

1. Выбор оптимальных методов испытаний двигателей внутреннего сгорания с позиций энергосбережения и конкурентоспособности. // *Вісн. Інжен. акад. України Нац. авіаційн. ун-ту. Інститут інформаційно-діагностичних систем.* – К., 2007. – № 3. 2. Тащян Г.О. Система автоматизованого менеджмента для підвищення конкурентоспособності наукоємкої продукції. // *Автоматизації і сучасні технології.* 2006. – № 6. 3. Быков С.П., Неструк Д.И., Тащян Г.О. Разработка компонентов автоматизированной системы прогнозирования эффективности инноваций // *Автоматизированные системы обработки информации, управления и проектирования.* Т.7 – Томск: Изд. ТУСУР, 2002. 4. Осипов Ю.М. Показатель "значимость технического решения" имитационной модели АСУ конкурентоспособностью продукции // *Автоматизация и современные технологии.* – 1994. – № 3. 5. Быков С.П., Осинюк Ю.М. Показатель "значимость экономического события" АСУ "конкурентоспособностью продукции" // *Автоматизация и современные технологии.* – 1998. – № 4.

УДК 629.3.03:62-837:62-531.7

С.А. ТАЯНОВ, Р.В. ЧУБИК*

Національний університет "Львівська політехніка",

*Прикарпатський фінансово-економічний коледж

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНУ РУХУ АДАПТИВНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ МАШИНИ ПІД ЧАС ВИКОРИСТАННЯ ПРЯМОКУТНОЇ ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНО МОДУЛЬОВАНОЇ ЦИКЛІЧНОЇ ВИМУШУЮЧОЇ СИЛИ ДЛЯ ЇЇ ЗБУРЕННЯ

© Таянов С.А., Чубик Р.В., 2008

Подано математичні моделі, які дають змогу встановити зв'язок між прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу із основними конструктивними параметрами адаптивної вібраційної технологічної машини та параметрами вібраційного поля, яке створює ця вібромашина під час застосування вищезгаданої циклічної сили для її збурення.

Mathematical models are given which allow to set connection between rectangular latitudinal impulsive modulated cyclic by force electromagnetic vibrodrive with the basic structural parameters of adaptive vibration technological machine and parameters of the vibration field which creates this vibromachine at application of the higher mentioned cyclic force for its indignation.

Постановка проблеми. Керування роботою вібромашин дає змогу забезпечувати технологічно оптимальні параметри вібраційного поля та під час роботи підтримувати їх на заданому технологічно оптимальному рівні. Керування вібромашинами, які для свого живлення застосовують гармонійний синусоїдальний сигнал, є малоефективним через те, що для зміни амплітуди та частоти вимушуючої сили електромагнітного віброприводу необхідно застосовувати генератор та підсилювач потужності, а він попри підсилення корисного сигналу багато енергії перетворює в теплову, знижуючи тим самим ККД вібромашини. Існують також вібромашини, які для свого живлення застосовують півперіодний (обмежений діодом) гармонійний синусоїдальний сигнал. Керування такими вібромашинами є також енергетично невигідним через теплові втрати на ключовому силовому елементі (тиристорі, симісторі) під час керування амплітудою коливань

робочого органа вібраційної технологічної машини (ВТМ) обмеженням площі півперіодної гармонійної синусоїдальної напруги, що подається на електромагнітний вібропривод. Такі системи керування ВТМ мають ще один істотний недолік, що обумовлений нелінійністю впливу вимушуючої сили електромагнітного віброприводу. Тобто, приріст відкривання тиристора на одну сталу величину призводить до нелінійного збільшення площі гармонійної синусоїдальної напруги, що обумовлюється нелінійною формою самої синусоїди. Тому розвиток нових способів та методів керування роботою ВТМ є актуальним науково-технічним завданням сьогодні.

Аналіз останніх досліджень. Вищезгаданих недоліків не мають адаптивні вібраційні технологічні машини [1] (АВТМ), які застосовують двополярну синусоїдально широтно-імпульсно-модульовану (ШІМ) напругу [2] для живлення електромагнітного віброприводу. Перевагою таких вібротехнічних машин є те, що їхня силова частина не працює в підсилювальному режимі чи в обмежувальному, тобто силові ключі знаходяться лише у відкритому або закритому стані. Завдяки відкриванню та закриванню ключів за певним законом, ширина імпульсів на їх виході несе широтно закодовану двополярну синусоїдальну напругу, яка подається на електромагнітний вібропривод АВТМ. Вібротехнічні машини такого типу можуть керувати частотою двополярної синусоїдально широтно-імпульсно-модульованої напруги та її шпаристістю. Що дозволяє забезпечувати резонансний режим роботи та керувати амплітудою коливань робочого органа на резонансній частоті АВТМ. Недоліком вібротехнічних машин такого класу є складність форми двополярної синусоїдально широтно-імпульсно-модульованої напруги та необхідність використання дорогих [3] високочастотних силових ключів для її адекватного відтворення. Для усунення цього недоліку доцільно розробити теоретично та перевірити на практиці простіше легко відтворювані на практиці форми прямокутних широтно-імпульсно-модульованих сигналів для живлення електромагнітного віброприводу АВТМ.

