

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОПЕРЕСИЛЬНІ З НЕЯВНОПОЛЮСНИМИ СИНХРОННИМИ ГЕНЕРАТОРАМИ

© Стахів П.Г., Гоголюк О.П., 2007

Розглянуто проблему математичного моделювання електромагнітних перехідних процесів електропересильні “джерело живлення – силовий трансформатор – лінія електропересилання – трансформатор – навантаження”. Описано проблему моделювання електроенергетичних систем з неявнополюсними синхронними генераторами. Показано доцільність створення математичних моделей і макромоделей елементів електроенергетичних систем та їх адаптації до середовища MATLAB/ Simulink.

In the paper problem of electromagnetic transient processes simulation for power transmission research is considered. Mathematical model of AC power transmission block “power source-power transformer-transmission-line-power autotransformer-load” is presented. The problem of mathematical modeling of electric power systems with synchronous non-salient poles generators is considered. Expediency of electric power system elements creation and their adaptation to MATLAB/Simulink environment on the basis of mathematical models and macromodels is shown.

**Постановка проблеми.** Дослідження й аналіз перехідних процесів електричних систем (ЕС) є важливим етапом під час їхнього проектування й експлуатації. Електричні системи належать до класу складних динамічних систем, які містять велику кількість елементів зі складною структурою. Дослідження електричних систем як єдиного комплексу вимагає наявності адекватних математичних моделей їх елементів, методів їх розроблення, а також комп’ютерних засобів для практичної реалізації – середовищ математичного та комп’ютерного моделювання [1, 3, 6].

Серед відомих середовищ моделювання та симулювання перехідних процесів ЕС найпоширенішими є середовища типу EMTP (ATP, NETOMAC, PSCAD), та MATLAB /Simulink [1, 2]. Під час моделювання ЕЕС з вимогою високої адекватності застосування згаданих середовищ для моделювання є утрудненим, оскільки моделі, вбудовані в бібліотеки багатьох середовищ є спрощеними й часто не дозволяють враховувати топологію, параметри та нелінійні характеристики елементів. Завдяки розширеному набору матричних і спеціальних математичних функцій фактично стало стандартом у моделюванні складних технічних систем, а також завдяки спеціальному пакету SimPowerSystems Blockset середовище MATLAB/Simulink доцільно застосовувати для моделювання перехідних процесів електричних систем [2, 4].

У літературних джерелах наявні різноманітні математичні моделі елементів ЕС [1, 3]:

- джерел живлення (синхронних і асинхронних генераторів електричних станцій);
- силових трансформаторів та автотрансформаторів (придатних для дослідження високочастотних та низькочастотних перехідних процесів) з врахуванням вихрових струмів, гістерезису, взаємної індуктивності між обвитками, індуктивностей розсіяння тощо;
- ліній електропересилання (із зосередженими чи розподіленими параметрами та врахуванням частотної залежності параметрів);
- елементів вузлів навантаження.

**Аналіз результатів останніх досліджень і задачі досліджень.** Незважаючи на велику кількість публікацій, досить відчутною є відсутність робіт з аналізу складних електричних систем, їх узагальнених математичних моделей та методик створення [1, 4–6]. Метою дослідження є створення моделі для моделювання перехідних процесів електропересильні у вигляді “джерело живлення – силовий трансформатор – лінія електропересилання – автотрансформатор – навантаження” та її реалізація в середовищі MATLAB/Simulink за допомогою удосконалених моделей їх елементів.

**Виклад основного матеріалу.** Математична модель електропересильні сформована в координатному базисі струмів і напруг віток електричних кіл, потікозчеплень і магнітних напруг віток магнітних кіл ЕМА на підставі засад, запропонованих в [6] та методики, розглянутої в [7] на підставі окремих моделей її елементів. Математична модель трансформатора наведена в [10], автотрансформатора – в [8], лінії електропересилання – в [9], електропересильні – в [7]. Досліджувана система електропересилання наведена на рис. 1.

