

# МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ

УДК 548.0:515.511

А.С. Андрущак<sup>1</sup>, Б.Г. Мицик<sup>2</sup>, Н.М. Дем'янишин<sup>2</sup>,  
М.В. Кайдан<sup>1</sup>, О.В. Юркевич<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра телекомунікацій

<sup>2</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України

## ЗАПОВНЕННЯ МАТРИЦЬ ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРООПТИЧНОГО ЕФЕКТУ В КРИСТАЛАХ ДОВІЛЬНОГО КЛАСУ СИМЕТРІЇ. АПРОБАЦІЯ МЕТОДУ НА ПРИКЛАДІ КРИСТАЛІВ НІОБАТУ ЛІТІЮ

© Андрущак А.С., Мицик Б.Г., Дем'янишин Н.М., Кайдан М.В., Юркевич О.В., 2007

A.S. Andrushchak, B.G. Mytsyk, N.M. Demyanyshyn,  
M.V. Kaidan, O.V. Yurkevych

## FILLING OF LINEAR ELECTRO-OPTICAL EFFECT MATRICES IN CRYSTALS OF ARBITRARY SYMMETRY CLASS. APPROBATION OF METHOD ON EXAMPLE OF LITHIUM NIOBATE CRYSTALS

© Andrushchak A.S., Mytsyk B.G., Demyanyshyn N.M., Kaidan M.V., Yurkevych O.V., 2007

Для інтерферометричного методу визначення коефіцієнтів лінійного електрооптичного ефекту отримані співвідношення, які дають змогу визначити всі компоненти тензора лінійного електрооптичного ефекту в кристалах будь-якого класу симетрії. На основі цих співвідношень виведені робочі формули і проведена апробація методу на прикладі кристалів ніобату літію. Отримані результати вимірювань всіх електрооптичних коефіцієнтів подано порівняно з відомими літературними даними.

The relations that allow defining all tensor components of the linear electro-optical effect in the crystals of any symmetry class are presented for the offered modification of interferometric method of the linear electro-optical effect coefficients measurements. On the basis of these expressions the working formulas were derived and the approbation of this method was conducted on the example of lithium niobate crystals. The results of all electro-optical coefficients measurements are compared with the respective literature values.

### 1. Вступ

Лінійний електрооптичний ефект (ЕОЕ) досить поширений в різноманітних пристроях твердотілої електроніки [1, 2], тому інтерес до його вивчення залишається високим [3–5], особливо у зв'язку із швидким розвитком технологій та з появою нових перспективних кристалічних матеріалів [6–8]. Часто такі кристали належать до низькосиметричних класів і володіють значною анізотропією електрооптичного ефекту, тому для оптимального використання їх як робочих елементів, наприклад, електрооптичних модуляторів лазерного випромінювання, необхідний детальний аналіз просторового розподілу ефекту. Цього досягають шляхом експериментального визначення всіх ненульових значень компонент тензора ЕОЕ, тобто електрооптичних коефіцієнтів (ЕОК)

лінійного ЕОЕ, а згодом і побудови на їх основі вказівних поверхонь цього ефекту, як це було зроблено, наприклад, для п'єзооптичного ефекту в [9–11].

До цього часу в літературі не було описано методики, яка б дала змогу визначати всі абсолютні ЕОК для кристала будь-якого класу симетрії, хоча вимірювання ЕОК в кристалах вищих класів симетрії проводили у багатьох лабораторіях світу [12, 13]. У [14] отримано формули, що описують зміну головних показників заломлення індикатриси під впливом електричного поля, але: 1) не розглянуто загального випадку з кристалами триклинної симетрії; 2) ці формули не можна використати на практиці для експериментального визначення ЕОК, як і формули загального теоретичного розгляду ЕОЕ в [15].

У статті описано інтерферометричну методику, що дає змогу визначати всі абсолютні електрооптичні коефіцієнти для кристалів всіх класів симетрії.

## 2. Виведення співвідношень для визначення ЕОК

Виведення співвідношень для визначення електрооптичних коефіцієнтів продемонструємо на прикладі загальновідомого [12] інтерферометричного методу вимірювання таких коефіцієнтів, що проводиться на базі інтерферометра Маха–Цендера. Досліджуваний зразок у цьому випадку ставиться в одному із плечей інтерферометра. Внесена зразком величина оптичного шляху дорівнює:  $\Delta_{ik}=(n_i-n_p)t_k$ , де  $n_i, n_p$  – показники заломлення відповідно зразка і зовнішнього середовища (для повітря приймають  $n_p=1$ ), а  $t_k$  – розмір кристала вздовж напрямку  $k$  поширення світлового променя. Тоді при дії на зразок електричного поля  $E_l$  ( $l$  – напрям вектора напруженості електричного поля,  $i$  – напрям, що збігається з напрямом коливань світлової хвилі, тобто її поляризації) індукована зміна оптичного шляху  $\delta\Delta_{ikl}$  для світлового променя, що проходить через внесений зразок, визначатиметься за формулою:

$$\delta\Delta_{ikl} = t_k \delta n_i + (n_i - 1) \delta t_k = -\frac{r_{il} n_i^3}{2} E_l t_k + (n_i - 1) d_{lk} E_l t_k, \quad (1)$$

