

## ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКУ GPS-МЕТОДОМ

Р. Пилип'юк, Р. Пилип'юк

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

### Постановка проблеми

Початок XXI століття відзначається широким впровадженням в геодезичну практику супутникових методів визначення координат точок земної поверхні. Ці методи, що ґрунтуються на спостереженнях супутників систем НАВСТАР (GPS) чи ГЛОНАСС, дозволяють отримати значення геоцентричних координат точок земної поверхні, віднесених до поверхні земного еліпсоїда GRS-80 (WGS-84) і пов'язаних, відповідно, з напрямком нормалі в точці дослідження. До цих самих нормалей відноситимуться і вектори, що характеризують взаємне розміщення пунктів спостереження.

До того ж дослідження геодинамічних рухів земної поверхні найповніше характеризується зміною напрямків прямої лінії і зміною вектора взаємного розміщення пунктів, визначеного відносно прямої лінії точок спостереження.

Відомо, що найдокладнішу інформацію про миттєве положення прямої лінії в точці спостереження дають астрономічні визначення широт і довгот, а астрономічні азимути визначають реальний напрямок вектора у вертикалі спостережень.

Тому сумісне використання GPS-спостережень і астрономічних визначень дають цінну інформацію для дослідження фігури Землі і її динаміки [2].

Важливим під час таких досліджень є зіставлення точності, з якими отримують відповідні елементи геодезичних побудов астрономічними і GPS-методами.

Сьогодні ці питання є недостатньо вивченими і потребують додаткових досліджень. Метою дослідження в цій роботі є зіставлення точності визначення напрямку вектора бази GPS-методом і методами геодезичної астрономії.

### Постановка завдання і його розв'язок

Нехай методом GPS-спостережень визначено довільний вектор, похибки кінцевої точки якого  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ . Тоді похибка зміщення кінця вектора  $\Delta$  визначиться з виразу

$$\Delta^2 = \Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2. \quad (1)$$

Зобразимо вектор рівнянням

$$\frac{X - X_0}{l} = \frac{Y - Y_0}{m} = \frac{Z - Z_0}{n} = D, \quad (2)$$

де  $l, m, n$  – напрямні косинуси вектора, а  $X_0, Y_0, Z_0$  – вихідні, початкові координати вектора.

У геоцентричній системі координат напрямні косинуси визначаються за формулами

$$\begin{aligned} l &= \cos a_2 \cos h_2 = \cos a_2 \cos z_2, \\ m &= \sin a_2 \cos h_2 = \sin a_2 \sin z_2, \\ n &= \sin h_2 = \cos z_2. \end{aligned} \quad (3)$$

У (3)  $a_2$  і  $z_2$  – значення азимута і зенітної відстані вектора.

Диференціюючи (2) з урахуванням (3), знаходимо

$$dx = D \left( \frac{\partial l}{\partial a} da + \frac{\partial l}{\partial z} dz \right) + l dD, \quad dy = D \left( \frac{\partial m}{\partial a} da + \frac{\partial m}{\partial z} dz \right) + m dD, \quad dz = D \frac{\partial n}{\partial z} dz + n dD. \quad (4)$$

Після підстановки в (4) похідних від напрямних косинусів і відповідних перетворень, на основі перших двох рівнянь, отримуємо

$$\begin{aligned} dx &= -D \sin a \sin z da + D \cos a \cos z dz + \cos a \sin z dD, \\ dy &= D \cos a \sin z da + D \sin a \cos z dz + \sin a \sin z dD. \end{aligned} \quad (5)$$

Замінюючи в (5) диференціали кінцевими значеннями похибок відповідних аргументів і розв'язуючи сумісно ці два рівняння, визначаємо похибку азимута напрямку в геоцентричній системі координат. Маємо:

$$\Delta a'' = \frac{\rho''}{D_0} (\Delta_y \cos a - \Delta_x \sin a), \quad (6)$$

де  $D_0 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ .

Якщо для подальших перетворень формули (6) застосувати відомі вирази  $\Delta x = D_0 \cos a$  і  $\Delta y = D_0 \sin a$ , то після нескладних перетворень, одержимо

$$\Delta a'' = \frac{\rho''}{D_0^2} (\Delta_y \Delta x - \Delta_x \Delta y). \quad (7)$$

У (7)  $\Delta_x$  і  $\Delta_y$  – похибки визначення відповідних координат, а  $\Delta x$  і  $\Delta y$  прирости координат відповідних векторів баз.

Практична реалізація формул (6) і (7) здійснена на прикладі геодезичної мережі, створеної GPS-методом і описаної в роботі І. Цюпака і А. Дульцева (4). Створена геодезична мережа, побудована у вигляді центральної системи (рис. 1). Досліджувана мережа є модельною, тобто для пунктів цієї мережі наперед відомими є точні значення координат.