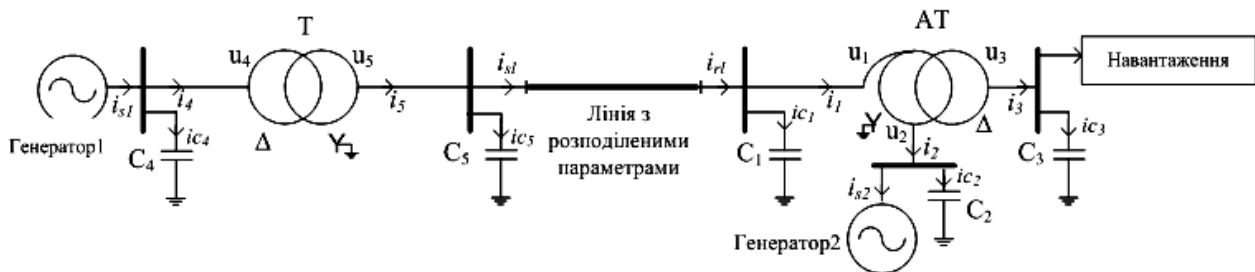


Рис. 1. Схема електропересильні

Для розроблення ефективних цифрових і математичних моделей електроенергетичних систем з високим рівнем адекватності необхідно достатньо повно враховувати параметри та нелінійні характеристики електромеханічних перетворювачів, значну частину яких становлять неявнополюсні синхронні машини (турбогенератори).

Джерела живлення електроенергетичних систем складаються з сукупності синхронних та асинхронних генераторів електричних станцій та елементів зв'язку між ними. Під час дослідження перехідних процесів джерела живлення часто подають спрощено. При тому система, яка містить у своєму складі сукупність генераторних станцій, сполучених лініями високої і надвисокої напруги, замінюється еквівалентною ЕРС, прикладеною за еквівалентним опором. У математичному аспекті таке спрощення схеми призводить до пониження порядку інтегральних і диференціальних рівнянь її стану, і, як наслідок, до спотворення частотних характеристик досліджуваної схеми. Якщо еквівалентна система має з досліджуваною ділянкою трансформаторний зв'язок, то спрощення джерел живлення не впливає істотно на точність розрахунку перехідних процесів у комутованій лінії. Тобто, система живлення може бути замінена еквівалентною ЕРС, яка діє за еквівалентним опором. У інших випадках необхідно створювати деталізовані математичні моделі.

Математичну модель синхронного генератора запишемо в ортогональних координатах Парка [11]. Рівняння стану генератора в  $d, q$  координатах матимуть вигляд

$$u_{sd} = R_s i_d + L_{\sigma s} \frac{di_d}{dt} + d\Psi_{\delta d}/dt - \omega_r (L_{\sigma s} i_s + \Psi_{\delta q}); \quad (1)$$

$$u_{sq} = R_s i_q + L_{\sigma s} \frac{di_q}{dt} + d\Psi_{\delta q}/dt + \omega_r (L_{\sigma s} i_s + \Psi_{\delta d}); \quad (2)$$

$$u_f = R_f i_f + L_{\sigma f} \frac{di_f}{dt} + d\Psi_{\delta f}/dt; \quad (3)$$

$$0 = R_{\sigma d} i_{\sigma d} + L_{\sigma \sigma d} \frac{di_{\sigma d}}{dt} + d\Psi_{\delta d}/dt; \quad (4)$$

$$0 = R_{\hat{\alpha}q} i_{\hat{\alpha}q} + L_{\sigma\hat{\alpha}q} di_{\hat{\alpha}q}/dt + d\Psi_{\delta q}/dt ; \quad (5)$$

$$i_d + i_{fd} + i_{\hat{\alpha}d} - \Psi_{\delta d}/\Psi_{\delta} i_m(\Psi_{\delta}) = 0 ; \quad (6)$$

$$i_q + i_{\hat{\alpha}q} - \Psi_{\delta q}/\Psi_{\delta} i_m(\Psi_{\delta}) = 0 ; \quad (7)$$

$$\Psi_{\delta} = \sqrt{\Psi_{\delta d}^2 + \Psi_{\delta q}^2} ; \quad (8)$$

$$\frac{J}{p_0} d\omega_r/dt = -\frac{3}{2} p_0 (\Psi_{\delta d} i_q - \Psi_{\delta q} i_d) + M(\omega_r) , \quad (9)$$

де  $u_{sd}, u_{sq}, i_d, i_q$  – проєкції зображальних векторів напруги і струму статора на ортогональні d,q,0 осі координат;  $\Psi_{\delta d}, \Psi_{\delta q}$  – проєкції зображального вектора потокозчеплень від основного магнітного потоку на ці ж осі;  $i_{\hat{\alpha}d}, i_{\hat{\alpha}q}$  – зведені до обвитки статора струми еквівалентних повздовжнього і поперечного демпферних контурів ротора;  $u_f, i_f$  – зведені до обвитки статора напруга і струм обвитки збудження;  $i_m, \Psi_{\delta}$  – модулі зображальних векторів струму намагнічення та основного потокозчеплення;  $R_s, R_f, R_{\hat{\alpha}d}, R_{\hat{\alpha}q}, L_{\sigma s}, L_{\sigma f}, L_{\sigma\hat{\alpha}d}, L_{\sigma\hat{\alpha}q}$  – активні опори та індуктивності розсіювання контурів статора і ротора;  $p_0, J$  – кількість пар полюсів та стала інерції ротора;  $M$  – момент турбіни;  $\omega_r$  – зведена до полюсної ділянки кутова швидкість обертання ротора.