де перший доданок – це зміна оптичного шляху, зумовлена електрооптичним ефектом, тобто зміною показника заломлення  $\delta n_i$  (чи зміною поляризаційних констант  $\delta a_i$ ) досліджуваного кристала при дії на нього електричного поля:  $\delta n_i = -\frac{\delta a_i}{2a_i^{3/2}} = -\frac{r_{il} E_l n_i^3}{2}$ ; другий доданок – описує

обернений п'єзоелектричний ефект, тобто зміну оптичного шляху за рахунок зміни розміру зразка  $t_k$  в напрямі поширення світлового променя  $k$  при дії на нього напруженості електричного поля  $E_l$ :  $\delta t_k = d_{lk} \cdot E_l t_k$ . Відповідно  $r_{il}$  – лінійний електрооптичний коефіцієнт,  $d_{lk}$  – п'єзоелектричний коефіцієнт (ПЕК). Напрями, що збігаються з  $i, k, l$  в експерименті взаємноортогональні, лише у випадку повздовжнього ЕОЕ, напрям  $i$  збігається з  $l$ .

Для однозначного визначення знаків та абсолютних величин ЕОК у низькосиметричних кристалах необхідно взяти до уваги таке:

1. Знак індукованої зміни оптичного шляху  $\delta\Delta_{ikl}$  при дії додатного значення напруженості електричного поля  $E_l$  необхідно визначати за таким критерієм: якщо зростання  $E_l$  збільшує оптичний шлях променя світла, то  $\delta\Delta_{ikl}$  набуває додатного значення, із зменшенням оптичного шляху – від'ємного.

2. Необхідно визначати додатні напрями осей кристалофізичної системи координат згідно з відомими правилами стандарту IRE [16], доповненими нами в [17] для п'єзооптичного ефекту.

3. Необхідно задавати знак електричного поля: за додатний напрям вектора напруженості електричного поля береться загальноприйнятий в електродинаміці напрям від позитивно до негативно зарядженого полюса джерела живлення. Тоді під час експериментальних вимірювань напрям вектора напруженості електричного поля має збігатися із додатним напрямом осі кристалофізичної системи координат.

Тут необхідно згадати, що в низькосиметричних кристалах нерідко кристалографічні і кристалофізичні осі координат різних ефектів не збігаються. Тому при використанні відомих

значень п'єзоелектричних коефіцієнтів  $d_{lk}$  необхідно з'ясувати, в якій системі координат вони визначалися і, за необхідності, привести ці компоненти у відповідність до кристалооптичної системи, тобто до осей оптичної індикатриси.

Для визначення всіх компонент тензора ЕОК кристала найнижчої симетрії необхідно виготовити 4 зразки: один зразок прямого зрізу (рис.1, зразок №1), для визначення головних коефіцієнтів ( $i, k, l = 1, 2, 3$ ) та три зразки сорокап'ятиградусних зрізів, навколо кожної з головних кристалооптичних осей (рис. 1, зразки №№ 2, 3, 4), для визначення решти коефіцієнтів (коли  $i, k, l = 4,5,6$ ).

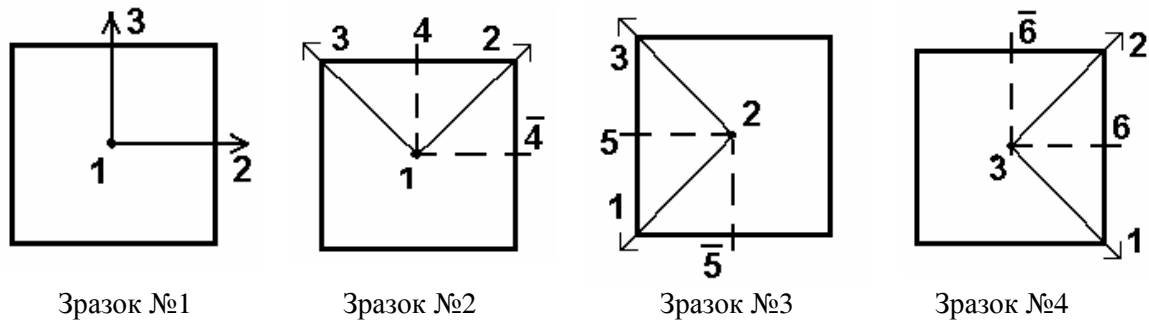


Рис. 1. Орієнтація зразків для заповнення матриці електрооптичних коефіцієнтів кристалів триклинної симетрії

Покажемо, як, задаючи необхідну геометрію експерименту, можна визначити всі компоненти тензора ЕОК для триклинних кристалів, причому під час кожного наступного експерименту діятиме лише один невідомий електрооптичний коефіцієнт в лінійній комбінації із вже визначеними попередньо коефіцієнтами  $r_{il}$ .