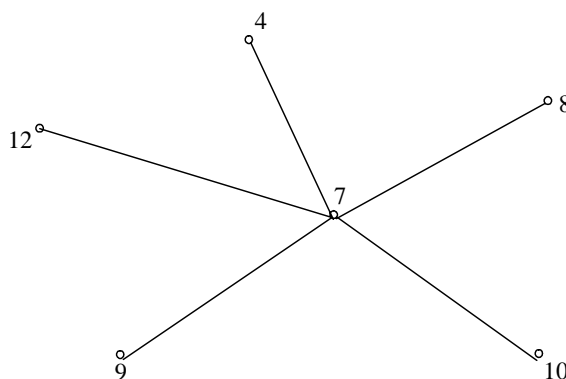


Рис. 1. Схема геодезичної мережі

За GPS-спостереженнями і подальшим вирівнюванням мережі автори роботи [4] отримали вирівняні значення координат пунктів мережі, прирости координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  для кожного вектора бази, а порівнянням з модельними значеннями координат – істинні значення похибок  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$  (табл. 1).

Використовуючи формули (6) чи (7) і дані табл. 1, розраховано похибки азимутів  $\Delta a$  в геоцентричній системі координат для кожного з радіальних векторів (рис. 1), а також середні квадратичні похибки їх визначення  $m_a$  (табл. 1).

Щоб порівняти точність визначення азимутів напрямків методом GPS – спостережень з визначенням напрямків методами геодезичної астрономії, необхідно здійснити перехід від геоцентричної системи координат, яка притаманна GPS-спостереженням до горизонтної системи координат, яка притаманна методам геодезичної астрономії і яка віднесена до прямовисної лінії точки спостереження.

Таблиця 1

#### Похибки напрямків в GPS-мережі

Назва бази	Прирости координат баз, м			Істинні похибки баз, м		Похибки азимутів, с	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$	$\Delta_x$	$\Delta_y$	$\Delta a$	$m_a$
7-4	-3126,98	-6173,96	4463,33	0,0128	0,0054	0,27	0,35
7-8	-5696,82	4538,73	2789,59	-0,0107	-0,0143	0,51	0,37
7-10	1882,37	5233,55	-3336,64	-0,0079	0,0124	0,43	0,32
7-9	5567,47	-370,30	-4213,89	0,0134	0,0075	0,31	0,28
7-12	4280,14	-8842,63	-345,50	0,0119	-0,0052	0,18	0,23

У загальному переход від одної ортогональної системи координат (наприклад, геоцентричної) до іншої ортогональної системи координат (горизонтної) здійснюють за формулою, що подається в працях [1, 3], і яка в загальному вигляді запишеться так:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (8)$$

де  $X_a, Y_a, Z_a$  – координати вектора бази в горизонтній системі координат, а  $\mathbf{R}$  – матриця переходу, що визначається із загальної формули

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(X_a, X) & \cos(X_a, Y) & \cos(X_a, Z) \\ \cos(Y_a, X) & \cos(Y_a, Y) & \cos(Y_a, Z) \\ \cos(Z_a, X) & \cos(Z_a, Y) & \cos(Z_a, Z) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

де складові в (9) – напрямні косинуси координатних осей відповідних систем координат.

Матриця переходу  $\mathbf{R}$  розраховується за астрономічними координатами  $\varphi$  і  $\lambda$  початкової точки вектора бази, якою в нашому прикладі є пункт 7 (рис. 1).

За даними праць [1, 3] ця матриця має такий вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Під час обчислення складових матриці (10), без втрати точності визначення похибок орієнтування векторів, можна нехтувати впливом складових відхилень прямовисних ліній у точці дослідження, і прийняти, що географічні координати відповідно дорівнюють геодезичним координатам, тобто  $\varphi = B$  і  $\lambda = L$ .

Визначивши за GPS-спостереженнями географічні координати точки 7 (рис. 1) і отримавши їх значення  $\varphi = 49^\circ, 70262$  і  $\lambda = 20^\circ, 061002$ , розраховують складові матриці  $\mathbf{R}$  і за формулою (8) обчислюють координати векторів баз у горизонтній системі координат. Результати обчислень наведено в табл. 2.

За формулами (10) і (8) здійснено перерахунок істинних похибок векторів  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  в горизонтну систему координат.

Розраховані так координати векторів баз і значення похибок цих векторів дають змогу розрахувати за формулами (6) або (7) похибки азимутів векторів в горизонтній системі координат.