Постановка задачі. Встановити аналітичні залежності між: прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу і основними конструктивними параметрами адаптивної вібраційної технологічної машини, для розрахунку параметрів вібраційного поля, яке створює ця вібротехнічна машина під час застосування вищезгаданої циклічної сили для її збудження.

Виклад основного матеріалу. За допомогою відкривання та закривання силових ключів ШІМ комутатора (рис. 1) легко можна отримати напругу $U_{ШІМ}$ та циклічну вимушуючу широтно-імпульсно-модульовану силу електромагнітного віброприводу $F(t)$, що зображена на рис. 2 б) із позначкою $\Phi(t)$ та описується математичним виразом (1), що побудований на основі функції Хевісайда $\Phi(t)$.

$$F(t) = F \cdot \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot t}{P} \right) \cdot P}{w} + \frac{P}{w} - t \right) - \Phi(t) \right) \quad (1)$$

де w – кругова частота циклічної вимушуючої широтно-імпульсно модульованої сили електромагнітного віброприводу АВТМ, floor – функція MathCAD [4], яка повертає найменшу цілу частину від дробового числа, $\Phi(t)$ – функція Хевісайда.

Враховуючи аналітичний вираз (1), що описує циклічну ШІМ, вимушуючу силу $F(t)$ електромагнітного віброприводу на базі функції Хевісайда та опираючись на [5, 6, 7], можна записати диференційне рівняння (2) двомасної коливної системи (рис. 1). Загальним розв'язком диференційного рівняння (2) є вираз (3), що дозволяє аналітично встановити зв'язок між $F(t)$

прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу і основними конструктивними параметрами адаптивної вібраційної технологічної машини (приведеною масою, коефіцієнтом затування, жорсткістю пружної системи).

$$M \frac{d^2x}{dt} + 2 \cdot M \cdot a \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x(t) = F \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot t}{p} \right) \cdot p}{w} + \frac{p}{w} - t \right) - \Phi(t) \right), \quad (2)$$

де M – приведена маса АВТМ, a – коефіцієнт затування АВТМ, k – жорсткість пружної системи АВТМ, $x(t)$ – амплітуда коливань робочого органа АВТМ, F – максимальне амплітудне значення циклічної вимушуючої сили електромагнітного віброприводу.

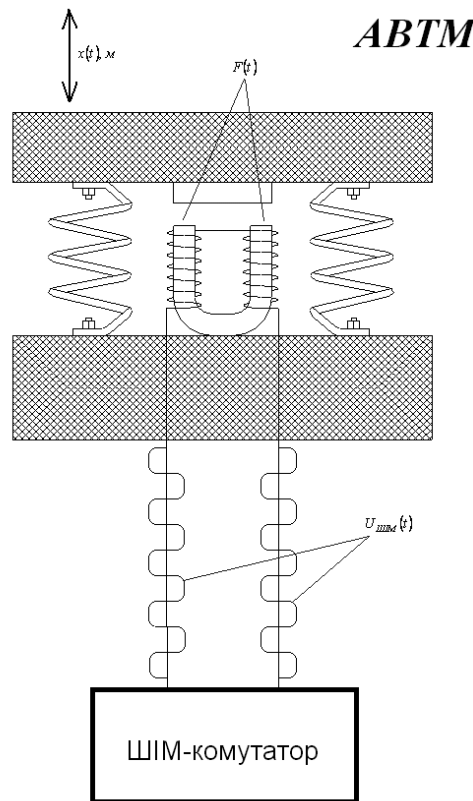


Рис. 1. Схема живлення електромагнітного віброприводу АВТМ апроксимованою двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою

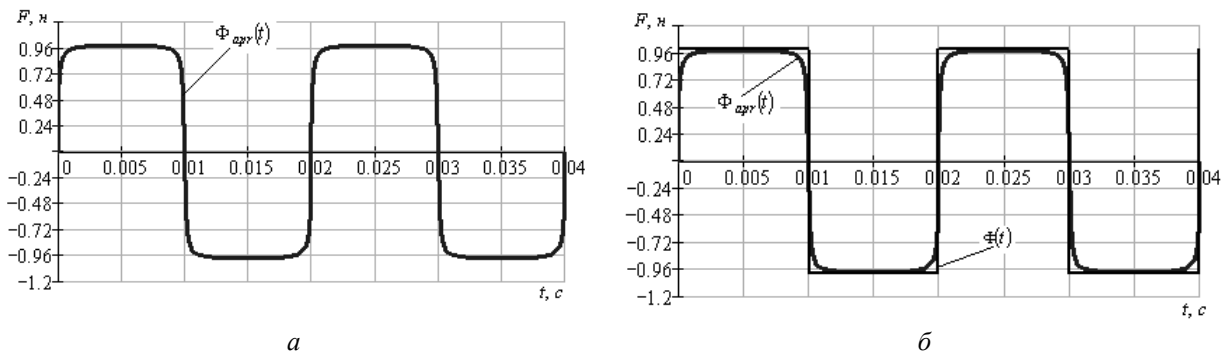


Рис. 2. Циклічна широтно-імпульсно-модульована вимушуюча сила $F(t)$ електромагнітного віброприводу, побудована на різних функціях

Для аналітичного розв'язку диференційного рівняння (2) застосовано математичний пакет MAPLE 11 [8], метод розв'язку вибрано за замовчуванням.

$$x(t) = C1 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} + C2 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} + \frac{F \cdot e^{\left(\frac{-tb}{M}\right)}}{\sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times$$

$$\times \left[\int \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot w}{p} \right) \cdot p + p - t \cdot w}{w} \right) - \Phi(t) \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} - \right. \quad (3)$$

$$\left. - \int \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot w}{p} \right) \cdot p + p - t \cdot w}{w} \right) - \Phi(t) \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} \right]$$

де C1 та C2 – сталі, які залежать від початкових умов.