**1. Для визначення дев'яти незалежних головних ЕОК** ( $i, k, l = 1, 2, 3$ ) використовується прямий зріз кристала (грані зразка перпендикулярні до кристалооптичних осей  $X_1, X_2, X_3$ ). Оскільки для визначення цих коефіцієнтів доведеться по чергову прикладати поле у всіх трьох напрямках, необхідно виготовити три зразки із нанесеними електродами на площинах ( $X_2X_3$ ), ( $X_1X_3$ ) та ( $X_1X_2$ ). Формулу, за якою обчислюватиметься кожен з головних ЕОК, запишемо із (1):

$$r_{il} = -2n_i^{-3} \frac{\delta\Delta_{ikl}}{E_l t_k} + 2n_i^{-3} d_{lk} (n_i - 1). \quad (2)$$

На кожному з трьох зразків можна визначити три електрооптичні коефіцієнти, напрями дії електричного напруження  $E_l$  для яких збігаються. Треба зазначити, що у випадку визначення головних ЕОК деяких одновісних кристалів, наприклад класів симетрії  $62m, 6, 32, 3$ , формула (2) набуде ще простішого вигляду при визначенні коефіцієнта  $r_{11}$  і для класу  $6, 3m, 3$  – при визначенні коефіцієнта  $r_{22}$ . Оскільки в геометріях експерименту для першого  $i = 1, k = 3, l = 1$  та другого  $i = 2, k = 3, l = 2$  випадків відсутня складова оберненого п'єзоелектричного ефекту в зміні оптичного шляху  $\delta\Delta_{ikl}$ , тобто відповідні  $d_{lk}$  в матриці п'єзоелектричних коефіцієнтів (ПЕК) для таких кристалів дорівнюють нулю, то співвідношення (2) набудуть простішого вигляду:

$$r_{11} = -2n_1^{-3} \frac{\delta\Delta_{131}}{E_1 t_3} \quad \text{та} \quad r_{22} = -2n_2^{-3} \frac{\delta\Delta_{232}}{E_2 t_3}. \quad (3)$$

**2. Для визначення решти коефіцієнтів** використовують сорокап'ятиградусні зрізи (рис.1, зразки №№ 2, 3, 4). Коефіцієнти  $r_{41}, r_{52}, r_{63}$  можна визначити на тих зразках, коли електроди нанесені на грані, перпендикулярні напрямкам відповідно  $X_1, X_2, X_3$ . Формули для визначення цих ЕОК можна отримати із узагальненої (для довільної системи координат) формули (1):

$$\delta\Delta'_{ikl} = -\frac{r'_{il} n_i^3}{2} E_l t_k + d'_{lk} (n_i - 1) E_l t_k, \quad (4)$$

де вирази для ефективних значень  $r'_{il}$  і  $d'_{lk}$ , згідно з формулами перетворення тензорів третього рангу, визначаються з таких залежностей:

$$\begin{aligned} r'_{il} &= r'_{iil} = \alpha_{if} \alpha_{ig} \alpha_{lq} r_{fgq}, \\ d'_{lk} &= d'_{lkk} = \alpha_{lq} \alpha_{kg} \alpha_{kf} d_{qgf}, \end{aligned} \quad (5)$$

а  $n_i$  через відомий вираз, пов'язаний з поляризаційними константами  $a_i$  як тензором другого рангу:

$$n_i = 1/\sqrt{a'_i} = 1/\sqrt{\alpha_{ig}^2 a_i} = 1/\sqrt{\alpha_{ig}^2 n_i^{-2}}, \quad (6)$$

де  $\alpha_{iq}, \dots, \alpha_{kf}, \dots, \alpha_{ig}, \dots$  – напрямні косинуси між осями старої (кристалооптичної) системи координат і напрямками напруженості електричного поля  $l$ , поширення світла  $k$  та його поляризації  $i$ .

