологічні параметри неньютонівських рідин за результатами вимірювання вихідних сигналів гідродинамічних мостових вимірювальних перетворювачів. Для підвищення точності розрахунку параметрів за наближеними рівняннями витратних характеристик надалі можна застосувати точніші методи числового інтегрування для розрахунку інтеграла в рівнянні (1), а також проаналізувати точність та швидкодію методів розв'язання оптимізаційної задачі з мінімізації функції (11).

1. Пистун Є.П., Крих Г.Б., Леськів Г.Д. *Моделювання газогідродинамічних вимірювальних перетворювачів на мостових дросельних схемах із постійною витратою* // *Наук.-техн. журн. "Методи та прилади контролю якості"*. – Вип. № 10. – Ів.-Франківськ, 2003. – С. 87–89. 2. Рейнер М. *Деформація и течение. Введение в реологию*. – М.: Госуд. н.-техн. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, 1962. – 382 с. 3. Steffe J.F. *Rheological methods in food process engineering*. – 1996. – 418 p. 4. А.с. 371478 СССР. *Способ измерения вязкости*/Е.П. Пистун, Л.П. Фабри, В.М. Кос, Л.П. Данельская // *БИ № 12*, 1973. 5. Уилкинсон У.Л. *Неньютоновские жидкости*. – М.: Мир, 1964. – 216 с. 6. Каминер А.А., Яхно О.М. *Гидромеханика в инженерной практике*. – К.: Техніка, 1987. – 175 с. 7. Смольский Б. М., Шульман З. П., Гориславец В. М. *Реодинамика и теплообмен нелинейно вязко-пластичных материалов*. – Минск: Наука и техника, 1970. – 448 с. 8. Крих Г.Б. *Визначення реологічних параметрів томатних концентратів за допомогою гідродинамічного вимірювального пристрою* // *Методи та прилади контролю якості*. – Науково-технічний журнал "Методи та прилади контролю якості". – Вип. № 9. – Ів.-Франківськ, 2002. – С. 75–78. 9. Крих Г.Б. *Методика оброблення сигналів гідродинамічних вимірювальних перетворювачів реологічних параметрів неньютонівських рідин* // *Теплоенергетика. Інженерія доквілля. Автоматизація. Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка"*. – № 378. – Львів: Вид-во Держ. ун-ту "Львів. політехніка", 1999. – С. 86–88.