Враховуючи початкові умови, а саме: $x(0) = 0$, $V(0) = 0$ та $a(0) = 0$, можемо отримати такий частковий розв'язок диференційного рівняння (2):

$$x(t) = \frac{F \cdot e^{\left(\frac{-tb}{M}\right)}}{\sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times$$

$$\left[\int_0^t \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot w}{p} \right) \cdot p + p - t \cdot w}{w} \right) - \Phi(t) \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} - \right. \quad (4)$$

$$\left. - \int_0^t \left(2 \cdot \Phi \left(\frac{2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot w}{p} \right) \cdot p + p - t \cdot w}{w} \right) - \Phi(t) \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M})t}{M}\right)} \right]$$

де t – уявний час, що змінюється від 0 до t .

Математичне моделювання запуску та роботи АВТМ під час живлення електромагнітного віброприводу прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$, зображеною на рис. 2 б) (із позначкою $\Phi(t)$) за допомогою виразу (4), показано на рис. 3. Аналізуючи рис. 3, можемо зауважити, що механічна коливна система (АВТМ) здійснює гармонійні коливання, а у разі входження коливної системи в зону усталених коливань в функції $x(t)$ появляються розриви, які з часом зростають. Причиною такого неадекватного математичного моделювання в зоні усталених коливань є застосування ідеалізованої функції Хевісайда $\Phi(t)$, що є стрибкоподібною. Перевірити адекватність розв'язку (4) можна, розв'язавши диференційне рівняння (2) операторним методом. Враховуючи те, що АВТМ є коливною ланкою [1], її передатну функцію можна записати так:

$$W^{ABTM}(p) = \frac{1}{(M \cdot p^2 + M \cdot 2 \cdot a \cdot p + k)}, \quad (5)$$

де $p \equiv \frac{d}{dt}$ – оператор Лапласа.

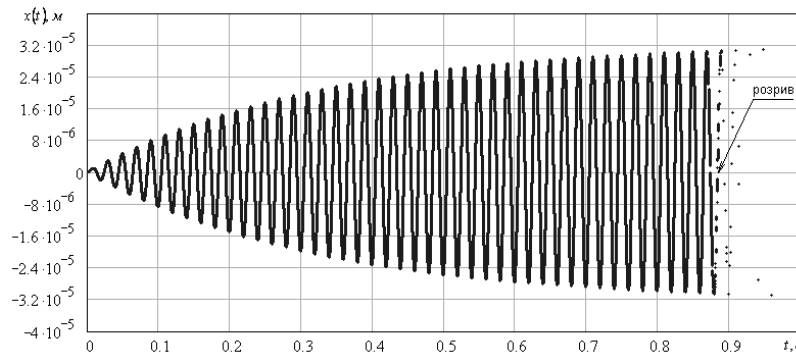


Рис. 3. Закон руху робочого органа АВТМ при живленні електромагнітного віброприводу двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою

Зовнішню циклічну ШІМ вимушуючу силу, що описується виразом (1), в операторній формі можна записати так:

$$W^{cилu.}(p) = 2 \cdot F \cdot \left[L \left[\Phi \left(\frac{-2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot t}{p} \right) \cdot p - p + w \cdot t}{w} \right) \right] \right] - \frac{F}{p}, \quad (6)$$

де $L[]$ – відображення за Лапласом.

Згідно із теорією автоматичного управління [9, 10, 11] реакцію системи (7) на зовнішній вплив можна отримати, зробивши зворотнє перетворення Лапласа від добутку передаточної функції $W^{ABTM}(p)$ цієї системи на відображення за Лапласом зовнішнього впливу $W^{cилu.}(p)$.

$$x(t) = L^{-1} \left[W^{ABTM}(p) \times W^{cилu.}(p) \right] = L^{-1} \left[\frac{2 \cdot F \cdot \left[L \left[\Phi \left(\frac{-2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot t}{p} \right) \cdot p - p + w \cdot t}{w} \right) \right] \right] - \frac{F}{p}}{M \cdot p^2 + M \cdot 2 \cdot a \cdot p + k} \right], \quad (7)$$

де $L^{-1}[]$ – зворотнє відображення за Лапласом.