Для визначення коефіцієнта  $r_{41}$  використовується зразок №2 (рис.1) з електродами, нанесеними на грані, перпендикулярні напрямку  $X_1$ . У цьому випадку можливі дві геометрії експерименту для визначення  $r_{41}$ :  $i = 4, k = \bar{4}, l = 1$  (назвемо їх прямими умовами, тут  $\bar{4}$  – це діагональний напрям між додатніми напрямками осей  $X_2$  і  $X_3$ , а напрям  $\bar{4}$  – йому перпендикулярний) та  $i = \bar{4}, k = 4, l = 1$  (симетричні умови). Зазначимо, що знак перед  $r_{41}$  і  $d_{14}$  в формулах, поданих нижче, залежатиме від вибору знака осей кристалофізичної системи координат [16,17]. Для вказаних вище умов експерименту напрямні косинуси для напрямку  $i$  поляризації світла дорівнюють  $\alpha_{i1} = 0, \alpha_{i2} = \sqrt{2}/2, \alpha_{i3} = \pm \sqrt{2}/2$ ; для напрямку  $k$  поширення світла –  $\alpha_{k1} = 0, \alpha_{k2} = \sqrt{2}/2, \alpha_{k3} = \mp \sqrt{2}/2$ ; для напрямку  $l$  напруженості електричного поля –  $\alpha_{l1} = 1, \alpha_{l2} = 0, \alpha_{l3} = 0$ . Тут і далі нижній знак належить до симетричних умов експерименту. Підставляючи значення цих напрямних косинусів в формули (5) і (6), отримаємо вирази для ефективних величин  $r'_{il}, d'_{kl}$  і  $n_i$ :

$$r'_{41} = \frac{1}{2}(r_{21} + r_{31} \pm 2r_{41}), \quad d'_{14} = \frac{1}{2}(d_{12} + d_{13} \mp d_{14}), \quad n_4 = \sqrt{2} / \sqrt{n_2^{-2} + n_3^{-2}}. \quad (7)$$

Підставивши (7) в (4), і розв'язавши (4) відносно  $r_{41}$ , отримаємо вираз для визначення ЕОК  $r_{41}$  в кристалах найнижчої симетрії для прямих і симетричних умов відповідно:

$$r_{41} = -2n_4^{-3} \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 E_1} + n_4^{-3} (n_4 - 1)(d_{12} + d_{13} - d_{14}) - \frac{1}{2}(r_{21} + r_{31}), \quad (8)$$

$$r_{41} = 2n_4^{-3} \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 E_1} - n_4^{-3} (n_4 - 1)(d_{12} + d_{13} + d_{14}) + \frac{1}{2}(r_{21} + r_{31}). \quad (8a)$$

Якщо додати (8) і (8a), то отримаємо спрощену формулу Т.1 (див. табл. 1) для визначення  $r_{41}$ , в якій відсутні коефіцієнти  $r_{21}, r_{31}$ , а також коефіцієнти  $d_{12}, d_{13}$ , що дає змогу отримати точніше значення  $r_{41}$ , подібно як це було зроблено в [11] для п'єзооптичного ефекту.

Аналогічно отримуються співвідношення для коефіцієнтів  $r_{52}, r_{63}$  (відповідні формули представлені у табл. 1).

Таблиця 1

**Співвідношення для визначення неголовних електрооптичних коефіцієнтів  $r_{il}$  кристалів триклінної симетрії**

Необхідні зразки (див. рис. 1)	Робочі співвідношення	№ формули
1	2	3
№ 2	$r_{41} = -n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 E_1} - \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 E_1} \right) - n_4^{-3} (n_4 - 1)d_{14}$	Т.1
№ 3	$r_{52} = -n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{552}}{t_5 E_2} - \frac{\delta\Delta_{552}}{t_5 E_2} \right) - n_5^{-3} (n_5 - 1)d_{25}$	Т.2

1	2	3
№ 4	$r_{63} = -n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{6}63}}{t_{\bar{6}}E_3} - \frac{\delta\Delta_{\bar{6}63}}{t_6E_3} \right) - n_6^{-3} (n_6-1)d_{36}$	Т.3
№ 2	$r_{43} = -\sqrt{2}n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{4}44}}{t_{\bar{4}}E_4} + \frac{\delta\Delta_{\bar{4}44}}{t_4E_4} \right) + n_4^{-3} (n_4-1)(d_{22}+d_{23}-d_{34})-(r_{22}+r_{32})/2$	Т.4
	$r_{42} = -\sqrt{2}n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{4}44}}{t_{\bar{4}}E_4} - \frac{\delta\Delta_{\bar{4}44}}{t_4E_4} \right) + n_4^{-3} (n_4-1)(d_{32}+d_{33}-d_{24})-(r_{23}+r_{33})/2$	Т.5
№ 3	$r_{51} = -\sqrt{2}n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{5}55}}{t_{\bar{5}}E_5} - \frac{\delta\Delta_{\bar{5}55}}{t_5E_5} \right) + n_5^{-3} (n_5-1)(d_{31}+d_{33}-d_{15})-(r_{13}+r_{33})/2$	Т.6
	$r_{53} = -\sqrt{2}n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{5}55}}{t_{\bar{5}}E_5} + \frac{\delta\Delta_{\bar{5}55}}{t_5E_5} \right) + n_5^{-3} (n_5-1)(d_{11}+d_{13}-d_{35})-(r_{11}+r_{31})/2$	Т.7
№ 4	$r_{61} = -\sqrt{2}n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{6}66}}{t_{\bar{6}}E_6} + \frac{\delta\Delta_{\bar{6}66}}{t_6E_6} \right) + n_6^{-3} (n_6-1)(d_{22}+d_{21}-d_{16})-(r_{22}+r_{12})/2$	Т. 8
	$r_{62} = -\sqrt{2}n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{\bar{6}66}}{t_{\bar{6}}E_6} - \frac{\delta\Delta_{\bar{6}66}}{t_6E_6} \right) + n_6^{-3} (n_6-1)(d_{11}+d_{12}-d_{26})-(r_{11}+r_{21})/2$	Т. 9