Математичні моделі елементів електроенергетичних систем формуються у фазних фізичних координатах на підставі алгебро-логічних топологічних методів, що виключає застосування для цієї мети отриманої моделі синхронного генератора в ортогональних d, q координатах. Перетворимо в рівняннях (1), (2), (6), (7) напруги та струми статора з d, q у фазні координати за допомогою матриць перетворення Парка. Для синхронного генератора пряму і обернену матрицю перетворення Парка запишемо в такому вигляді:

$$P_{dq}(x) = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} x_2 & (\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 - \frac{x_2}{2}) & -(\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{x_2}{2}) \\ -x_1 & (\frac{x_1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2) & (\frac{x_1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x_2) \end{vmatrix}, \quad (10)$$

$$P_{dq}^{-1}(x) = \begin{vmatrix} x_2 & -x_1 \\ (\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 - \frac{x_2}{2}) & (\frac{x_1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2) \\ -(\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{x_2}{2}) & (\frac{x_1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x_2) \end{vmatrix}, \quad (11)$$

де  $x_1 = \sin(\theta)$ ,  $x_2 = \cos(\theta)$ ,  $\theta$  – кут між віссю d ротора та віссю фази a статора,  $x = (x_1, x_2)_t$  – вектор-стовпець тригонометричних функцій.

Для отримання замкненої системи рівнянь стану синхронного генератора у фазних i d, q координатах одержані рівняння потрібно доповнити рівняннями зв'язку кутової швидкості  $\omega_r$  з тригонометричними функціями матриць перетворення Парка, які мають вигляд:

$$dx_1/dt = \omega_r x_2 ; dx_2/dt = -\omega_r x_1, \quad (12)$$

У середовище Simulink математична модель генератора може бути введена як підмодель Submodel. Структурно модель генератора складається з підмоделі в d,q,0 координатах та блоків

перетворення з фазних координат в  $d, q, 0$  і навпаки. Напруга джерел живлення, яка подається в систему електропересилання, формується на ємнісному перетині.

Окрім цього, електроенергетичні системи належать до класу складних динамічних систем, які містять велику кількість елементів із жорсткими взаємозв'язками. Крім традиційних для електричних кіл і мереж елементів, вони можуть містити досить складні об'єкти, наприклад, певні електротехнічні комплекси чи устави, електроенергетичні агрегати чи електричні станції, трансформаторні підстанції, системи керування тощо. Велика вимірність математичних моделей елементів ЕЕС зумовлює потребу істотного зниження їх вимірності без втрати точності. Одним із ефективних способів вирішення цієї проблеми є створення математичних макромоделей. Відсутність параметрів для побудови детальних математичних моделей елементів ЕЕС, для отримання яких необхідна інформація, що міститься у формулярах заводів-виробників, також зумовлює доцільність створення макромоделей конкретних елементів (наприклад, турбогенераторів) також є вагомим фактором на користь створення саме математичних макромоделей.

Побудову макромоделі досліджуваного об'єкта можна здійснювати у формі дискретних рівнянь стану у вигляді:

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{F}\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{G}\mathbf{v}^{(k)} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{v}^{(k)}) \\ \mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{C}\mathbf{x}^{(k+1)} + \mathbf{D}\mathbf{v}^{(k+1)} \end{cases} \quad (13)$$

де  $\mathbf{x}$  – вектор змінних стану,  $\mathbf{v}$  – вектор вхідних змінних,  $\mathbf{y}$  – вектор вихідних змінних,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  – матриці відповідних розмірів,  $\mathbf{C}$  – нелінійна функція векторів  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ,  $k$  – порядковий номер дискрети.