Зробивши зворотнє перетворення за Лапласом згідно з виразом (7) можна перейти від операторної форми зображення реакції механічної коливної системи до часової форми зображення реакції механічної коливної системи (8). Виконавши математичне моделювання запуску та роботи АВТМ згідно з отриманим виразом (8), у разі живлення електромагнітного віброприводу прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$ вираз (1) та (6) було отримано закон руху, що зображений на рис. 4. Аналізуючи рис. 4, можна зробити висновок, що вираз (8), отриманий операторним методом, описує ту саму функцію, що і вираз (4), що є частковим розв'язком диференційного рівняння (2). Тобто у розв'язку (8) усталений режим починається після часу $t \approx 0.9 \text{ c}$, а рівень амплітуди не перевищує $3.2 \times 10^{-5} \text{ м}$, при $F = 1 \text{ н}$ такі самі

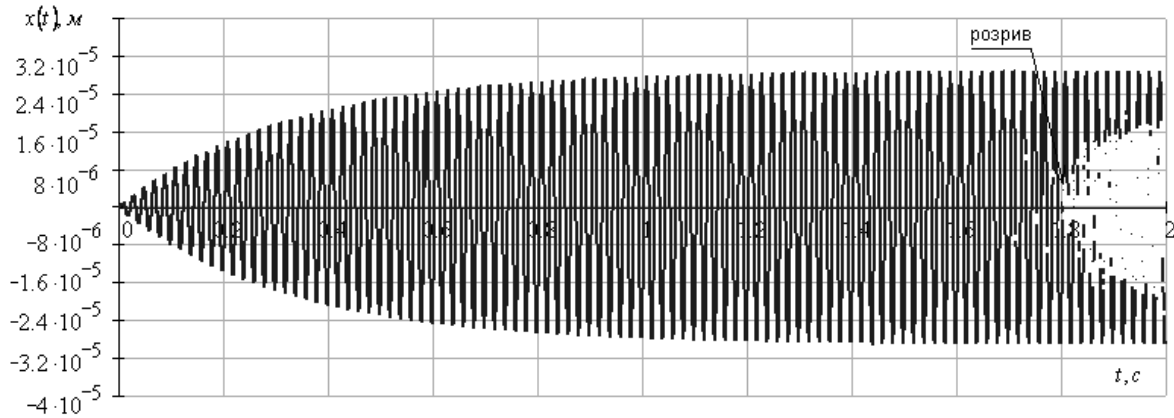


Рис. 4 Закон руху робочого органа АВТМ при живленні електромагнітного віброприводу двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою (отриманий операторним методом)

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \frac{F}{\sqrt{M \cdot (a^2 \cdot M - k)}} \cdot \left[2 \cdot \int_0^t \Phi \left(\frac{p \cdot \left(2 \cdot \text{floor} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot t}{p} \right) + 1 \right)}{w} - t \right) \times \right. \\
 & \left. \times \sinh \left(\frac{\sqrt{M \cdot (a^2 \cdot M - k)} \cdot (t-t)}{M} \right) \cdot e^{-a \cdot (t-t)} dt \right] + \\
 & + \frac{1}{(-a^2 \cdot M + k) \cdot k} \cdot \left[a^2 \cdot M - k + \left(-a^2 \cdot M + k \right) \cdot \cosh \left(\frac{t \cdot \sqrt{M \cdot (a^2 \cdot M - k)}}{M} \right) - \right. \\
 & \left. - a \cdot \sqrt{M \cdot (a^2 \cdot M - k)} \cdot \sinh \left(\frac{\sqrt{M \cdot (a^2 \cdot M - k)}}{M} \right) \right] \cdot e^{-t \cdot a}
 \end{aligned} \tag{8}$$

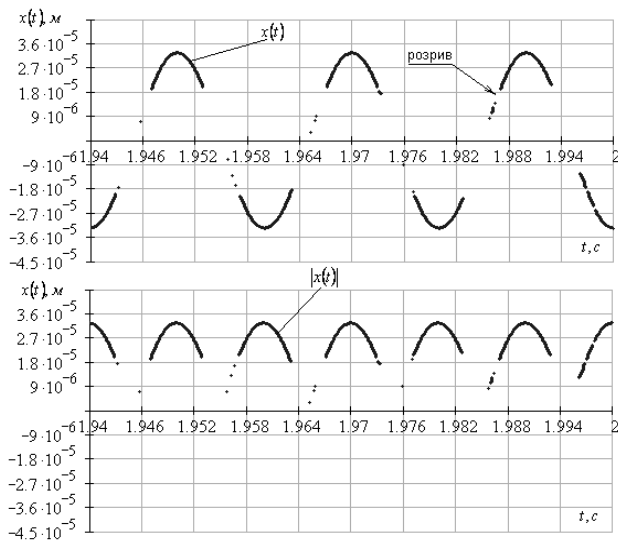


Рис. 5 Розриви в законі руху робочого органа АВТМ при живленні електромагнітного віброприводу двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою (отриманий операторним методом)

характеристики амплітуди коливань робочого органа АВТМ $x(t)$ спостерігаються і в розв'язку частковому (4) диференційного рівняння (2). Попри те, що вираз (8) підтверджує адекватність виразу (4), в нім також спостерігаються розриви в зоні усталеного режиму коливань при $t \approx 1.8$ с, що із плином часу зростають. Поведінка функції (8) на проміжку де $t > 1.8$ с зображена на рис. 5. Для того, щоб переконатися в тому, що в місцях розривів немає комплексних чисел, цю функцію було взято за модулем $|x(t)|$ для того, щоб побачити реальну частину. Як показав аналіз рис. 5, в місцях розриву немає комплексних розв'язків. Також необхідно