**Примітка.** Всі формули в цій та наступних таблицях написані для однопрохідного інтерферометра типу Маха-Цендера. Для двопрхідного інтерферометра типу Майкельсона всі величини  $\delta\Delta_{ikl}$  у формулах необхідно поділити на 2.

**3.** Для визначення коефіцієнтів  $r_{61}$ ,  $r_{62}$ ,  $r_{53}$ ,  $r_{51}$ ,  $r_{42}$ ,  $r_{43}$  використовуються по два зразки сорокап'ятиградусних зрізів (рис. 1, зразки №№2, 3, 4), з електродами, нанесеними на грані, перпендикулярні напрямкам  $\bar{6}$  і  $\bar{6}$ ,  $\bar{5}$  і  $\bar{5}$ ,  $\bar{4}$  і  $\bar{4}$ . Відповідно прямими умовами експерименту на зразку №2 (рис. 1) є:  $i = 4$ ,  $k = \bar{4}$ ,  $l = 4$ , а симетричними:  $i = \bar{4}$ ,  $k = 4$ ,  $l = \bar{4}$ .

Таблиця 2

**Співвідношення для визначення неголовних коефіцієнтів  $r_{il}$   
кристалів вищих класів симетрії**

№ з/п	Симетрія кристала	№№ зразків	Часткові співвідношення для визначення ЕОК	№ формули
1	2	3	4	5
1	Моноклінна 2	1; 2; 3; 4	$r_{41} = -2n_4^{-3} \frac{\delta\Delta_{\bar{4}41}}{t_{\bar{4}}E_1} - n_4^{-3} (n_4-1)d_{14}$	Т.10
			$r_{63} = -2n_6^{-3} \frac{\delta\Delta_{\bar{6}63}}{t_{\bar{6}}E_3} - n_6^{-3} (n_6-1)d_{36}$	Т.11
			$r_{43} = -2\sqrt{2}n_4^{-3} \frac{\delta\Delta_{\bar{4}44}}{t_{\bar{4}}E_4} + n_4^{-3} (n_4-1)(d_{22}+d_{23}-d_{34})-(r_{22}+r_{32})/2$	Т.12
			$r_{61} = -2\sqrt{2}n_6^{-3} \frac{\delta\Delta_{\bar{6}66}}{t_{\bar{6}}E_6} + n_6^{-3} (n_6-1)(d_{22}+d_{21}-d_{16})-(r_{22}+r_{12})/2$	Т.13

1	2	3	4	5
2	Моноклінна $m$	1; 2; 3; 4	$r_{42} = -2\sqrt{2}n_4^{-3} \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 E_4} + n_4^{-3} (n_4 - 1)(d_{32} + d_{33} - d_{24}) - (r_{23} + r_{33})/2$ $r_{62} = -2\sqrt{2}n_6^{-3} \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 E_6} + n_6^{-3} (n_6 - 1)(d_{11} + d_{12} - d_{26}) - (r_{11} + r_{21})/2$	T.14 T.15
3	Ромбічна $222$	2; 3; 4	$r_{41} \text{ — за формулою Т.10}$ $r_{52} = -2n_5^{-3} \frac{\delta\Delta_{552}}{t_5 E_2} - n_5^{-3} (n_5 - 1)d_{25}$ $r_{63} = -2n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{663}}{t_6 E_3} \right) - n_6^{-3} (n_6 - 1)d_{36}$	T.16 T.17
4	Ромбічна $mm2$	1; 2; 3	$r_{51} = -2\sqrt{2}n_5^{-3} \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 E_5} + n_5^{-3} (n_5 - 1)(d_{31} + d_{33} - d_{15}) - (r_{13} + r_{33})/2$ $r_{42} \text{ — за формулою (Т.5)}$	T.18
5	Тригональна $3$	1; 2; 3	$r_{41}$ та $r_{51}$ — за формулами Т.1 та Т.18	
6	Тригональна $32$	1; 2	$r_{41}$ — за формулою Т.1	
7	Тетрагональна $4$ Гексагональна $6$	1; 2; 3	$r_{41}$ та $r_{51}$ — за формулами Т.1 або Т.10 та Т.14 або Т.18	
8	Тетрагональна $422$ Гексагональна $622$	2 або 3	$r_{41}$ — за формулою Т.1 або Т.10	
9	Тригональна $3m$ Тетрагональна $4mm$ Гексагональна $6mm$	1; 2 або 3	$r_{42}$ або $r_{51}$ — за формулою Т.14 або Т.18	
10	Тетрагональна $\bar{4}2m$	2 або 3; 4	$r_{41}$ або $r_{52}$ та $r_{63}$ — за формулами Т.10 або Т.16 та Т.17	
11	Кубічна $23, \bar{4}3m$	2	$r_{41}$ — за формулою Т.1 або Т.10	