Під час математичного моделювання систем великої розмірності знайшли застосування неперервні та дискретні макромоделі. Елементи ЕЕС мають низку специфічних властивостей, які істотно впливають на особливості реалізації процедури побудови їх макромоделей. Основні складнощі під час побудови макромоделей полягають в тому, що:

- проведення вимірювань на натурних об'єктах для отримання вхідної інформації для побудови макромоделі є тривалою та складною проблемою;
- значна кількість елементів ЕЕС є електромеханічними, що зумовлює необхідність опису їх стану різнотипними змінними (електричними та механічними), що призводить до істотного розкиду сталих часу їх математичних моделей;
- на параметри елементів ЕЕС істотно впливають зовнішні фактори, завдяки яким абсолютна повторюваність експерименту є неможливою.

Зазначені вище особливості ЕЕС є визначальними з погляду описаної в наступних розділах процедури побудови макромоделей їхніх елементів. Насамперед це стосується вибору зовнішніх (вхідних чи вихідних) змінних модельованого елемента. Ними можуть бути не тільки миттєві значення струмів і напруг, але й швидкості обертання, механічні моменти, частота, амплітудні значення квазіперіодичних струмів і напруг. Наприклад, для синхронної чи асинхронної машини можна вибрати в якості змінних миттєві значення струмів і напруг, механічний момент на валу та колову швидкість обертання ротора. Іншою складною проблемою є способи отримання вхідної інформації, необхідної для побудови макромоделі. Ця проблема вирішується за допомогою високоточних вимірювань під час натурального експерименту чи комп'ютерним моделюванням на підставі повної польової, колової чи змішаної математичної моделі об'єкта. Перший шлях для ЕЕС має істотні обмеження, оскільки потрібно отримати необхідну для побудови макромоделі інформацію про її вхідні та вихідні сигнали. Іншою проблемою є те, що практично неможливо врахувати вплив зовнішніх факторів.

Найскладнішою проблемою є розроблення методу побудови макромоделі конкретного об'єкта. Зокрема, не завжди вдається розділити процес ідентифікації параметрів лінійної і нелінійної частини макромоделі та вдало вибрати математичну форму їх запису. У такому разі доцільно проводити процедури ідентифікації лінійної та нелінійної частини макромоделі, використовуючи різні підходи до ідентифікації, що істотно ускладнює побудову макромоделі. Зазвичай під час виконання оптимізаційної процедури ідентифікації параметрів макромоделей використовують діакоптичний підхід.

Щодо другого способу отримання інформації шляхом математичного моделювання, то тут обмеження зумовлені насамперед складністю адекватного математичного моделювання елементів ЕЕС. Рівень розвитку сучасної комп'ютерної техніки та інформаційних технологій забезпечує реальні можливості побудови достатньо адекватних макромоделей практично всіх елементів електроенергетичних систем, а саме: електромеханічних перетворювачів, електромагнітних апаратів, ліній електропередавання тощо. Отже, стає доцільним розроблення підходів для розроблення макромоделей саме електроенергетичних систем.

Наявні системи комп'ютерного моделювання перехідних процесів ЕЕС практично не передбачають можливостей використання дискретних математичних макромоделей, тому існує потреба заміни дискретних макромоделей на неперервні.

Засоби середовища Matlab/Simulink дозволяють застосовувати математичні макромоделі як в дискретній, так і в неперервній формі. Композицію макромоделей окремих елементів з традиційною математичною моделлю ЕЕС найпростіше здійснювати за допомогою рівнянь ємнісних перетинів. Для цього використовують рівняння ємнісного перетину, яке набуде вигляду

$$C_{\Pi} dU_{\Pi}/dt = \Pi_{\Pi} (\mathbf{i}_{\Pi 2}, \mathbf{i}_{\Pi 2})_t \quad (14)$$

де  $\mathbf{i}_{\Pi 1}$  – вектор-стовпець пов'язаних з ємнісним перетином струмів математичних моделей;  $\mathbf{i}_{\Pi 2}$  – вектор-стовпець пов'язаних з ємнісним перетином струмів макромоделей,  $\Pi_{\Pi}$  – перша матриця інцидентій віток елементів, які належать перетинам;  $C_{\Pi} = \text{diag}(C_s)$  – блочно-діагональна квадратна матриця ємностей перетинів.