Таблиця 2

**Похибки напрямку в горизонтній системі координат**

Назва бази	Приростки координат баз, м			Істинні похибки баз, м		Похибки азимутів, с	
	$\Delta_x$	$\Delta_y$	$\Delta_z$	$\Delta_x$	$\Delta_y$	$\Delta a$	$m_a$
7-4	6984,25	-4362,62	-70,50	-0,0180	-0,0003	- 0,25	0,24
7-8	4360,25	6467,01	-39,89	0,0219	-0,0087	- 0,61	0,50
7-10	-5096,34	4011,36	-53,17	-0,0020	0,0145	- 0,32	0,37
7-9	-6487,55	-2608,04	-23,65	-0,0134	0,0014	- 0,19	0,15
7-12	-454,57	-9819,36	-67,53	-0,0073	-0,0096	-0,14	0,15

Дані табл. 2 свідчать, що величини похибок азимутів векторів баз приймають значення від 0",14 (база вектора 7–12) до 0",61 (база вектора 7–8).

Якщо ж для визначення похибок азимутів векторів баз використати паспортні дані GPS-приймачів щодо точності визначення координат векторів [5], і прийняти значення похибок такими, що дорівнюють  $\Delta_x = \Delta_y = \pm(0,01 + 0,002 D_{км})$  м, то за формулами (6) або (7) визначимо похибки азимута векторів  $\Delta a$ , які для цієї мережі прийматимуть значення від 0",4 (для вектора бази 7–4) до 1",2 (для векторів баз 7–8 і 7–9).

### **Висновки**

1. Похибки азимутів векторів баз, визначених GPS-методом, залежать не тільки від довжини самих баз, але і від азимутів напрямків цих баз (формула (6)), а також і від величини самих похибок визначення координат і їх знаків.

2. Належна організація GPS-спостережень з подальшим вирівнюванням мережі дає змогу підвищити точність орієнтування векторів баз майже в 1,5–2 рази.

3. Якщо зіставити точність визначення азимутів напрямків в 0",3–0",5 мікрометричними методами геодезичної астрономії і дані табл. 2, що характеризує точність визначення азимутів GPS-методами, можна стверджувати, що ці дві методики визначення азимутів векторів баз, при належній організації робіт, дозволяють отримати приблизно однакові за точністю значення азимутів.

### **Література**

1. Машимов М.М. Уравнивание геодезических сетей. – М.: Недра, 1979. – 367 с.
2. Новікова Ю., Гожій А. Про визначення астрономічних азимутів // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Зб. наук. пр. Захід. геодезичн. тов. УТГК. – Львів, 2007. – С.129–130.
3. Савчук С.Г. Вища геодезія. Сфероїдна геодезія: Підручник. – Львів: Ліга-Прес, 2000. – 248 с.
4. Цюпак І., Дульцев А. Про зрівнювання геодезичних мереж, побудованих способом GPS // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Зб. наук. пр. Захід. геодезичн. тов. УТГК. – Львів, 2004. – С.50–57.
5. Czarniecky K. Geodezja wspolczesna w zaryse. – Warszawa. Wydawnictwo Wiedza I Zycie , 1994. 488 s.

### **Точність визначення напрямку GPS-методом**

Р. Пилип'юк, Р. Пилип'юк

Отримані формули для визначення точності азимута напрямку вектора, отриманого з GPS-спостережень. За даними модельної GPS- мережі визначені похибки азимутів напрямків як в геоцентричній, так і в горизонтній системах координат. Встановлено, що точність орієнтування векторів мережі залежить від азимутів напрямків та довжини вектору. Зіставлення за точністю визначення азимутів GPS-методом з методами геодезичної астрономії показало, що за належної організації робіт, ці методи дають змогу визначати азимуту напрямків з наближено однаковою точністю.

### **Точность определения направления GPS-методом**

Р. Пилип'юк, Р. Пилип'юк

Получены формулы для определения точности азимута направления вектора, получаемого из GPS-наблюдений. По данным уравненной модельной GPS-сети определены ошибки азимуты направлений как в геоцентрической, так и в горизонтной системах координат. Установлено, что точность ориентирования векторов сети зависит от азимуты направлений и длины векторов. Сопоставление по точности определения азимуты GPS-методом с методами геодезической астрономии показало, что при надлежащей организации работ, эти методы позволяют определять азимуты направлений с примерно одинаковой точностью.

### **Accuracy of definition of a direction GPS-method**

R. Pilip'juk, R. Pilip'juk

Are received Formulas for definition of accuracy of an azimuth of a direction of the vector received from GPS-Supervision. By data adjusstment the modelling GPS-Networks are defined errors of azimuths of directions both in geocentric, and in horizon systems of co-ordinates. It is established, that accuracy of orientation of vectors of a network depends on azimuths of directions and length of vectors. Comparison on accuracy of definition of azimuths GPS – A method with methods of geodetic astronomy has shown, that at the appropriate organisation of works, these methods allow to define Azimuths of directions with approximately identical accuracy.