Тоді значення напрямних косинусів для напрямку поляризації  $i$  дорівнюють:  $\alpha_{i1}=0$ ,  $\alpha_{i2}=\sqrt{2}/2$ ,  $\alpha_{i3}=\pm\sqrt{2}/2$ ; для напрямку поширення світла  $k$ :  $\alpha_{k1}=0$ ,  $\alpha_{k2}=\sqrt{2}/2$ ,  $\alpha_{k3}=\mp\sqrt{2}/2$ ; для напрямку дії електричного поля  $l$ :  $\alpha_{l1}=0$ ,  $\alpha_{l2}=\sqrt{2}/2$ ,  $\alpha_{l3}=\pm\sqrt{2}/2$ . Тоді ефективні величини відповідних коефіцієнтів для кристалів триклинної симетрії дорівнюють:

$$r'_{44} = \frac{\sqrt{2}}{4} (r_{22} \pm r_{23} + r_{32} \pm r_{33} \pm 2r_{42} + 2r_{43}),$$

$$d'_{44} = \frac{\sqrt{2}}{4} (d_{22} + d_{23} \pm d_{32} \pm d_{33} \mp d_{24} - d_{34}), \quad (10)$$

$$n_4 = \sqrt{2} / \sqrt{n_2^{-2} + n_3^{-2}}.$$

**Додаткові співвідношення для визначення головних діагональних коефіцієнтів  
на зразках сорокап'ятиградусних зрізів**

№ зразка	Додаткові співвідношення для визначення ЕОК	№ формули
№ 2	$r_{11} = -2n_1^{-3} \frac{\delta\Delta_{141}^-}{t_4 E_1} + n_1^{-3} (n_1 - 1)(d_{12} + d_{13} - d_{14})$ $r_{11} = -2n_1^{-3} \frac{\delta\Delta_{141}}{t_4 E_1} + n_1^{-3} (n_1 - 1)(d_{12} + d_{13} + d_{14})$ $r_{11} = -n_1^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{141}^-}{t_4 E_1} + \frac{\delta\Delta_{141}}{t_4 E_1} \right) + n_1^{-3} (n_1 - 1)(d_{12} + d_{13})$	Т.18
№ 3	$r_{22} = -2n_2^{-3} \frac{\delta\Delta_{252}^-}{t_5 E_2} + n_2^{-3} (n_2 - 1)(d_{21} + d_{23} - d_{25})$ $r_{22} = -2n_2^{-3} \frac{\delta\Delta_{252}}{t_5 E_2} + n_2^{-3} (n_2 - 1)(d_{21} + d_{23} + d_{25})$ $r_{22} = -n_2^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{252}^-}{t_5 E_2} + \frac{\delta\Delta_{252}}{t_5 E_2} \right) + n_2^{-3} (n_2 - 1)(d_{21} + d_{23})$	Т.19
№ 4	$r_{33} = -2n_3^{-3} \frac{\delta\Delta_{363}^-}{t_6 E_3} + n_3^{-3} (n_3 - 1)(d_{31} + d_{32} - d_{36})$ $r_{33} = -2n_3^{-3} \frac{\delta\Delta_{363}}{t_6 E_3} + n_3^{-3} (n_3 - 1)(d_{31} + d_{32} + d_{36})$ $r_{33} = -n_3^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{363}^-}{t_6 E_3} + \frac{\delta\Delta_{363}}{t_6 E_3} \right) + n_3^{-3} (n_3 - 1)(d_{31} + d_{32})$	Т.20

Після підстановки (10) в (4) отримаємо два співвідношення для прямих та симетричних умов, додавши і віднявши які почленно дістанемо вирази для визначення коефіцієнтів  $r_{42}$ ,  $r_{43}$  (див. табл. 1, формули Т4 і Т5). Зазначимо, що ці рівняння та записані в табл. 1 вирази для визначення коефіцієнтів  $r_{61}$ ,  $r_{62}$ ,  $r_{53}$ ,  $r_{51}$ , суттєво спрощуються у випадку більш високосиметричних кристалів. Присутність нульових коефіцієнтів в матрицях ЕОК та ПЕК цих кристалів дає змогу визначити коефіцієнти  $r_{61}$ ,  $r_{62}$ ,  $r_{53}$ ,  $r_{51}$ ,  $r_{42}$ ,  $r_{43}$  без використання симетричних умов експерименту. Формули для таких випадків наведені в табл. 2.