зауважити, що вираз має набагато менше розривів ніж вираз (4), це можна пояснити тим, що в пакеті MAPLE 11 для розв'язку диференційних рівнянь, до складу яких входить функція Хевісайда $\Phi(t)$, рекомендується застосовувати метод Лапласа ($method = laplace$) в опціях функції $dsolve()$. Застосування цього методу для розв'язку диференційного рівняння (2) дає дуже громіздкий вираз, а за операторного методу розв'язку (7), яке тотожне (2), апіорі застосовується перетворення Лапласа. Тому розв'язок (8) є адекватнішим, ніж розв'язок (4).

Наявність розривів на рис. 3 та рис. 4 зумовлена застосуванням ідеалізованої функції Хевісайда $\Phi(t)$, яка є стрибкоподібною та не відображає реальної суті фізичних процесів, що відбуваються в електромагнітному віброприводі. Одним з шляхів вирішення цієї проблеми є заміна ідеалізованої функції Хевісайда її апроксимованим значенням $\Phi_{appr}(t)$. З фізичного погляду така заміна є цілком адекватною, тому що вимушуюча сила в електромагнітнім віброприводі не може миттєво з'явитися та миттєво зникнути. Також як і напруга на виході силової частини (на комутаторі) системи керування віброприводом. Вираз (1) не зовсім адекватно (ідеалізовано) відображає електромагнітні та електромеханічні процеси у електромагнітному віброприводі. Зовнішній вигляд апроксимованої прямокутної широтно-імпульсно-модульованої циклічної вимушуючої сили $F(t)$ в електромагнітному віброприводі, що описується виразом (9), зображено на рис. 2 а) та рис. 2 б) із позначкою $\Phi_{appr}(t)$. Враховуючи вираз (9) диференційне рівняння руху робочого органа АВТМ під дією на нього апроксимованої прямокутної широтно-імпульсно-модульованої циклічної вимушуючої сили $F(t)$ можна записати як (10).

$$F(t) = F \cdot \left[\frac{-1.29}{p} \cdot \left[-\arctan \left(K_{appr} \cdot \left(t - \left(\text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) \cdot \frac{2 \cdot p}{w} + \frac{2 \cdot p}{w} \right) \right) \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left| \arctan \left(K_{appr} \cdot \left(t - \left(\text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) \cdot \frac{2 \cdot p}{w} + \frac{p}{w} \right) \right) \right) \right| \right], \quad (9)$$

де K_{appr} – коефіцієнт апроксимації ($K_{appr} = 11000$ на рис. 2 а)), який впливає на величину радіусів, якими апроксимуються гострі кути $\Phi(t)$.

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + b \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x(t) = F \cdot \left[\frac{-1.29}{p} \cdot \left[-\arctan \left(K_{appr} \cdot \left(t - \left(\text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) \cdot \frac{2 \cdot p}{w} + \frac{2 \cdot p}{w} \right) \right) \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left| \arctan \left(K_{appr} \cdot \left(t - \left(\text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) \cdot \frac{2 \cdot p}{w} + \frac{p}{w} \right) \right) \right) \right| \right], \quad (10)$$

де $b = 2 \cdot M \cdot a$, b – коефіцієнт в'язкого опору.

Загальний розв'язок диференційного рівняння (10), отриманий за допомогою математичного пакета MAPLE 11, подано у виразі (11).

$$\begin{aligned}
 x(t) = & C1 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} + C2 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} + \frac{1.29 \cdot F \cdot e^{\left(\frac{-tb}{M} \right)}}{p \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \\
 & \times \left[\int \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) - 2 \cdot p \right)}{w} \right) \cdot \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) - p \right)}{w} \right) \right] \times \\
 & \times e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} - \int \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) - 2 \cdot p \right)}{w} \right) \times \\
 & \times \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) - p \right)}{w} \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

де $C1$ та $C2$ – сталі, які залежать від початкових умов.

Враховуючи початкові умови, а саме: $x(0)=0$, $V(0)=0$ та $a(0)=0$ частковий розв'язок диференційного рівняння (10), можна записати як вираз (12).

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \frac{1.29 \cdot F \cdot e^{\left(\frac{-tb}{M} \right)}}{p \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \int_0^t \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) - 2 \cdot p \right)}{w} \right) \times \\
 & \times \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) - p \right)}{w} \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} \\
 & - \int_0^t \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t - p}{2 \cdot p} \right) - 2 \cdot p \right)}{w} \right) \times \\
 & \times \arctan \left(\frac{K_{apr} \cdot \left(w \cdot t - 2 \cdot p \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) - p \right)}{w} \right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} dt \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4k \cdot M}) t}{M} \right)} \right]. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Математичне моделювання запуску та роботи АВТМ у разі живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушеною силою $F(t)$, зображеною на рис. 2 а) та рис. 2 б) (із позначкою $\Phi_{apr}(t)$) за допомогою виразу (12)

