ВСТУП

Задачі проєктування приладів та систем можуть мати точні аналітичні розв'язки. Якщо немає аналітичних розв'язків, то застосовуються числові методи. Останні не матимуть альтернативи, якщо відомі результати експериментального вимірювання функцій, наведені у формі таблиць. Як має діяти дослідник, якщо цю таблично задану функцію потрібно ще й диференціювати або інтегрувати? Спершу він має якомога кращим методом інтерполювати табличну функцію, після чого диференціювання й інтегрування можуть бути виконані точно, тобто аналітично. Окрім забезпечення щоразу більшої обчислювальної потужності, широка доступність комп'ютерів (особливо персональних) та їх взаємодія з числовими методами істотно вплинули на реальний процес розв'язання інженерних задач.

У докомп'ютерну еру інженери для розв'язання своїх проблем зазвичай використовували три способи:

1. Аналітичні або точні методи, які давали змогу отримати рішення для деяких задач. Ці рішення часто були корисними та давали чудове розуміння поведінки деяких систем. Однак аналітичні рішення можна отримати лише для обмеженого класу задач. До них належать ті, які можна апроксимувати за допомогою лінійних моделей, і ті, що мають просту геометрію і низьку розмірність. Отже, аналітичні рішення мають обмежену практичну цінність, оскільки більша частина реальних задач нелінійні і становлять складні форми та процеси.

2. Для характеристики поведінки систем використовувалися графічні методи. Ці графічні рішення зазвичай мали форму графіків або номограм. Хоча графічні методи часто можна використовувати для розв'язання складних задач, результати будуть не дуже точними. Крім того, графічні методи (без допомоги комп'ютерів) надзвичайно втомливі і незручні у виконанні. Нарешті, графічні методи часто обмежені задачами, які описуються за допомогою трьох або менше вимірів.

3. Для ручної реалізації числових методів використовували калькулятори та логарифмічні лінійки. Хоча, теоретично, такі підходи мають бути цілком достатніми для розв'язання складних задач, але насправді тут виникає низка труднощів. По-перше, розрахунки вручну є повільними і втомливими. По-друге, існує велика ймовірність виникнення грубих помилок.

У докомп'ютерну еру багато енергії витрачалося на саму техніку вирішення, а не постановку та інтерпретацію проблеми. Ця прикра ситуація склалася через те, що потрібно було багато часу та важкої праці, щоб отримати числові розв'язки за допомогою докомп'ютерних методів.

Сьогодні комп'ютери та числові методи творять альтернативу таким складним обчисленням. Використовуючи можливості комп'ютера для безпосереднього отримання рішень, можна зробити ці розрахунки без звернення до спрощених припущень або трудомістких методів. Хоча аналітичні рішення все ще надзвичайно цінні як для розв'язування проблеми, так і для її розуміння, числові методи є альтернативою, яка значною мірою розширює можливості для розв'язання складних задач. Отже, більший акцент можна зробити на формулювання задачі та інтерпретацію рішення, а також на "цілісне" усвідомлення проблеми.

З кінця 1940-х рр. широке розповсюдження цифрових комп'ютерів призвело до справжнього вибуху у використанні та розвитку числових методів. Спершу це зростання було дещо обмежене через вартість доступу до високопродуктивних комп'ютерів зі значним обсягом оперативної та зовнішньої пам'яті, і тому багато інженерів продовжували використовувати прості аналітичні підходи для розв'язування своїх задач. Зайве говорити, що нещодавня еволюція недорогих персональних комп'ютерів дала вільний доступ до потужних обчислювальних можливостей. Є кілька додаткових причин, чому вам варто вивчати числові методи:

1. Числові методи є надзвичайно потужними інструментами розв'язання проблем. Вони дають можливість опрацьовувати великі системи рівнянь, лінійних та нелінійних, зі складними геометріями, які не є рідкістю в інженерній практиці і які часто неможливо вирішити аналітично. Отже, числові методи значно дають можливість розв'язання складних задач.

2. Праця інженера може передбачати використання комерційних комп'ютерних програм, які ґрунтуються на застосуванні числових методів. Розумне використання цих програм часто залежить від знання основ теорії, що лежить в основі числових методів.

3. Багато проблем неможливо розв'язати за допомогою готових програм. Якщо ви обізнані з числовими методами та знаєте комп'ютерне програмування, то можете проєктувати власні програми для розв'язання своїх задач без потреби купувати дороге програмне забезпечення.

4. Числові методи є ефективним засобом навчання роботи з комп'ютером. Добре відомо, що ефективний спосіб навчитися програмування – це писати комп'ютерні програми. Оскільки числові методи здебільшого призначені для реалізації на комп'ютерах, вони ідеально підходять для цієї мети. Крім того,

вони особливо добре підходять для ілюстрації можливості та обмежень комп’ютерів. Коли ви успішно реалізуєте числові методи на комп’ютері, а пізніше застосовуєте їх для розв’язання задач, які неможливо розв’язати по-іншому, вам буде надано демонстрацію того, як комп’ютери можуть слугувати вашому професійному розвитку. Водночас ви також навчитеся розпізнавати та контролювати похибки наближення, які є невід’ємною частиною великомасштабних числових розрахунків.

5. Числові методи дають вам можливість покращити ваше розуміння математики, бо одна з функцій числових методів полягає в зниженні високої математики до основних арифметичних операцій, що дає змогу зрозуміти раніше незрозумілі задачі. Це може призвести до глибшого розуміння проблеми та альтернативного погляду її розв’язання.

Сучасні числові методи і потужні ЕОМ дали змогу розв’язувати багато складних задач. Але застосовувати числові методи непросто. ЕОМ – це засіб праці сучасного інженера та науковця, який може виконувати тільки елементарні арифметичні і логічні операції. Тому після розроблення математичної моделі потрібна ще й побудова алгоритму, який зводить всі обчислення до послідовності алгоритмічних та логічних дій. Сам алгоритм і програма мають бути ретельно перевірені, про це свідчить навіть відомий вислів: “в будь-якій найменшій програмі є хоч одна помилка”. Перевірка алгоритму є ще складнішою, бо для складних алгоритмів не часто вдається довести їхню збіжність класичними методами.

Теоретично, дослідження в сфері числових методів здебільшого групуються навколо типових математичних задач, а саме задач аналізу (наближення функцій, наближені диференціювання та інтегрування), задач алгебри, розв’язання диференціальних та інтегральних рівнянь, задач оптимізації і т. ін.