Тут треба додати, що на цих же зразках можна визначити також головні діагональні ЕОК, тобто  $r_{11}$ ,  $r_{22}$ ,  $r_{33}$ , для яких  $i = l$ , а  $k = 4(\bar{4})$ ,  $5(\bar{5})$ ,  $6(\bar{6})$ . Такі вимірювання не зайві для перевірки достовірності результатів, отриманих для  $r_{11}$ ,  $r_{22}$ ,  $r_{33}$  на прямих зрізах (див. п.1 та табл. 3). Якщо якийсь із діагональних ЕОК дорівнює нулю, то такі вимірювання можна використати для визначення ПЕК (чи їхньої діючої лінійної комбінації) на основі інтерференційного методу.

### 3. Експериментальні результати

Метод та виведені співвідношення апробовано на кристалах ніобату літію ( $\text{LiNbO}_3$ ), які є добре вивченим [13,18] матеріалом. Ніобат літію – одновісний кристал – належить до класу симетрії 3m, матриця якого містить 4 ненульові незалежні електрооптичні коефіцієнти:  $r_{22}$ ,  $r_{13}$ ,  $r_{33}$ ,  $r_{51}$ . Для експериментального визначення цих коефіцієнтів достатньо було виготовити три зразки:

1-й, прямий зріз – для визначення коефіцієнта  $r_{22}$ , грані зразка перпендикулярні кристалооптичним осям  $X_1, X_2, X_3$  з розмірами 10x5x6 мм відповідно. Довжина 10 мм відповідає напрямку поширення світла вздовж осі  $X_1$ , а розмір 5мм в напрямі осі  $X_2$  відповідає напрямку прикладання електричного поля.

2-й, прямий зріз – для визначення коефіцієнтів  $r_{13}, r_{33}$ ; розміри зразка 6x10x5 мм, відповідно 10 мм відповідає напрямку поширення світла вздовж осі  $X_2$ , а 5мм – напрямку осі  $X_3$  вздовж якої прикладається електричне поле;

3-й, сорокап'ятиградусний зріз з поворотом на  $45^\circ$  навколо осі  $X_1$  – для визначення коефіцієнта  $r_{51}$  з розмірами зразка 6x5x10 мм: 10 мм відповідає напрямку поширення світла  $\bar{5}$ , 5мм – напрямку  $5$ , в якому прикладається електричне поле.

Вимірювання проводились на створеній на базі інтерферометра Майкельсона експериментальній установці методом півхвильових статичних напруг [14], коли  $\delta\Delta_{ikl} = \lambda/2$ , а  $E_l = E_{il}^{\lambda/2}$  – півхвильове напруження електричного поля. Тоді робочі формули для розрахунку відповідних електрооптичних коефіцієнтів матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} r_{22} &= -n_o^{-3} \frac{\lambda}{2E_{22}^{\lambda/2} t_1} + 2n_o^{-3} d_{21} (n_o - 1), \\ r_{33} &= -n_e^{-3} \frac{\lambda}{2E_{33}^{\lambda/2} t_2} + 2n_e^{-3} d_{32} (n_e - 1), \\ r_{13} &= -n_o^{-3} \frac{\lambda}{2E_{13}^{\lambda/2} t_2} + 2n_o^{-3} d_{32} (n_o - 1), \\ r_{51} &= -\sqrt{2} n_5^{-3} \frac{\lambda}{2E_{55}^{\lambda/2} t_5} + n_5^{-3} (n_5 - 1) (d_{31} + d_{33} - d_{51}) - (r_{13} + r_{33}) / 2, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $E_{22}^{\lambda/2}, E_{33}^{\lambda/2}, E_{13}^{\lambda/2}, E_{55}^{\lambda/2}$  – півхвильові напруження електричного поля для відповідних напрямів дії цього поля та поляризації світла, а  $n_5 = \sqrt{2} / \sqrt{n_o^{-2} + n_e^{-2}}$ . П'єзоелектричні коефіцієнти (в од.  $10^{12}$  м/В)  $d_{22}=20,1; d_{31}=-0,57; d_{33}=6,9; d_{15}=66,6$  розраховані на основі швидкостей звукових хвиль. Останні були визначені акустичним методом Пападакіса [19] на досліджених щодо ЕОЕ зразках. Значення показників заломлення відповідно для

Таблиця 4

**Експериментально виміряні та літературні значення всіх електрооптичних коефіцієнтів кристалів ніобату літію (при кімнатній температурі та довжині світлової хвилі  $\lambda=0,6328$  мкм, всі дані – в од.  $10^{-12}$  м/В)**

$r_{22}$	$r_{33}$	$r_{13}$	$r_{51}$	
*6,79±0,04	33,2±1,3	10,1±0,5	32,1±1,5	наші дані
6,8	32,4	10,0	32,0	[18]
3,95±0,2	30,6±3,5	7,8±0,5	28,2±0,5	[22]
3,4	30,8	8,6	28,0	[23]
-	28,4	7,68	18,2	
6,81	30,9	9,6	32,6	[24]
6,7	34	10,9	-	

\*Коефіцієнт  $r_{22}$  був визначений безпосередньо із поляризаційно-оптичних вимірювань.