зображено на рис. 6. Аналіз рис. 6 показує, що при коефіцієнті апроксимації $K_{apr} = 11000$ (рис. 2 а)) широтно-імпульсно-модульованої циклічної вимушуючої сили розв'язок диференційного рівняння (10) порівняно із диференціальним рівнянням (2), що синтезовано на базі ідеалізованої функції Хевісайда, дозволяє вдвічі довше адекватно описати закон руху робочого органа АВТМ у разі живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою напругою. Також варто зауважити, що припущення про те, що гострі кути ідеалізованої стрибкоподібної функції Хевісайда, які не відтворювали реальні електромеханічні процеси у електромагнітному віброприводі, були причиною неадекватності у розв'язку (4). Із аналізу рис. 6 також зрозуміло, що перехідний процес запуску АВТМ закінчується після $t \approx 0.9$ с, а рівень амплітуди не перевищує 3.2×10^{-5} м при $F = 1$ н, це узгоджується із двома попередніми розв'язками (4) та (8) і є підтвердженням адекватності розв'язку (12) та доцільності переходу на апроксимовану двополярну широтно-імпульсно модульовану циклічну вимушуючу силу (9). Для отримання закону руху робочого органа без розривів можна було б скористатися збільшенням коефіцієнта апроксимації K_{apr} , але це зумовить значне відходження від класичної двополярної широтно-імпульсно-модульованої циклічної вимушуючої сили, що зображена на рис. 2 б) із позначкою $\Phi(t)$ (1). Значення коефіцієнта апроксимації $K_{apr} = 11000$ адекватно наближує $F(t)$ до реальних електромеханічних процесів, що відбуваються у електромагнітному віброприводі (рис. 2 а)), тому доцільно буде його не змінювати. Для отримання адекватного розв'язку диференційного рівняння (10) при $K_{apr} = 11000$ варто скористатися операторним методом, бо він ґрунтується на перетворенні Лапласа, а метод Лапласа (*method = laplace*) рекомендується [8] під час розв'язання диференціальних рівнянь із стрімкими стрибкоподібними функціями.

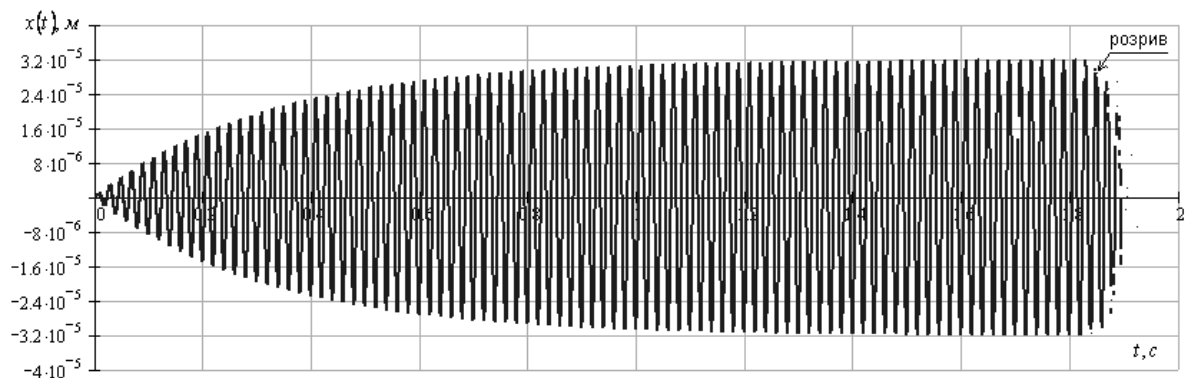


Рис. 6. Закон руху робочого органа АВТМ під час живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою

Розв'язок диференційного рівняння (10) операторним методом матиме такий вигляд:

$$x(t) = \frac{1.29 \cdot F}{p \cdot \sqrt{M \cdot (M \cdot a^2 - k)}} \times \int_0^t \arctan \left(K_{apr} \cdot \left(t - \frac{2 \cdot p \cdot \left(\text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} - \frac{1}{2} \right) + 1 \right)}{w} \right) \right) \times \left. \arctan \left(K_{apr} \cdot \left(t - \frac{p \cdot \left(2 \cdot \text{floor} \left(\frac{w \cdot t}{2 \cdot p} \right) + 1 \right)}{w} \right) \right) \right) \cdot \sinh \left(\frac{\sqrt{M \cdot (M \cdot a^2 - k)} \cdot (t - t)}{M} \right) \cdot e^{-a(t-t)} dt \right. \quad (13)$$

Математичне моделювання запуску та роботи АВТМ у разі живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$, зображеною на рис. 2 а) та рис. 2 б) (із позначкою $\Phi_{apr}(t)$), за допомогою виразу (13) зображено на рис. 7. Із аналізу рис. 7 зрозуміло, що вираз (13) адекватно описує закон руху робочого органа АВТМ під час живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою, зовнішній вигляд якої відтворює сила $F(t)$, зображена на рис. 2 а) та рис. 2 б) (із позначкою $\Phi_{apr}(t)$).