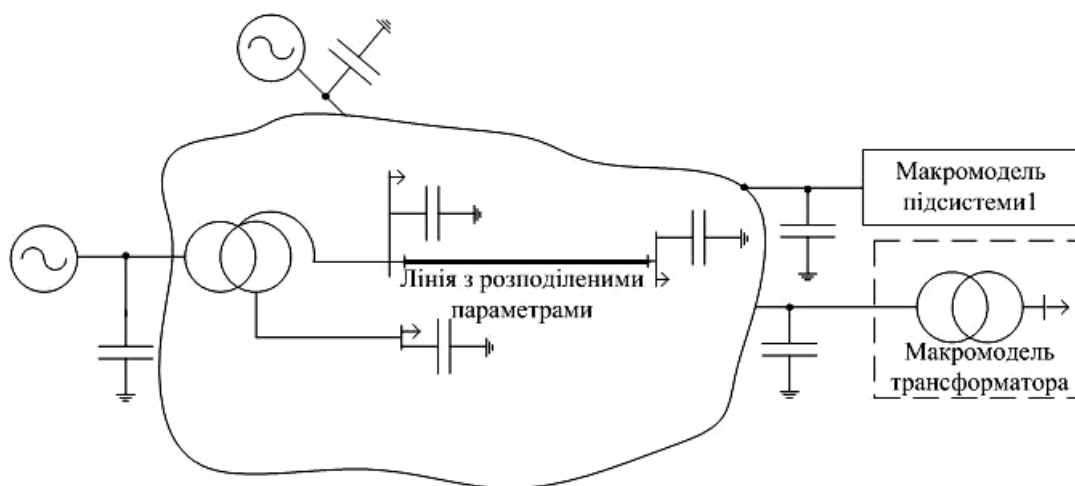


Рис. 2. Узагальнена схема електричної системи для дослідження перехідних процесів на основі математичних моделей і макромоделей

Запропонована форма композиції визначає вибір форми макромоделі, а саме: входними сигналами повинні бути фазні напруги ємнісних перетинів, а вихідними – струми елементів, для

яких будується макромодель. Узагальнена схема електричної системи для дослідження перехідних процесів на основі математичних моделей і макромоделей зображена на рис. 2.

У середовищі Simulink дискретну макромодель можна безпосередньо сформувати за допомогою підмоделі Subsystem шляхом програмування математичних виразів відповідних до структури нелінійної макромоделі, вхідним сигналом якої будуть фазні напруги смісних перетинів, а вихідним – струми макромоделі.

**Висновки.** Запропонована математична модель електропересилання є придатною для аналізу перехідних процесів у середовищі MATLAB/Simulink та може містити у своїй структурі як математичні моделі, так і макромоделі окремих елементів.

1. Arrillaga J. *Power Systems Electromagnetic Transients Simulation // IEE power and energy series; no. 39, The Institution of Electrical Engineers, London, 2003.* 2. Ong, Chee-Mun, *Dynamic Simulation of Electric Machinery, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1997.* 3. *Computer Analysis of Electric Power Systems Transients: Selected Readings, edited by Juan A. Martinez-Velasco, PUB Piscataway, NJ: IEEE. – 1997.* 4. Kang Y., Lavers J.D. *Transient analysis of electric power systems: reformulation and theoretical basis // IEEE Trans. on Power Systems. – May 1996. – Vol. 11, No.2. – P. 754–760.* 5. Bollen M.H.J., Styvaktakis E. and Yu–Hua Gu I. *Categorization and analysis of power system transients // IEEE Trans. on Power Delivery. – July 2005. – Vol. 20, No. 3. – P. 2298–2306.* 6. Стахів П.Г., Гоголюк О.П. *Математичне моделювання низькочастотних перехідних процесів електричних систем // Вісн. нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2001. – № 421. – С. 196–201.* 7. Stakhiv P., Hoholyuk O. *Mathematical modelling of electrical transmission in MATLAB/Simulink environment // V Konferencja Naukowo-Techniczna SIECI’2004. – Wroclaw, Polska, 15–17 Września, 2004. – P. 395–402* 8. Stakhiv P., Hoholyuk O. *Mathematical models of three-phase power autotransformer and transformer in Matlab/Simulink environment // Przegląd elektrotechniczny. – 2003. – No. 10. – P. 746–759.* 9. Stakhiv P., Hoholyuk O. *Mathematical modeling of transmission line transients in Matlab/Simulink environment // Acta Technica CSAV. – 2004. – Vol. 49. – P. 89–105.* 10. Гоголюк О. *Математичне моделювання перехідних процесів трифазного силового трансформатора в середовищі Matlab/Simulink // Вісн. нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – Львів, 2003. – № 479. – С. 50–57.* 11. Гоголюк П. Ф., Гречин Т. М., Равлик О. М. *Математична модель перехідних процесів електропостачальних систем із вентиляними пристроями та динамічним навантаженням // Технічна електродинаміка. – К., 2001. – № 4. – С. 50–55.*