звичайного та незвичайного променів  $n_o=2,2865; n_e=2,2034$  також були визначені на цих же зразках інтерферометрично-поворотним методом [20,21].



Результати вимірювань електрооптичних коефіцієнтів, порівняні з результатами, отриманими в [18, 22–24], наведено в табл. 4. З цієї таблиці видно, що наші дані є досить близькими до літературних, особливо щодо останніх публікацій в [18] чи [24], що свідчить про достовірність отриманих результатів та достатню точність проведених експериментальних вимірювань.

### Висновки

Запропонований метод дає змогу визначати всі електрооптичні коефіцієнти в кристалах довільного класу симетрії на основі експериментальних вимірювань індукованих напруженням електричного поля змін оптичного шляху. Маючи заповнену матрицю ЕОК, можна побудувати вказівні поверхні ЕОЕ і повністю вивчити просторову анізотропію ефекту в кристалі. А це, своєю чергою, дає змогу виявити максимальні значення ЕОЕ і виготовити відповідним чином орієнтовані та оптимізовані зразки для практичних застосувань в електрооптиці, що буде зроблено в наших наступних роботах.

*Робота виконана за підтримки Українського науково-технологічного центру (проект № 3222)*

1. Волошинов В.Б., Князев Г.А. // Журнал технической физики. – 2003. – Т.73, №11. – С.118–122.
2. Шувалов Л.А., Урусовская А.А. и др. Современная кристаллография // 4т. Физические свойства кристаллов. – М.: Наука, 1981. – 495 с.
3. Георгобиани А.Н., Матиев А.Х., Хамхоев Б.М. // Физика и техника полупроводников. – 2005. – Т.39, №7. – С.820–822.
4. Vlokh R., Mys O. // Ukr.J.Phys.Opt. – 2003. – V.4, №1. – P.48–51.
5. Stade J., Bohaty L., Hengst M., Heimann R.B. // Cryst. Res.Technol.–2002. – V.37, №10. – P.1113–1120.
6. Martynyuk-Lototska I., Mys O., Krupych O., Adamiv V., Byrak Ya., Vlokh R., Schranz W. // Integrated Ferroelectrics. – 2004. – V.63. – P.99–103.
7. И.А. Андреев // Журнал техн.физ.-2004. – Т.74, №9. – С.1–3.
8. Zhang T. and Yonemura M. // Jpn.J.Appl.Phys. – 1997. – V.36. – P.6353–6359.
9. Мыцык Б.Г., Андрущак А.С. // Кристаллография. – 1996. – Т.41, №3. – С.1054–1059.
10. Andrushchak A.S., Bobitski Ya.V., Kaidan M.V., Mytsyk B.G., Kityk A.V. and Schranz W. // Optics & Lager Technology. – 2005. – V.37. – P.319–328.
11. Kaidan M.V., Tybinka B.V., Zadorozhna A.V., Schranz W., Sahraoui B., Andrushchak A.S., Kityk A.V. // Optical Material. – 2007. – V.29. – P.475–480.
12. Нарасимхамурти Т. Фотоупругие и электрооптические свойства кристаллов. – М.: Мир, 1984. – 621 с.
13. Акустические кристаллы: Сб. под ред. М.П. Шаскольской. – М.: Наука, 1982. – 632 с.
14. Сонин А.С., Василевская А.С. Электрооптические кристаллы. – М.: Атомиздат, 1971. – 327 с.
15. Шамбуров В.А. // Кристаллография. – 1962. – Т.7, №5. – С.730–734.
16. Standarts on Piezoelectric Crystals, Proc. IRE. – 1949. – V.37. – P.1378–1397.
17. Мицык Б.Г., Андрущак А.С. // УФЖ. – 1993. – Т.38. – С.1015–1021.
18. Физические величины. Справочник под ред. И.С. Григорьева и Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат. – 1991. – 1232 с.
19. Papadakis E.P. // J.Acoust.Am. – 1967. – V.42, No.5. – P.1045–1051.
20. Андрущак А.С. Патент №2102700 Российской Федерации. – Оpubл. БИ №2. – 1998.
21. Тибінка Б.В., Островський І.П., Андрущак А.С. // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2006. – №558. – С.128–132.
22. Kaminov J.P., Jonston W.J. // Phys. Rev. – 1967. – V.160. – P.519.
23. Turner E.U. // Appl. Phis. Lett. – 1966. – V.8. – P.303.
24. Nikogosyan D.N. Properties of optical and laser-related materials.A handbook. John Wiley & Sons, Chichester-New York-Weinheim-Brisbane-Singapore-Toronto. – 1997. – 594 p.