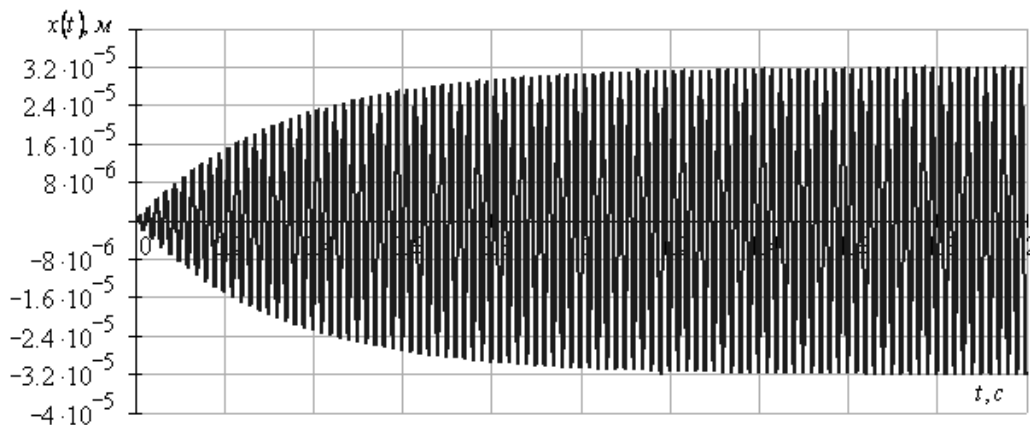


Рис. 7. Закон руху робочого органа АВТМ у разі живлення електромагнітного віброприводу апроксимованою двополярною широтно-імпульсно-модульованою напругою (отриманий операторним методом)

За допомогою виразу (13) промодельована робота АВТМ в резонансному режимі за таких параметрів: $M = 20 \text{ кг}$, $k = 1974000 \text{ н/м}$, $a = 3.103$. Враховуючи, що $w_0 = \sqrt{k/M}$, то $w_0 = 314.166 \text{ с}^{-1}$ тому під час моделювання циклічна частота w двополярної широтно-імпульсно-модульованої сили електромагнітного віброприводу була вибрана $w = 314.159 \text{ с}^{-1}$. Результати такого моделювання зображено на рис. 8. Аналізуючи рис. 8 та беручи до уваги вираз (13), можна зробити висновок, що за резонансного режиму роботи АВТМ за кожний півперіод зовнішньої ШІМ вимушуючої сили електромагнітного віброприводу відбувається інтегрування переміщення $x(t)$ від зовнішньої ШІМ вимушуючої сили $F(t)$ в певному напрямі. Також потрібно зауважити, що за резонансного режиму роботи законом руху робочого органа АВТМ відстає від апроксимованої широтно-імпульсно-модульованої циклічної вимушуючої сили $F(t)$ електромагнітного віброприводу на кут $P/2$.

За допомогою виразу (13) також було виконано дослідження зв'язку між апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$ електромагнітного віброприводу та законом руху робочого органа АВТМ за дорезонансних та зарезонансних режимів роботи АВТМ. Результати виконували за вищезгаданих параметрів механічної коливної системи АВТМ та за таких циклічних частот w двополярної широтно-імпульсно-модульованої сили електромагнітного віброприводу: $w = 307.876 \text{ с}^{-1}$, $w = 311.018 \text{ с}^{-1}$, $w = 314.159 \text{ с}^{-1}$, $w = 317.301 \text{ с}^{-1}$, $w = 320.442 \text{ с}^{-1}$, що відповідає таким частотам: $f = 49 \text{ Гц}$, $f = 49.5 \text{ Гц}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $f = 50.5 \text{ Гц}$, $f = 51 \text{ Гц}$. Результати математичного моделювання зображено на рис. 9. Аналізуючи рис. 9, можна побачити, що зсув фаз j в цьому випадку є класичним для коливної ланки та визначається такими виразами:

$$j^{F \leftrightarrow x} = \arctan\left(\frac{b \cdot \omega}{-M \cdot \omega^2 + k}\right) = \arctan\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot a}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) = \arctan\left(\frac{g \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega}{\omega_0}}\right), \quad (14)$$

де $g = \frac{2 \cdot a}{\omega_0}$ – коефіцієнт демпфування. Аналізуючи рис. 9, можемо переконалися, що вираз (13) враховує не тільки зсув фаз j між силою та переміщенням, але й зміну амплітуди коливань робочого органа АВТМ відповідно до положення робочої точки (ω) на ділянці АЧХ АВТМ.

