

ВСТУП

Дискретна математика є фундаментальною основою сучасного викладання інформатики. Вона має широкий спектр застосування, насамперед у галузях, пов'язаних з інформаційними технологіями та інженерією програмного забезпечення. Слово «дискретний» (поняття дискретності за своїм змістом протилежне до неперервності) означає «складений з окремих частин». Дискретна математика – галузь математики, яка вивчає властивості дискретних структур. Вона оперує із сукупностями об'єктів, названих множинами, і визначеними на них структурами. Елементи цих множин, як правило, ізольовані один від одного і геометрично незв'язані. Більшість множин, які нас цікавлять, скінченні або принаймні злічені.

Цю галузь математики використовують для розв'язування задач з використанням комп'ютера в термінах апаратних засобів і програмного забезпечення із застосуванням організації символів і маніпуляції даними. Розуміння того, як працює сучасний комп'ютер, можна досягти, якщо уявити його як дискретну (скінченну) математичну систему. У початковій назві комп'ютера (яку тепер практично не застосовують – «електронна цифрова обчислювальна машина») слово «цифрова» якраз і позначало дискретний характер роботи цього пристрою.

Апарат дискретної математики є тією частиною математичних знань, яку використовують для конструювання моделей реальних об'єктів та процесів їхнього функціонування, побудови методів розв'язання задач, а також для розроблення засобів подання та опрацювання інформації в комп'ютерах.

Актуальність вивчення основних понять та засад дискретної математики майбутніми спеціалістами в галузі інформаційних технологій зумовлена тим фактом, що основні способи подання та опрацювання інформації в інформаційних системах є дискретними за своєю природою. Тому важливою складовою процесу підготовки фахівців ІТ-сфери є формування знань та навичок, які стосуються розуміння та використання сучасних моделей та методів обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації. Дискретна математика вивчає дискретні структури й їхні властивості та розробляє методи для аналізу та розв'язання задач, пов'язаних з ними. Ці методи широко застосо-

вують у різних галузях комп'ютерних наук: розробка алгоритмів, бази даних, штучний інтелект, машинне навчання, криптографія, безпека даних та інші.

Багато сучасних алгоритмів при розробленні програмного забезпечення, зокрема при аналізі соціальних мереж, маршрутизації в Інтернеті, пошукових системах та оптимізації логістики, використовують графи та методи їх обробки. Крім того, графи та дерева застосовують для організації та пошуку даних у базах даних. Теорію графів та математичну логіку використовують у процесі розроблення систем штучного інтелекту та машинного навчання.

Дискретні структури (графи, дерева та множини) є фундаментальними для організації та обробки даних у комп'ютерних програмах, їх використовують у процесі створення ефективних алгоритмів і структур даних. Дискретна математика допомагає розуміти, як працюють алгоритми, як їх оптимізувати та як довести їхню коректність.

Математична логіка та булева алгебра є важливими для розуміння роботи комп'ютерної логіки, побудови цифрових схем та розроблення програмного забезпечення, які базуються на логічних операціях. Вони допомагають зрозуміти принципи роботи компіляторів, аналізувати мови програмування та автоматизувати код. Дискретна математика є основою для багатьох криптографічних алгоритмів, які використовують для захисту інформації в комп'ютерних системах, у блокчейнах, електронних підписах тощо.

Комбінаторика (ще один розділ дискретної математики) допомагає у розрахунку складності алгоритмів, тестуванні програмного забезпечення та моделюванні випадкових процесів. Це важливо для оптимізації програм та розуміння, як вони будуть працювати на великих масивах даних.

Отже, дискретна математика є фундаментальною дисципліною для майбутніх комп'ютерних спеціалістів, оскільки слугує підґрунтям для спеціальних дисциплін, які вивчають на старших курсах: «Алгоритми та структури даних», «Сучасні мови програмування», «Об'єктно-орієнтоване програмування», «Бази даних та знань», «Методи та системи штучного інтелекту», «Математичне моделювання», «Системний аналіз», «Технологія розподілених систем та паралельних обчислень», «Інтелектуальний аналіз даних» тощо.

Цей підручник розроблено відповідно до робочої програми навчальної дисципліни «Комп'ютерна дискретна математика» для студентів спеціальності 121 (F2) «Інженерія програмного забезпечення». Він відображає багаторічний

досвід викладання цієї дисципліни на кафедрі програмного забезпечення Інституту комп'ютерних наук та інформаційних технологій Національного університету «Львівська політехніка» і є продовженням та узагальненням навчальних праць [11, 12].

Метою вищезазначеної навчальної дисципліни є фундаментальна підготовка студентів в області теорії дискретних структур, ґрунтовне вивчення сучасних методів побудови та перетворення таких структур, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення, що дає змогу сформувати у студентів здатності моделювати процеси за допомогою дискретних математичних структур, будувати нові дискретні математичні об'єкти та визначати їхні властивості.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння цієї дисципліни мають продемонструвати такі **результати навчання**:

мати уяву про коло задач комп'ютерної дискретної математики та теоретичні основи сучасних інформаційних технологій;

використовувати символіку дискретної математики для вираження кількісних та якісних відношень між об'єктами;

користуватися методами дискретної математики для формалізації і розв'язування задач розроблення програмних продуктів;

застосовувати алгоритми і засоби пошуку оптимальних розв'язків типових задач комп'ютерної дискретної математики;

знаходити математичний апарат, найефективніший для розв'язування конкретної задачі.