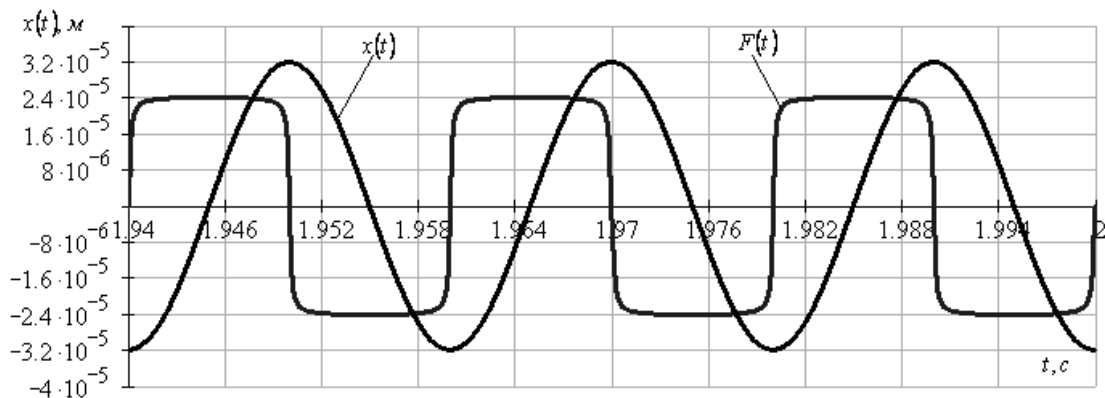


Рис. 8. Зв'язок між апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$ електромагнітного віброприводу та законом руху робочого органа АВТМ (ω вимушуючої сили $F(t) \approx$ дорівнює ω_0 – власній резонансній частоті АВТМ, “резонансний режим роботи”)

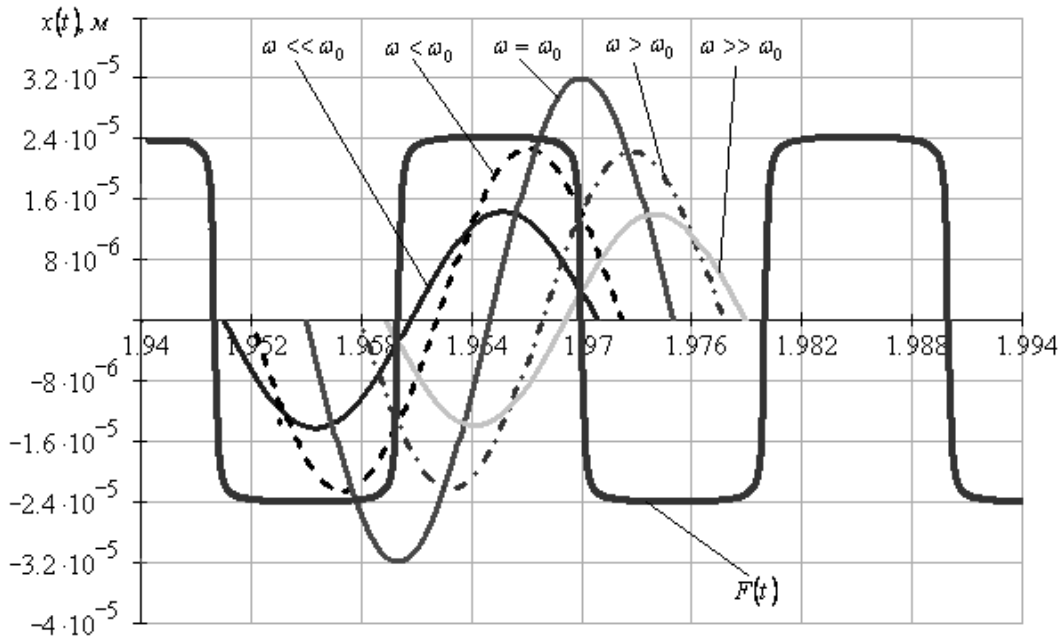


Рис. 9. Зсув фаз між апроксимованою широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушуючою силою $F(t)$ електромагнітного віброприводу та законом руху робочого органа АВТМ

Висновки. Встановлено аналітичні залежності між прямокутною широтно-імпульсно-модульованою циклічною вимушеною силою електромагнітного віброприводу і основними конструктивними параметрами адаптивної вібраційної технологічної машини, це дозволяє виконувати розрахунки параметрів вібраційного поля під час застосування вищезгаданої циклічної сили для її збурення.

1. Чубик Р.В. Адаптивна система керування режимами резонансних вібраційних технологічних машин Дис... к-та техн. наук. – Львів, 2007. – 266 с. 2. Таянов С.А., Чубик Р.В., Сенів С.Б. Дослідження закону зміни струму та зусилля на електромагніті резонансної вібромашини при живленні її від джерела широтно-імпульсно модульованої (ШИМ) напруги // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". 2005. – № 535. – С 119–125. 3. Частотный преобразователь FR – E 540: Инструкция по эксплуатации. MITSUBISHI ELEKTRIK, 02/2003. 185 с. (<http://www.mitsubishi-automation.com>, www.csc-a.com.ua, "КСК-Автоматизация"). 4. Дьяконов В.А. MathCAD 8/2000. – СПб., 2001. – 590 с. 5. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Наука, 1971. – 751 с. 6. Тимошенко С.П., Янг Д.Ж., Уивер У. (Пер. с английского канд. физ.-мат. наук Л. Г. Корнейчука, под ред. чл.-корр. АН ССР Э. И. Григолюка), Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с. 7. Повідайло В.О. Вібраційні процеси та обладнання. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2004. – 248 с. 8. Дьяконов В.А. MAPLE 7: Учебн. курс. – СПб., 2002. – 672 с. 9. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. – К.: Вища школа, 1989. – 431 с. 10. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с. 11. Бесекерский В.А. Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2004. – 752 с.