Після засвоєння матеріалу навчальної дисципліни студент повинен:

ЗНАТИ:

- основні закони алгебри логіки висловлювань та предикатів;
- методи доведення теорем, зокрема метод математичної індукції;
- способи задання і властивості множин, основні операції над ними;
- принципи та методи подання множин у комп'ютерних системах;
- основні поняття та алгоритми теорії графів (неорієнтованих та орієнтованих);
- властивості дерев та методи їхнього застосування в інформатиці;
- основні типи бінарних відношень, їхні властивості та операції над ними;

- поняття функції та відображення, їхню класифікацію та властивості;
- форми подання булевих функцій, методи їхнього перетворення та мінімізації;
- основні поняття завадостійкого кодування та функціональних схем;
- основні комбінаторні схеми та формули, методи розв'язування комбінаторних задач;
- способи комп'ютерного подання дискретних структур.

УМІТИ:

- застосовувати закони логіки для аналізу та синтезу логічних схем;
- будувати математичні моделі для задач інженерії програмного забезпечення з використанням дискретних структур;
- виконувати операції над множинами та ефективно представляти їх у комп'ютерних програмах;
- використовувати методи теорії графів для розв'язування прикладних задач;
- застосовувати алгоритми пошуку найкоротших шляхів, мінімальних остовних дерев та інші алгоритми на графах;
- аналізувати та перетворювати бінарні відношення, визначати їхні властивості;
- конструювати та мінімізувати булеві функції, будувати оптимальні функціональні схеми;
- проводити комбінаторні обчислення та використовувати їх у задачах програмування;
- застосовувати дискретні математичні моделі для формалізації практичних задач;
- використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики;
- моделювати об'єкти за допомогою дискретних структур, визначати їхні властивості;
- реалізовувати основні алгоритми дискретної математики мовами програмування.

У запропонованому підручнику математичний виклад доведено до рівня виконуваних програм. Він містить описи найважливіших алгоритмів над об'єктами дискретної математики та буде корисним для студентів та програмістів-практиків, яким доводиться конструювати та аналізувати алгоритми.

За структурою підручник складається з 13 розділів. Перші 8 розділів як у теоретичному, так і у практичному аспекті охоплюють основні теми дискретної математики, які найчастіше застосовують у процесі розроблення програмного забезпечення, проєктуванні обчислювальної техніки, інформаційних комплексів, систем і мереж: математичну логіку, теорію множин, теорію графів, комбінаторику, теорію завадостійкого кодування і булеві функції. У кожному з них подано мету та професійні компетентності, які формуються під час вивчення розділу. Теоретичний матеріал, що охоплює термінологію, теореми та конкретні методи й алгоритми дискретної математики, супроводжено відповідними прикладами. Для самоперевірки засвоєного матеріалу наприкінці кожного розділу наведено контрольні запитання і тестові завдання.

Успішне засвоєння теоретичного матеріалу (розділи 1–8) та опрацювання розв'язків задач до кожної з розглянутих тем (розділи 9–12), які можна використати і під час підготовки до практичних занять, дадуть змогу виконати індивідуальні завдання (по 30 варіантів у кожному) до лабораторних робіт, які наведено у розділі 13.

Виконання лабораторних робіт допоможе студентам розширити і закріпити лекційний матеріал, отримати практичні навички при розв'язанні задач та використати здобуті знання у процесі розроблення та відлагодження відповідних програмних продуктів.

Для полегшення користування підручником наприкінці подано глосарій, у якому висвітлено основні теоретичні відомості з тем, та предметний вказівник термінів, основних визначень та понять, на яких базується викладення матеріалу.

Для глибшого вивчення розглянутих питань підручник містить перелік використаних джерел, зокрема підручників, навчальних посібників та електронних ресурсів з дискретної математики, в тому числі таких, які описують комп'ютерні методи та програми для об'єктів дискретної математики.

Опрацювання викладеного матеріалу дає змогу сформулювати у здобувачів вищої освіти визначену систему компетентностей та досягти очікуваних

результатів навчання, які передбачені освітньо-професійною програмою для спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення». Як наслідок, студенти зможуть не лише якісніше здійснювати самостійне навчання, раціонально й оперативно поєднувати вивчення теорії з вирішенням практичних завдань, але й здобути необхідні вміння і навички, які дадуть змогу ефективно використовувати набуті знання у професійній діяльності.

Запропонований підручник може бути корисним як студентам спеціальностей галузі знань «Інформаційні технології» – так і викладачам вищих навчальних закладів, а також всім, хто цікавиться розробленням програмного забезпечення та конструюванням і аналізом алгоритмів.

Автори щиро вдячні рецензентам за висловлені зауваження до змісту підручника, які сприяли кращій його структуризації та доступності викладу.